Universität Stuttgart

INSTITUT FÜR AERODYNAMIK
UND GASDYNAMIK
DIREKTOR: PROF. DR.-ING. EWALD KRÄMER

Flugzeug– und Flugkörperaerodynamik I

Lösungsblatt 6 - Aufgabe 18

Aufgabe 18

Gegeben sei ein geometrisch verwundener Rechteckflügel der Streckung $\Lambda = 6$. Der Innenflügel ($-0.5 < \eta < 0.5$) ist unverwunden und weist einen geometrischen Anstellwinkel $\alpha_{g_i} = 10°$ auf. Der Außenflügel ($0.5 < |\eta| < 1$) ist zur Flügelspitze hin linear um $10°$ geschränkt, der geometrische Anstellwinkel an der Flügelspitze beträgt somit $0°$. Für den Auftriebsgradient der Profilschnitte gilt $(\mathrm{d}c_a/\,\mathrm{d}\alpha)_{2d} = 2\pi$. Der Tragflügel soll mit Hilfe des Multhopp-Verfahrens für die Aufpunktzahl $M = 7$ untersucht werden.

a) Berechnen und skizzieren Sie den spannweitigen Verlauf der dimensionslosen Zirkulation γ, des geometrischen Anstellwinkels α_g sowie des induzierten Anstellwinkels α_i.

b) Wie groß sind Auftriebsbeiwert c_A und induzierter Widerstandsbeiwert c_{W_i}?

a) Bei der vorliegenden Nachrechenaufgabe handelt es sich um eine zur x, z-Ebene symmetrische Tragflügelumströmung. Somit kann auf das verkürzte Gleichungssystem nach Multhopp zurückgegriffen werden, das für die Aufpunktzahl $M = 7$ gelöst wird. Die diskreten Stützstellen $\mu = 1, 2, 6, 7$ entfallen hierbei auf den verwundenen Außenflügel, die Stützstellen $\mu = 3, 4, 5$ auf den unverwundenen Innenflügel (siehe Tabelle im Skript). Für die dimensionslose Spannweitenkoordinate η gilt allgemein

$$\eta_\mu = \cos\frac{\mu\pi}{M+1} \tag{1}$$

Der geometrische Anstellwinkel α_g berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \alpha_{g_1} &= \alpha_{g_7} = 2\,(1-\eta_1)\,\alpha_{g_i} = 2\left(1-\cos\frac{\pi}{8}\right)\alpha_{g_i} \\ \alpha_{g_2} &= \alpha_{g_6} = 2\,(1-\eta_2)\,\alpha_{g_i} = 2\left(1-\cos\frac{\pi}{4}\right)\alpha_{g_i} \\ \alpha_{g_3} &= \alpha_{g_4} = \alpha_{g_5} = \alpha_{g_i} \end{aligned} \tag{2}$$

Das dem symmetrischen Fall zugrundeliegende Gleichungssystem lautet

$$\begin{bmatrix} b_1 & -B_{12} & 0 & -B_{14} \\ -B_{21} & b_2 & -B_{23} & 0 \\ 0 & -B_{32} & b_3 & -B_{34} \\ -B_{41} & 0 & -B_{43} & b_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 = \gamma_7 \\ \gamma_2 = \gamma_6 \\ \gamma_3 = \gamma_5 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{g_1} = \alpha_{g_7} \\ \alpha_{g_2} = \alpha_{g_6} \\ \alpha_{g_3} = \alpha_{g_5} \\ \alpha_{g_4} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Hierbei sind die Koeffizienten $B_{\nu\mu}$ tabelliert. Die Diagonalelemente berechnen sich zu

$$b_\nu = b_{\nu\nu} + f_\nu = b_{\nu\nu} + \frac{2b}{(\,\mathrm{d}c_a/\,\mathrm{d}\alpha)t_\nu} = b_{\nu\nu} + \frac{2\Lambda}{2\pi} = b_{\nu\nu} + 1.9099 \tag{4}$$

Die Koeffizienten $b_{\nu\mu}$ sind ebenfalls tabelliert. Dies führt auf das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 7.1361 & -1.9142 & 0 & -0.1464 \\ -1.0360 & 4.7383 & -1.1944 & 0 \\ 0 & -0.9142 & 4.0747 & -0.8536 \\ -0.1121 & 0 & -1.5774 & 3.9099 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 = \gamma_7 \\ \gamma_2 = \gamma_6 \\ \gamma_3 = \gamma_5 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0266 \\ 0.1022 \\ 0.1745 \\ 0.1745 \end{bmatrix} \tag{5}$$

