

Universität Stuttgart, Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie  
- Vorlesung -

***Numerische Verfahren hoher Genauigkeit (I):  
Finite-Differenzen-Verfahren***

Hauptdiplom, Vertiefungsfach Strömungslehre  
2 SWS-Vorlesung im WS

Dr. Markus J. Kloker

- 0 **Ziele**; Übersicht und eigene Forschungsarbeiten:  
essentielle Grundlagen für hochgenaue instationäre Simulation  
(Laminarinstabilität, Turbulenz, Strömungsakustik...) mit FD-Verfahren,  
gemeinsame Grundlagen und Vergleich mit FV-, FE-, DG-Verfahren in Teil 2
- I **Gewöhnliche Differentialgleichungen (G-DGLs) Revisited**
  - I.1 Grundtypen: exponentiell abklingender / neutral schwingender Lösungstyp
  - I.2 A-Stabilität, Amplituden-/Phasenfehler, Auflösungsvermögen:  
Euler-Verfahren, explizit/implizit, Trapezregel
  - I.3 Prädiktor-Korrektor- und Runge-Kutta-Verfahren:  
*Optimierungsstrategien: Low Dissipation/Dispersion Schemes*
  - I.4 Mehrstellenverfahren: Leapfrog-, Adams-, Gear-Verfahren
- Diagrammkatalog I: Stabilitätsbereiche und Lösungseigenschaften von G-DGL-Lösern (Zeitintegrationsverfahren für P-DGLs)**
- I.5 Gleichungssysteme: Charakteristische Form: Eigenwerte, -Vektoren,
  - I.5.1 Steifigkeit – explizite/implizite Verfahren
  - I.5.2 Direkte Verfahren mit Aspekten hoher Ordnung

### II Partielle Differentialgleichungen (P-DGLs)

#### II.0 Fundamentallösungen der Grundtypen

*Grundtypdominanz* der strömungsmechanischen Gleichungen

#### II.1 Fortschrittliches Differenzieren: kompakte Finite Differenzen, Fourier-Spektralmethode, Aliasing-Aspekte

#### II.1 Parabolische Gleichungen

Modalanalyse/Auflösungsvermögen von (kompakten) FDs (2. Ableitung);  
*Viskoses Zeitschritt-Limit, Genauigkeitsoptimierungsstrategien*

#### II.2 Hyperbolische Gleichungen

#### II.2.1 Modalanalyse/Auflösungsvermögen/Aliasing-Verhalten von (kompakten) FDs (1. Abl.);

*Konvektives Zeitschritt-Limit, Genauigkeitsoptimierungsstrategien*

#### II.2.2 Verfahrensübersicht: Philosophie der 3 Grundtypen mit numerischer

*Dämpfung; Numerische Dissipation und Dispersion; Zeitschrittlimit, Filterung*

**Diagrammkataloge II, III: Lösungseigenschaften ausgewählter FD-Zeitschrittverfahren hoher Genauigkeit für die Advektions-/Diffusionsgleichung**

#### II.3 Gittertransformation: grundlegende Vorgehensweisen, Genauigkeitsanalysen

M.J. Kloker: *Diagrammkataloge I-III*.

Speziell zur Vorlesung, mit den wichtigsten Definitionen und Literaturstellen, siehe Homepage.

Joel H. Ferziger: *Numerical Methods for Engineering Application*.

Stanford, John Wiley & Sons. (Grundlagen)

Ch. Hirsch: *Numerical Computation of Internal and External Flows*.

Vol. I und II, John Wiley & Sons. (Grundlagen und Anwendungen)

F.Q. Hu, M.Y. Hussaini, J.L. Manthey: Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. *J. Comp. Phys.* 124, 177-191(1996)

Sanjiva K. Lele: Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.* 103, 16-42, 1992

M.J. Kloker: A robust hi-resolution split-type compact FD scheme for spatial DNS of boundary-layer transition. *Appl. Sci. Res.* 59 (4), 1998, siehe Homepage.

A. Babucke, M.J. Kloker: Accuracy analysis of fundamental finite-difference methods on non-uniform grids, IAG-interner Bericht, 2009