Randbedingungen und Zustandsgleichung

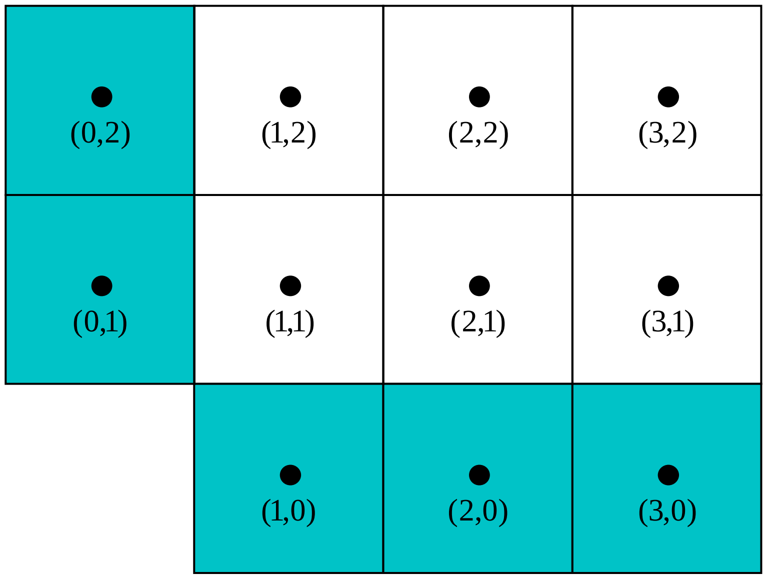
K. Benkert[1], A. Stock[2]

[1]High Performance Computing Centre Stuttgart
www.hlrs.de

Universität Stuttgart
[2]Institut für Aerodynamik und Gasdynamik (IAG)
www.iag.uni-stuttgart.de

Randbedingungen

Realisiert über Ghostzellen:



Die Ghostzellen werden mit Werten belegt, die dafür sorgen, dass sich am Rand die gewünschte Eigenschaft einstellt