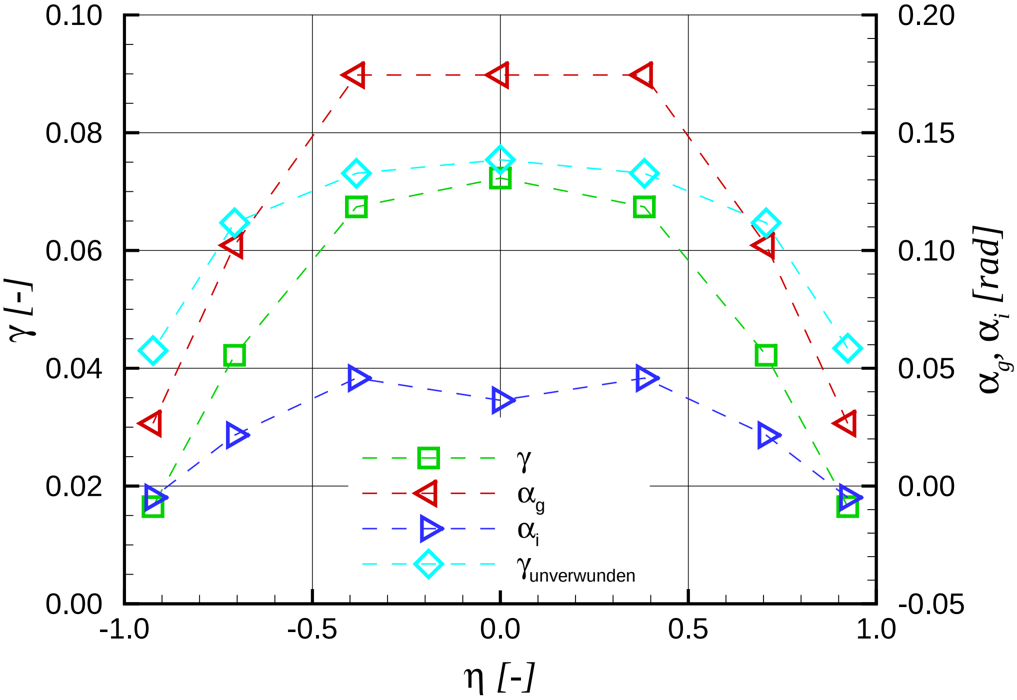
Dieses Gleichungssystem läßt sich numerisch lösen. Die entsprechenden Werte finden sich in untenstehender Tabelle. Im Diagramm ist ferner die Zirkulationsverteilung des ungeschränkten Flügels ($\alpha_g = \text{const.} = 10°$) eingezeichnet. Man sieht, daß diese im Bereich des Außenflügels fülliger ist!

Für den induzierten Anstellwinkel α_{i_μ} gilt

$$\alpha_{i_\mu} = \alpha_{g_\mu} - f_\mu\gamma_\mu = \alpha_{g_\mu} - 1.9099\gamma_\mu \tag{6}$$

Die entsprechenden Werte finden sich wiederum in nachstehender Tabelle.

ν	η_ν $[-]$	ϑ_ν [rad]	$\sin\vartheta_\nu$ $[-]$	α_{g_ν} [rad]	γ_ν $[-]$	α_{i_ν} [rad]
1	0.924	$1\pi/8$	0.383	0.0266	0.0165	-0.0049
2	0.707	$2\pi/8$	0.707	0.1022	0.0422	0.0216
3	0.383	$3\pi/8$	0.924	0.1745	0.0674	0.0458
4	0	$4\pi/8$	1	0.1745	0.0723	0.0364
5	-0.383	$5\pi/8$	0.924	0.1745	0.0674	0.0458
6	-0.707	$6\pi/8$	0.707	0.1022	0.0422	0.0216
7	-0.924	$7\pi/8$	0.383	0.0266	0.0165	-0.0049



b) Der Auftriebsbeiwert berechnet sich zu

$$c_A = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\sum_{\mu=1}^{M}\gamma_\mu \sin\vartheta_\mu = \frac{3\pi}{4}\sum_{\mu=1}^{7}\gamma_\mu \sin\vartheta_\mu = 0.79 \tag{7}$$

Für den Beiwert des induzierten Widerstandes ergibt sich

$$c_{W_i} = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\sum_{\mu=1}^{M}\gamma_\mu\alpha_{i_\mu} \sin\vartheta_\mu = \frac{3\pi}{4}\sum_{\mu=1}^{7}\gamma_\mu\alpha_{i_\mu} \sin\vartheta_\mu = 0.0225 \tag{8}$$