

F. X. Wortmann, Stuttgart

DK 533.691.11.042.3
629.135.15
533.661

Ein Beitrag zum Entwurf von Laminarprofilen für Segelflugzeuge und Hubschrauber*)

(Mitteilung aus dem Institut für Gasströmungen der Technischen Hochschule Stuttgart)

Übersicht: Es wird die Frage einer günstigen Vorgabe der Druckverteilung beim Entwurf eines Tragflügelprofils möglichst geringen Widerstandes untersucht. Theoretische Widerstandsrechnungen zeigen, daß man einerseits durch Druckverteilungen, die die turbulente Grenzschicht überall gerade noch nicht zur Ablösung kommen lassen, andererseits durch Variation der Auftriebsverteilung beachtliche Widerstandersparnisse gegenüber bekannten Laminarprofilen erzielen kann. Diese Ergebnisse finden in einer ersten experimentellen Kontrolle eine Stütze.

Summary: The problem of choosing a pressure distribution suitable for the design of aerofoil sections giving as little drag as possible, is investigated. Theoretical calculations on drag indicate that, in comparison with the familiar laminar flow sections, considerable losses in drag can be avoided; on one hand by a pressure distribution which makes the turbulent flow just not separate, and on the other hand by a variation of the lift distribution. These conclusions are supported by preliminary experimental evidence.

Résumé: L'auteur traite le problème de connaître à priori la répartition des pressions la plus favorable, lorsqu'il s'agit de faire le projet d'un profil d'aile portante présentant une résistance aussi faible que possible. Des calculs de résistance théoriques montrent que l'on peut obtenir des diminutions très importantes de la résistance par rapport à celle des profils laminaires connus, soit au moyen de répartitions de pression qui empêchent encore tout juste et partout, un décollement de la couche-limite turbulente, soit au moyen d'une variation de la répartition de la portance. Ces résultats sont confirmés par un premier contrôle expérimental.

1. Einleitung

Die Entwicklung der Tragflügelprofile in den letzten fünfzehn Jahren ist u. a. durch die erfolgreichen Bemühungen gekennzeichnet, den Profilwiderstand zu vermindern. Das in technischer Hinsicht vielleicht bedeutendste Beispiel dafür sind die amerikanischen Untersuchungen [1] an einer neuen Klasse von Tragflügelprofilen, den sogenannten „Laminar“-Profilen. Bei diesen Profilen versucht man mit Rücksicht auf die großen Unterschiede zwischen laminarer und turbulenter Wandreibung den Umschlag der laminaren in die turbulente Grenzschicht möglichst lange hinauszuzögern. Dazu ist eine Stabilisierung der laminaren Grenzschicht notwendig. Diese kann man bekanntlich am einfachsten durch ein Druckgefälle (Geschwindigkeitszunahme) der angrenzenden Potentialströmung erreichen [2]. Bei der Konstruktion von Laminarprofilen hat man darum von entsprechenden Geschwindigkeitsverteilungen auszugehen, deren Höchstgeschwindigkeit relativ weit stromab, etwa in der Umgebung der Profilmittte, liegt, und erst dann die zugehörige Profilform zu berechnen. Bei glatter Profiloberfläche, störungsfreier Anströmung und nicht zu hohen Reynoldschen Zahlen

$$(1) \quad Re_t = U_\infty t / \nu$$

(U_∞ = Anströmgeschwindigkeit, t = Profiltiefe, ν = kinematische Zähigkeit) läßt sich dadurch der Umschlagpunkt

bis in die Nähe der Lage der Höchstgeschwindigkeit verschieben.

Gegenüber älteren, empirisch gefundenen Profilformen, die man oft als „Normal“-Profile bezeichnet, können praktisch brauchbare Laminarprofile durch eine Ausdehnung der laminar bespülten Oberfläche den Widerstand um ungefähr 30 bis 50% vermindern.