im CFDFV => SetBCatSides() in FluxCalculation.f90

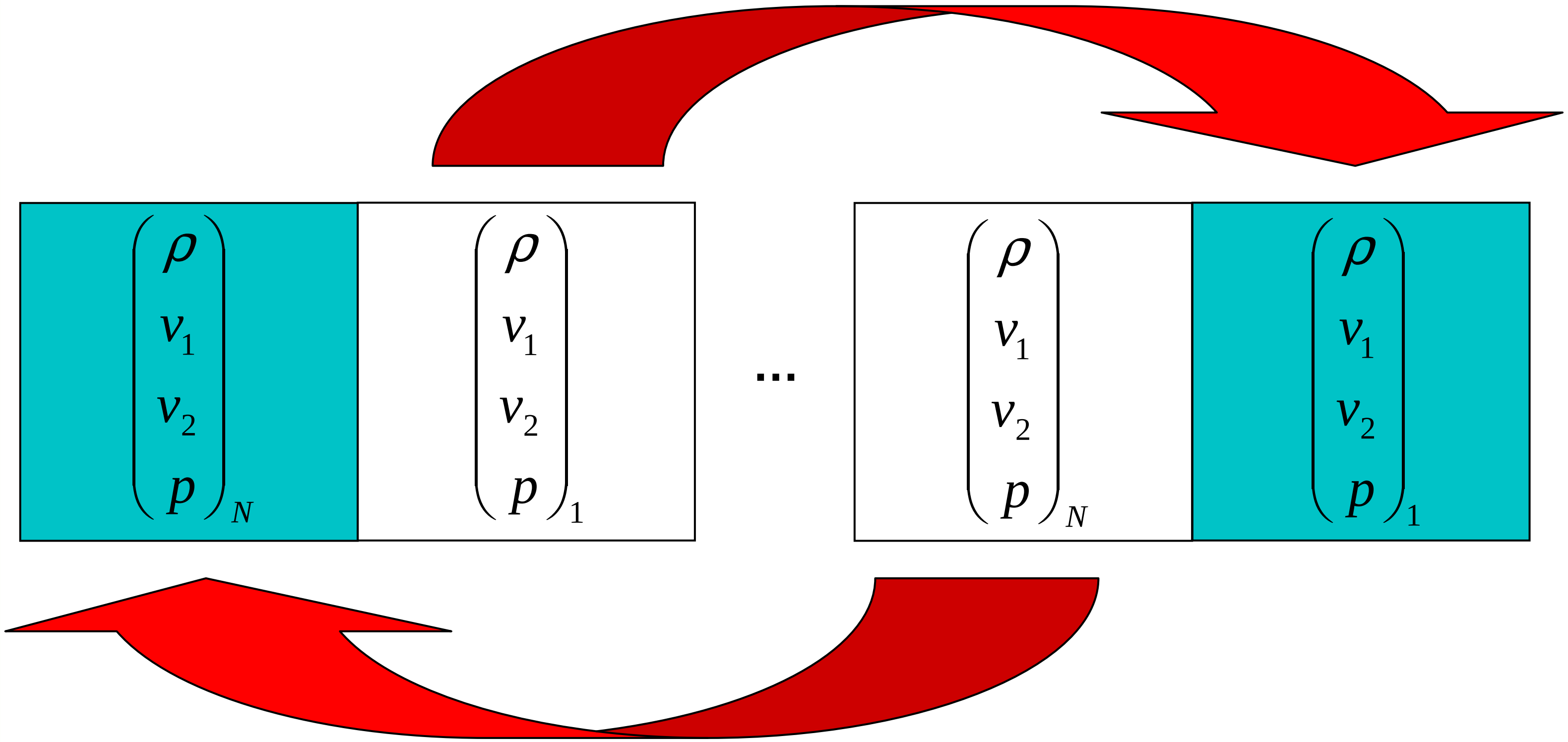
Randbedingungen - Wand

$$\begin{pmatrix} \rho \\ -v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ -v_2 \\ p \end{pmatrix}$$

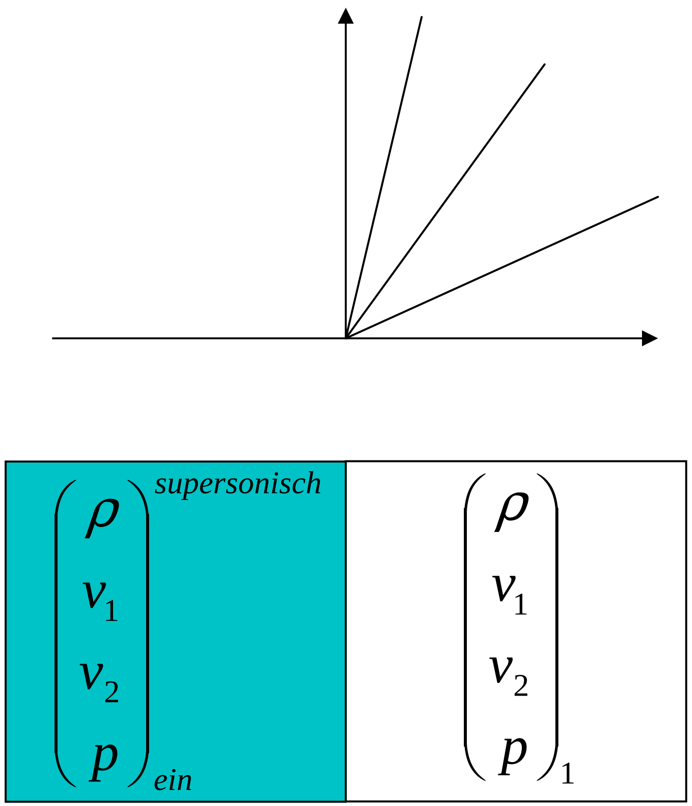
Die Wand kann auch als Symmetrierandbedingung verwendet werden. Wenn z.B. ein symmetrisches Problem berechnet wird, kann man die Größe des Rechengebiets (und damit auch Speicher und Rechenzeit) halbieren.