Die vorliegende Arbeit wirft nun die Frage auf, ob sich der Profilwiderstand z. B. bei unveränderter Lage der Höchstgeschwindigkeit bzw. des Umschlagspunktes nicht auch dadurch verkleinern läßt, daß man die Geschwindigkeitsverteilung im Bereich der turbulenten Grenzschicht ändert. Bei der theoretischen Untersuchung dieses Gedankens im ersten Teil der Arbeit stellt sich eine beachtliche Empfindlichkeit der turbulenten Grenzschicht gegenüber der Geschwindigkeitsverteilung in dem Druckanstiegsgebiet (Geschwindigkeitsabfall) heraus. Bisher kaum verwendete Verteilungen mit überall abnehmender Verzögerung, welche die Fähigkeit der turbulenten Grenzschicht, einen Druckanstieg überwinden zu können, gleichmäßig ausnutzen, erscheinen vorteilhafter als solche mit zunehmender Verzögerung.

Überträgt man diese Grenzschichtergebnisse auf Geschwindigkeitsverteilungen von Profilen, so zeigt die theoretische Widerstandsberechnung in allen Fällen die Zweckmäßigkeit derartiger Verteilungen. Damit ist ein neues Ent-

*) Umgearbeitete Fassung des ersten Teiles einer von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Hochschule Stuttgart angenommenen Dissertation (eingereicht am 29. 11. 1954). Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. A. Weise; Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. H. Focke. — Herrn Prof. Weise möchte ich für seine konstruktive Kritik bei der Entstehung dieser Arbeit meinen Dank aussprechen.

wurfsprinzip für die Konstruktion von Geschwindigkeitsverteilungen gewonnen, das neben den Erfordernissen der laminaren Grenzschicht auch die der turbulenten Grenzschicht berücksichtigt. Seine Vorzüge werden in einem Sonderfall, bei dem der unumgängliche Druckanstieg vor der Profilhinterkante mittels einer „Optimalverteilung“¹⁾ auf kürzester Strecke überwunden wird, besonders augenfällig: Eine Optimalverteilung nutzt die turbulente Grenzschicht im Druckanstiegsgebiet nicht nur rationell aus, sondern läßt auch die Ausdehnung der laminaren Grenzschicht maximal werden. Dabei ist allerdings die Möglichkeit, die Grenzschicht über hinreichend lange Strecken laminar halten zu können, vorausgesetzt. Mit anderen Worten: man muß sich, solange man auf Grenzschichtabsaugung und dergleichen verzichtet, auf kleinere *Reynoldssche* Zahlen, wie sie bei Segelflugzeugen, Hubschraubern und Windrädern vorliegen, beschränken.

Bei diesen Anwendungen ist man aber nicht nur an Profilen geringen Widerstandes, sondern ebenso daran interessiert, innerhalb möglichst großer Auftriebsspannen einen kleinen Widerstand zu erreichen. Damit ist eine weitere Aufgabe skizziert, für die im zweiten Teil der Arbeit an Hand dreier Profilentwürfe und unter Anwendung von Optimalverteilungen verschiedenartige Lösungswege studiert werden. Der erste Entwurf verfolgt die bekannte Möglichkeit, den Auftriebsbereich geringen Widerstandes, die sogenannte Laminardelle, durch eine große Profildicke zu erweitern. Dabei soll jedoch der bei kleinen *Reynoldsschen* Zahlen beachtliche Widerstandanstieg dicker Laminarprofile vermieden werden. Für diesen ersten Profilentwurf liegen inzwischen Vergleichsmessungen mit einem NACA-Laminarprofil vor. Die beiden weiteren Entwürfe versuchen, auch Auftriebswerte außerhalb der Laminardelle verwendungsfähig zu machen, und zwar in der Weise, daß jeweils oberhalb der Delle eine nur mäßige, aber unterhalb eine um so stärkere Widerstandszunahme entsteht oder umgekehrt. Die Verwendbarkeit dieser Profiltypen geht also nach einer Seite hin über die eigentliche Laminardelle hinaus.

Beim Entwurf dieser drei Profile erkennt man, daß auch die Auftriebsverteilung längs der Profiltiefe einen sehr wesentlichen Einfluß auf den Profilverstand, den Höchstauftrieb und die Profildicke hat. Es wird gezeigt, wie man durch Wahl geeigneter Auftriebsverteilungen bestimmte technische Forderungen erfüllen kann. Aus einer abschließenden Diskussion dieses Problems ergeben sich, zusammen mit einer Auswertung der experimentellen Ergebnisse, Leitlinien zur Weiterentwicklung spezieller Profile für Segelflugzeuge, Hubschrauber und Windräder.

2. Zur Entwicklung der turbulenten Grenzschicht bei Druckanstieg

Es soll in diesem Abschnitt auseinandergesetzt werden, wie die turbulente Grenzschicht bei Druckanstieg auf verschiedenartige Geschwindigkeitsverteilungen reagiert. Dabei sind die Impulsverlustdicke

$$(2) \quad \vartheta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

[$u(x, y)$ bzw. $U(x)$ = Geschwindigkeitsbeträge innerhalb bzw. am Außenrand der Grenzschicht, x bzw. y

¹⁾ Die Bezeichnung „Optimalverteilung“ ist nur insoweit gerechtfertigt, als man die bekannten Näherungsverfahren zur Beschreibung der Grenzschichtentwicklung heranzieht.

= Koordinaten in bzw. senkrecht zur Strömungsrichtung] und der mit der Verdrängungsdicke

$$(3) \quad \delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

gebildete Formparameter

$$(4) \quad H = \delta^*/\vartheta$$

diejenigen Grenzschichtgrößen, welche zur Widerstandsbestimmung eines Profils benötigt werden. Vorweg sei bemerkt, daß der Formparameter, welcher das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht charakterisiert, den Profilverstand nur unwesentlich beeinflußt. Er gibt aber Auskunft über die Ablöseigung der Grenzschicht und entscheidet damit, ob sich ein bestimmter Druckanstieg überhaupt realisieren läßt.

Zur Berechnung von ϑ und H dient hier das Quadraturverfahren von E. Truckenbrodt [3]. (Ähnliche Verfahren sind in den USA entwickelt worden, vgl. [4, 5]). Dieses Verfahren berücksichtigt nicht nur neuere Untersuchungen über die Wandschubspannung bei Druckanstieg und den Energieverlust der turbulenten Grenzschichten, sondern benutzt auch, im Gegensatz zu älteren Methoden, für die Berechnung des Formparameters keine empirische Beziehung, sondern eine aus dem Impuls- und dem Energieerhaltungssatz der Grenzschicht hergeleitete Gleichung. Darüber hinaus erfordert es einen nur mäßigen Aufwand an Zeit und Arbeit.

Bezieht man die Geschwindigkeit $U(x)$ auf die Anströmgeschwindigkeit U_{∞} und alle Längen auf die Profiltiefe t , so wird nach Truckenbrodt

$$(5) \quad \frac{\vartheta}{t} = \frac{[c_1 + (c_f/2)^{1+n} \int_{x_1/t}^{x/t} (U/U_{\infty})^{3+2n} d(x/t)]^{1/(1+n)}}{(U/U_{\infty})^3}$$

mit $n = 1/6$ und

$$(6) \quad c_1 = [(U_1/U_{\infty})^3 (\vartheta_1/t)^{1+n}]$$

Dabei ist nach Prandtl

$$(7) \quad c_f = 0,074 Re_t^{-0,20}$$

der Widerstandsbeiwert einer längs angeströmten und einseitig benetzten ebenen Platte der Länge t . Der Index 1 bezeichnet die Werte im Anfangspunkt der Rechnung, der in dieser Arbeit immer mit dem Beginn der starken Geschwindigkeitsabnahme zusammenfällt.

An Stelle des Formparameters H führt Truckenbrodt den Parameter L ein:

$$(8) \quad L = \frac{\xi_1}{\xi} L_1 + \ln \frac{U(\xi)}{U_1} + \frac{1}{\xi} \int_{\xi_1}^{\xi} \left[b - \ln \frac{U(\xi)}{U_1} \right] d\xi$$

Zwischen H und L besteht ein eindeutiger Zusammenhang, vgl. Tabelle 1. Als Abkürzung sind in Gl. (8) die Größen

$$(9) \quad \xi = \left[c_1 + \left(\frac{c_f}{2}\right)^{1+n} \int_{x_1/t}^{x/t} \left(\frac{U}{U_{\infty}}\right)^{3+2n} d\left(\frac{x}{t}\right) \right]^4$$

und

$$(10) \quad b = 0,07 \lg \frac{U\vartheta}{\nu} - 0,23$$

eingeführt. Die eckige Klammer in Gl. (9) kommt bereits bei der Berechnung der Impulsverlustdicke vor, vgl. (5).