Randbedingungen - periodisch



→ unendlich ausgedehntes Problem

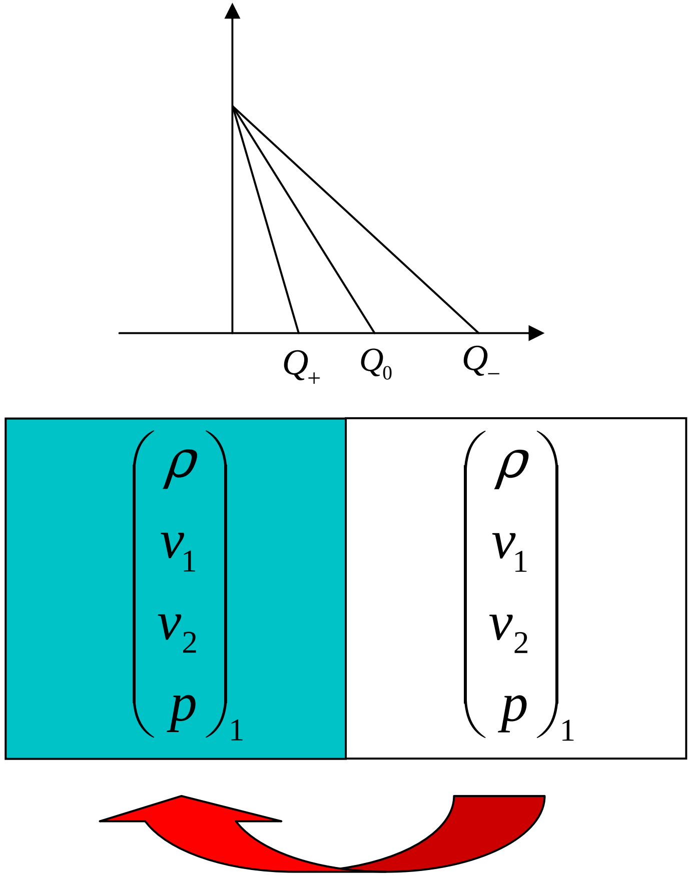
Randbedingungen – Fernfeldeinströmung (supersonisch)



Alle Wellen laufen in das Rechengebiet hinein, da $|u| > c$.

Die Randzelle hat keinerlei Einfluss auf die Ghostzelle, der Fluss wird alleine durch die Ghostzelle bestimmt, deren Zustand frei vorgegeben werden kann.

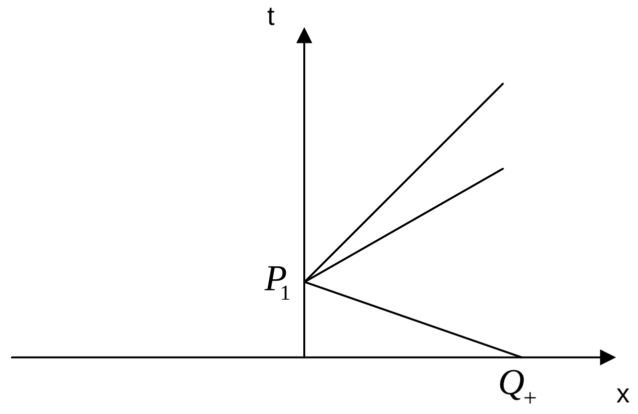
Randbedingungen – Fernfeldausströmung (supersonisch)



Alle Wellen laufen aus dem Rechengebiet heraus, da $|u| > c$.

Um zu gewährleisten, dass die Randzelle nicht von der Ghostzelle beeinflusst wird, wird deren Zustand in die Ghostzelle extrapoliert.

Randbedingungen – Fernfeldeinströmung (subsonisch)



$$\begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix}_{ein}^{subsonisch} \quad \begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix}_1$$

Eine Charakteristik läuft aus dem Rechengebiet hinaus – dies muss bei der Wahl der Randwerte berücksichtigt werden.