Tabelle 1. Zusammenhang der Formparameter H und L nach einer graphischen Darstellung von E. Truckenbrodt [3].

H	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9
$10^3 L$	0	-87	-112	-133	-147
H	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$10^3 L$	-157	-166	-174	-179	-182

Um den Einfluß verschiedenartiger Geschwindigkeitsabnahmen auf die Impulsverlustdicke der turbulenten Grenzschicht zu diskutieren, genügt es, eine vereinfachte Geschwindigkeitsverteilung von Laminarprofilen anzunehmen: Es bleibe im Bereich $0 \leq x/t \leq x_1/t < 0,7$

$$(11) \quad U(x)/U_\infty = U_1/U_\infty = \text{const},$$

und an der Hinterkante (Index t) sei

$$U_t/U_\infty = 1.$$

Läßt man als weitere Annahme die Lage x_u des Umschlagspunktes mit dem Beginn des Druckanstiegs x_1 zusammenfallen, so erhält man einmal für die laminare Impulsverlustdicke ϑ_1 aus der bekannten Formel der ebenen Platte

$$(12) \quad \vartheta_1/t = (0,664/\sqrt{Re_t}) \sqrt{(U_\infty/U_1)(x_1/t)},$$

zum anderen verschwindet L_1 . Die Zulässigkeit der getroffenen Vereinfachung wird weiter unten erläutert.

Bild 1, oben, gibt mit den Verteilungen (1) bis (4) einige Beispiele für verschiedenartige Geschwindigkeitsabnahmen. Dabei entsprechen die Verteilungen (3) und (4) ungefähr den NACA-Laminarprofilen, während von den Verteilungen (1) und (2) gezeigt werden soll, daß sie einen vorteilhafteren Verteilungstyp darstellen. So liest man aus den Ergebnissen der Grenzschichtrechnung, die zunächst für $Re_t = 10^6$ durchgeführt wurde, in Bild 1, Mitte, ab, daß die für den Widerstand maßgebende Impulsverlustdicke ϑ_t an der Hinterkante kräftig variiert: Z. B. ist $\vartheta_t^{(4)}$ um 27% größer als $\vartheta_t^{(1)}$. Dieser Zusammenhang, der qualitativ schon aus (5) abzulesen ist, läßt sich auch so formulieren: Eine Geschwindigkeitsabnahme vom Typ (1) oder (2) liefert entweder bei einer gleich großen Gesamtabnahme ein kleineres ϑ_t oder kann bei gleich großem ϑ_t größere Geschwindigkeitsabnahmen als die Verteilungen (3) oder (4) überwinden.

In Bild 1, unten, erkennt man, daß sich die Eigenheiten der Verteilungstypen im Verlauf des Formparameters noch ausgeprägter wiederfinden: Der Formparameter $L(x)$ der Verteilung (1) zeigt, ähnlich wie der Geschwindigkeitsgradient, bereits bei $x/t \approx 0,5$ ein Minimum, während er bei den Verteilungen (3) und (4) erst an der Hinterkante, dann allerdings rapide, absinkt. Die Verteilung (2) zeichnet sich durch einen konstanten Verlauf des Formparameters aus.

Um einen besseren Überblick zu gewinnen, wie groß die Unterschiede in ϑ_t werden können, wurden für die Verteilung (2) und (3) weitere Vergleichsrechnungen durchgeführt. Dabei wurde U_1 für die beiden festen Werte $x_1/t = x_u/t = 0,4$ bzw. $0,7$ variiert und zu jedem U_1 die lineare Geschwindigkeitsabnahme (Index L) mit der Verteilung verglichen, die vom gleichen Punkt aus einen konstanten

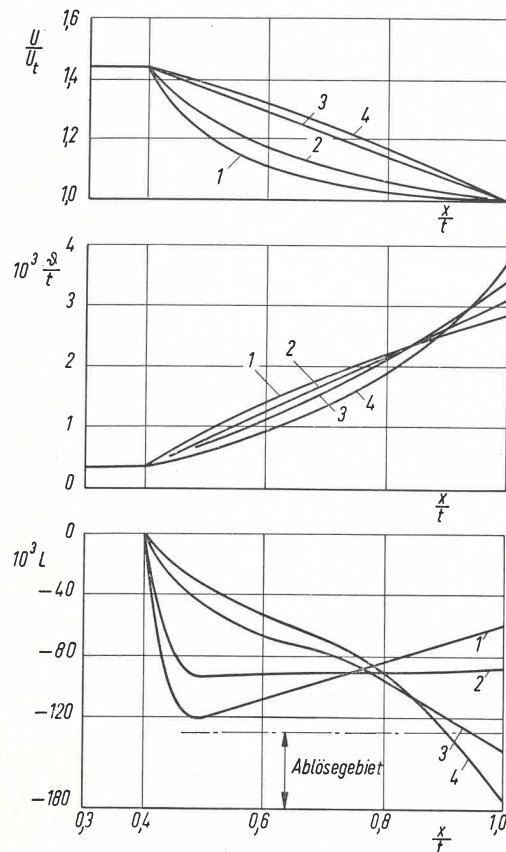


Bild 1. Der Verlauf der Impulsverlustdicke ϑ und des Formparameters L der turbulenten Grenzschicht für verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen U/U_∞ und $Re_t = U_\infty t/\nu = 10^6$

Formparameter (Index c) liefert. Das Verhältnis $(\vartheta_{tL} - \vartheta_{tc})/\vartheta_{tc}$ ist in Bild 2 über dem für $Re_t = 10^6$ berechneten Formparameter H_c aufgetragen. Man liest daraus ab, daß die H_c -Verteilung gegenüber der linearen Geschwindigkeitsabnahme bei gleichem x_1 und U_1/U_t zu beträchtlich kleineren Impulsverlustdicken an der Hinterkante führen kann. Und zwar werden diese Vorteile um so größer, je größer H_c bzw. je steiler der Druckanstieg in der hinteren Hälfte eines Profils verläuft. Der mögliche Gewinn wird also einerseits bei dicken Profilen, dann aber auch bei mäßig dicken Sonderprofilen, bei denen der gesamte Druckanstieg auf einer Profilstelle erfolgt (vgl. Abschnitt 6 und 8), besonders groß werden. Der Knick in den Linien mit dem Parameter $Re_t = 10^6$ deutet an, daß für $H_c \approx 1,75$ die lineare Vergleichsverteilung bereits die Ablösegrenze ($H \approx 2,5$) überschreitet und $(\vartheta_{tL} - \vartheta_{tc})/\vartheta_{tc}$ dadurch sprunghaft anwächst. Der gestrichelte Bereich oberhalb der Linien $Re_t = 10^6$ besagt, daß die Unterschiede zweier Geschwindigkeitsverteilungen in bezug auf ϑ_t mit wachsender Reynoldsscher Zahl leicht zunehmen.

Auf Grund einer größeren Rechenerfahrung ist es wahrscheinlich, daß mit einer solchen Geschwindigkeitsverteilung, deren entsprechender Formparameter konstant ist und überall den Wert der Ablösegrenze annimmt, ein bestimmter Druckanstieg sowohl mit kleinstem ϑ_t als auch auf kürzester Strecke überwunden wird. Dieser Sonderfall, der die Vorteile eines rationellen Druckanstiegs mit der größtmöglichen Verlängerung der laminaren Laufstrecke verbindet, soll weiterhin als „Optimalverteilung“ bezeichnet werden.