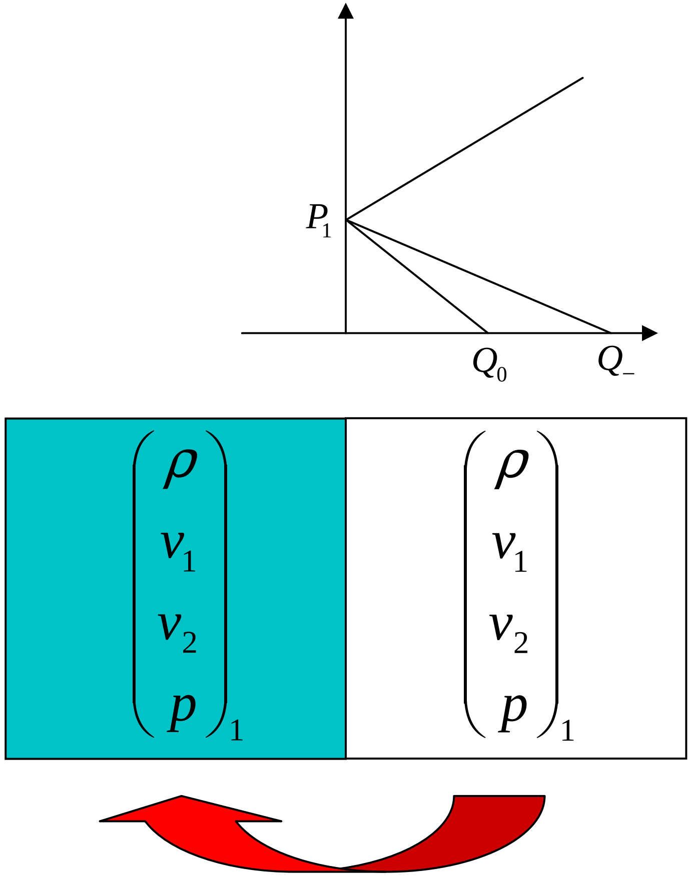
2 Randwerte, z.B. ρ, u

1 Kompatibilitätsbedingung

$$\left(v - \frac{2c}{\gamma - 1}\right)_{P_1} = \left(v - \frac{2c}{\gamma - 1}\right)_{Q_-}$$

Charakteristische Theorie

Randbedingungen – Fernfeldausströmung (subsonisch)



Zwei Charakteristiken laufen aus dem Rechengebiet heraus, eine läuft hinein.

1 Randwert

2 Kompatibilitätsbedingung

$$\left(\frac{p}{\rho\gamma}\right)_{P_1} = \left(\frac{p}{\rho\gamma}\right)_{Q_0}$$

Zustandsgleichung

$$u_t + f(u)_x = 0$$

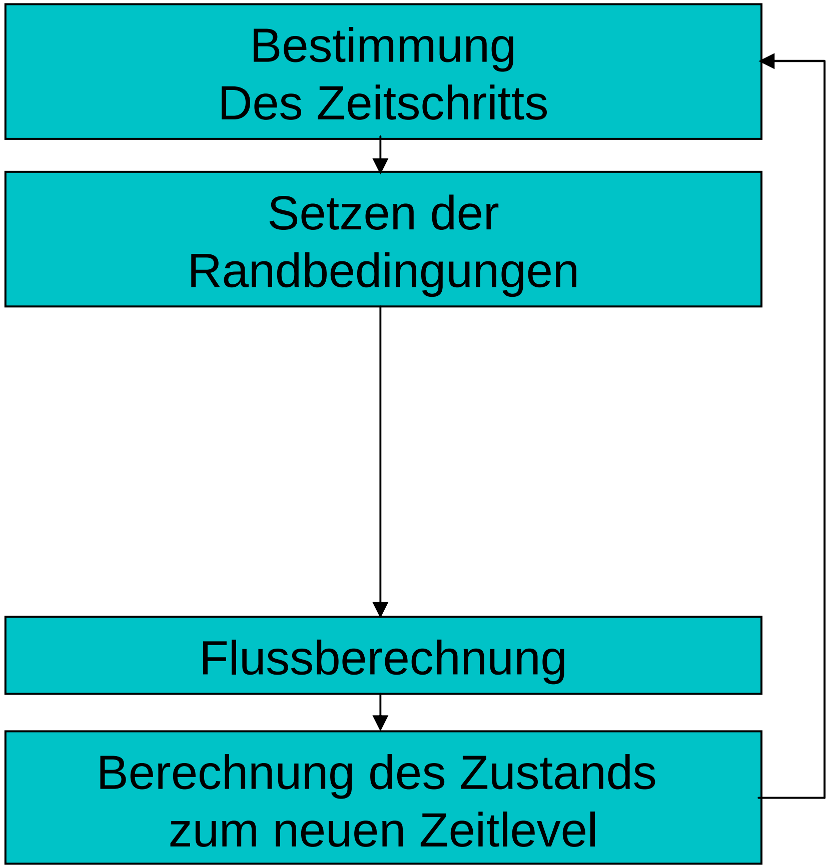
$$u = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} \qquad f(u) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix}$$

Zustandsgleichung: $p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \iff p = (\gamma - 1)\left(e - \tfrac{1}{2}\rho v^2\right)$

Gasdynamik

Roller, Haas, Munz, Dumbser
Universität Stuttgart

Zusammenfassung – Ablauf eines FV-Verfahrens



Zusammenfassung – Ablauf eines FV-Verfahrens