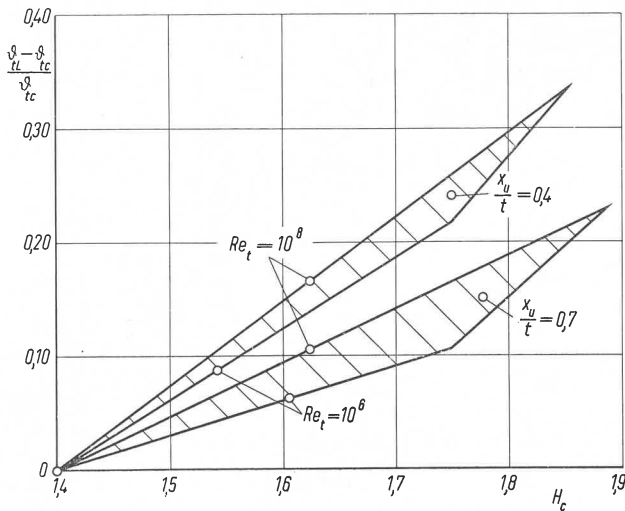


Bild 2. Die relativen Unterschiede der Impulsverlustdicken an der Hinterkante bei linearer Geschwindigkeitsabnahme (Index L) und bei konstantem (Index c) Formparameter H_c für $x_u/t = 0,4$ und $0,7$ sowie für $Re_t = 10^6$ und 10^8 . Der für $Re_t = 10^6$ berechnete Abszissenwert H_c ist ein Maß für die Steilheit des Druckanstiegs

Zur genauen Definition der Optimalverteilung ist es noch notwendig, kurz auf die Ablösung der turbulenten Grenzschicht einzugehen. Bekanntlich läßt sich dafür bis heute noch kein zuverlässiges Kriterium angeben. So führt Truckenbrodt [3] den relativ großen Bereich $1,8 \leq H_a \leq 2,3$ an, innerhalb dessen es zur Ablösung kommen kann. Amerikanische Messungen [6, 7] an zweidimensionalen Grenzschichten liefern wesentlich größere Werte für den Formparameter der Ablösung, etwa $2,3 \leq H_a \leq 2,7$. Da die Übertragbarkeit jener Messungen auf Geschwindigkeitsverteilungen mit konstantem Formparameterverlauf unsicher ist (vgl. Abschnitt 8), so soll die Optimalverteilung in dieser Arbeit vorsichtig mit $L_c = -0,130$ bzw. $H_c = 1,8$ definiert werden.

In diesem Zusammenhang ist darauf hinzuweisen, daß die Konstanz des Formparameters durch eine Variation

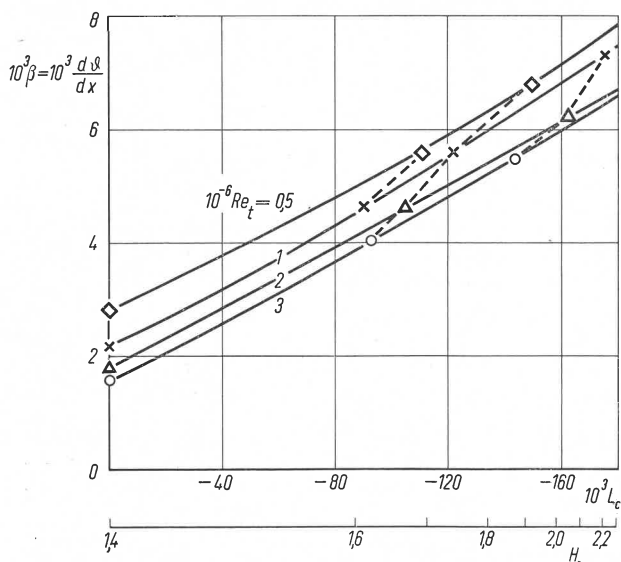


Bild 3. Der Anstieg β der turbulenten Impulsverlustdicke bei konstantem Formparameter H_c oder L_c in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl. Die gestrichelten Linien geben die Änderung des Formparameters durch eine Variation der Reynoldsschen Zahl bei gleichbleibender Geschwindigkeitsverteilung an

der Reynoldsschen Zahl praktisch ungeändert erhalten bleibt. Lediglich der Wert von L_c steigt und fällt (vgl. Bild 3) mit wachsender und sinkender Reynoldsscher Zahl. Die Unsicherheit der Ablösegrenze ist also gleichbedeutend mit einer Unsicherheit der Reynoldsschen Zahl, bei welcher die Ablösung wirklich eintritt. Unter Beachtung der unveränderten Konstanz läßt sich darum die Optimalverteilung auch als diejenige Geschwindigkeitsverteilung beschreiben, welche die Ablösung bei gegebenem U_1/U_t und x_1 bis zu möglichst kleinen Reynoldsschen Zahlen verhindert.

Wenn bei den hier gewählten vereinfachten Verteilungen die Geschwindigkeit im laminaren Bereich als konstant angenommen wird, so ist diese Vereinfachung deswegen erlaubt, weil sich einerseits die laminare Impulsverlustdicke für schwach positive Geschwindigkeitsgradienten nur wenig gegenüber dem Wert der ebenen Platte ändert, andererseits aber ∂_t weitgehend von ∂_1 unabhängig ist, jedenfalls, solange $\partial_t/\partial_1 > 4$ bleibt. Das gleiche gilt in verstärktem Maße für den turbulenten Formparameter.

3. Zur Widerstandsberechnung

Für die Berechnung des Profilwiderstandes sei in dieser Arbeit auf die grundlegenden Formeln von H. B. Squire und A. D. Young [8] und J. Pretsch [9] zurückgegriffen. Danach wird der dimensionslose Widerstandsbeiwert

$$(13) \quad c_w = W/qF$$

(W = Widerstand, F = Bezugsfläche, q = Staudruck) zweidimensional umströmter Körper:

$$(14) \quad c_w = 4 \frac{\partial_t}{t} \left(\frac{U_t}{U_\infty} \right)^{(H_t+5)/2}$$

soweit es sich um symmetrische, nicht angestellte Profile handelt. Im allgemeinen Fall, bei dem sich die Geschwindigkeitsverteilungen auf der Ober- und Unterseite (Index o bzw. u) unterscheiden, spaltet Gl. (14) auf in

$$(15) \quad c_w = 2 \frac{\partial_{to}}{t} \left(\frac{U_{to}}{U_\infty} \right)^{(H_{to}+5)/2} + 2 \frac{\partial_{tu}}{t} \left(\frac{U_{tu}}{U_\infty} \right)^{(H_{tu}+5)/2}$$

Gegenüber den Ausführungen des vorhergehenden Abschnitts tritt also bei der Berechnung des Profilwiderstandes neben ∂_t als weitere wesentliche Größe die Geschwindigkeit U_t an der Profilhinterkante hinzu.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei bemerkt, daß hier unter U_t immer die effektive Geschwindigkeit an der Hinterkante außerhalb der Grenzschicht gemeint ist. Der bei keilförmig auslaufenden Profilformen lediglich potentialtheoretisch vorhandene, steile Druckanstieg unmittelbar vor der Hinterkante soll also unberücksichtigt bleiben, da er ja durch die Rückwirkung der Grenzschicht auf die Potentialströmung ohnehin verschwindet. Für den Profilentwurf kann man sich darum auf Geschwindigkeitsverteilungen beschränken, deren Gradient etwa von $x/t \approx 0,95$ an konstant bleibt. Mit dieser Festsetzung wird das effektive U_t erfahrungsgemäß auch bei keilförmig auslaufenden Profilen hinreichend genau wiedergegeben²⁾. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Größe U_t in dieser Auffassung genau wie bei Profilen mit verschwindendem Hinterkantenwinkel von der gesamten Profilform abhängig ist. Denkt man sich die Um-

²⁾ Dies gilt erst recht bei Profilen, deren Form aus einer vorgegebenen Geschwindigkeitsverteilung errechnet wurde, weil der potentialtheoretische Druckanstieg dann auf den Bereich $0,97 \leq x/t \leq 1,00$ begrenzt bleiben kann. Vgl. dazu die NACA-Profile der 6 A-Serie (NACA Rep. 903).

strömungsgeschwindigkeit z. B. eines symmetrischen Profils aus einer Quell-Senkenbelegung (Singularitätenbelegung) $q(x)$ entstanden, so fordert die Schließungsbedingung

$$(16) \quad \int_0^1 q(x) d\left(\frac{x}{t}\right) = 0$$

ein Verschwinden der Gesamtergiebigkeit. Liegen in der vorderen Profilhälfte zweier Profile gleichartige Quellverteilungen vor, so ist ohne weiteres einzusehen, daß die verschiedenen Geschwindigkeitsabnahmen (1) und (4) in Bild 1 nicht durch Senkenverteilung gleich großer Gesamtintensität erzeugt werden können. Vielmehr würde das Beispiel (1) gegenüber (4) entweder eine größere Gesamt-senkenintensität erfordern (und die Schließungsbedingung verletzen), oder es müßte die Geschwindigkeitsverteilung (1) flacher verlaufen, d. h. zu einem größeren U_t als im Beispiel (4) führen.

Daß eine kleine Änderung von U_t aber nicht unbedingt so stark ins Gewicht fallen muß, wie es nach Gl. (14) auf den ersten Blick erscheint, wird deutlich, wenn man Gl. (4) in Gl. (14) einsetzt. Es kommt also noch sehr darauf an, wie die Änderung von U_t die übrige Geschwindigkeitsverteilung beeinflusst.

Zur Klärung der angeschnittenen Frage kann man etwa Entwürfe symmetrischer Profile mit den bekannten symmetrischen NACA-Profilen der 6-Serie vergleichen, wobei man entweder den Beginn des Druckanstiegs gleichbleibend ($x_1 = \text{const}$) oder aber zugunsten einer Optimalverteilung variabel annehmen kann. Für die jeweiligen Vergleichsprofile ist natürlich eine gleiche maximale Profildicke und ein ebenfalls verschwindender Hinterkantenwinkel zu fordern. Für den zweiten Fall (Optimalverteilung, $L_c = -0,130$, $x_1 = 0,7$) lieferte ein Rechenbeispiel (vgl. meine Dissertation, Stuttgart 1955) für zwei 15% dicke Profile einen Widerstandsgewinn von etwa 15% für das Profil mit der Optimalverteilung. Dieser Gewinn ist von gleicher Größenordnung wie der in Abschnitt 2 (Bild 2) angegebene. Weitere inzwischen durchgeführte Rechnungen lassen erkennen, daß diese Vorteile im ersten Fall (gleiche x_1 bzw. x_u) wesentlich geringer werden und auf etwa 30 bis 40% der in Bild 2 angegebenen Werte zusammenschrumpfen. Wandert der Umschlagpunkt zur Profilverdickung, so verringern sich die Widerstandsunterschiede weiterhin, ohne jedoch völlig zu verschwinden. Man gewinnt also den Eindruck, daß die hier für den Druckanstieg vorgeschlagenen Geschwindigkeitsverteilungen ein in allen Fällen zweckmäßiges Entwurfsprinzip darstellen, dessen Vorteile besonders dann spürbar werden, wenn relativ große Druckunterschiede überwunden werden müssen.

4. Berechnung von Geschwindigkeitsverteilungen für konstante Formparameter

Wenn in den vorhergehenden Abschnitten lediglich die Zweckmäßigkeit solcher Geschwindigkeitsverteilungen, die im Gebiet des Druckanstiegs einen konstanten Formparameter liefern, erläutert wurde, so soll jetzt beschrieben werden, wie derartige Verteilungen wenigstens näherungsweise zu gewinnen sind. Es bleibt also die Aufgabe, den in Gl. (8) angegebenen Zusammenhang umzukehren und nicht $L(U(x))$, sondern bei gegebener Reynoldsscher Zahl und Lauflänge der turbulenten Grenzschicht die Verteilung $U(x)$ für einen gewünschten Formparameterwert $L(x)$ zu berechnen. Die Auflösung der Gl. (8) nach

$U(x)$ macht jedoch Schwierigkeiten. Da im Laufe einer größeren Zahl von Beispielrechnungen für den Fall konstanter Formparameter immer ein lineares Anwachsen der turbulenten Impulsverlustdicke

$$(17) \quad \frac{\vartheta}{t} = \frac{\vartheta_1}{t} + \beta \frac{x - x_1}{t}, \quad \beta = \frac{d\vartheta}{dx} \quad (x > x_1)$$

festzustellen war, so bietet sich die einfachere Möglichkeit, $U(x)$ aus Gl. (5) zu bestimmen. Dabei wird, wenn man zur Vereinfachung noch $n = 0$ setzt, mit Gl. (5) und Gl. (17)

$$(18) \quad \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^3 \left(\frac{\vartheta_1}{t} + \beta \frac{x - x_1}{t}\right) = c_1 + \frac{c_f}{2} \int_{x_1/t}^{x/t} \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^3 d\left(\frac{x}{t}\right).$$

Die Lösung dieser Integralgleichung für die rein turbulente Grenzschicht mit $c_1 \equiv 0$ ist:

$$(19) \quad \frac{U}{U_\infty} = C \left(\frac{\vartheta_1}{t\beta} + \frac{x - x_1}{t}\right)^{-m}, \quad m = 0,33 - \frac{c_f}{6\beta}.$$

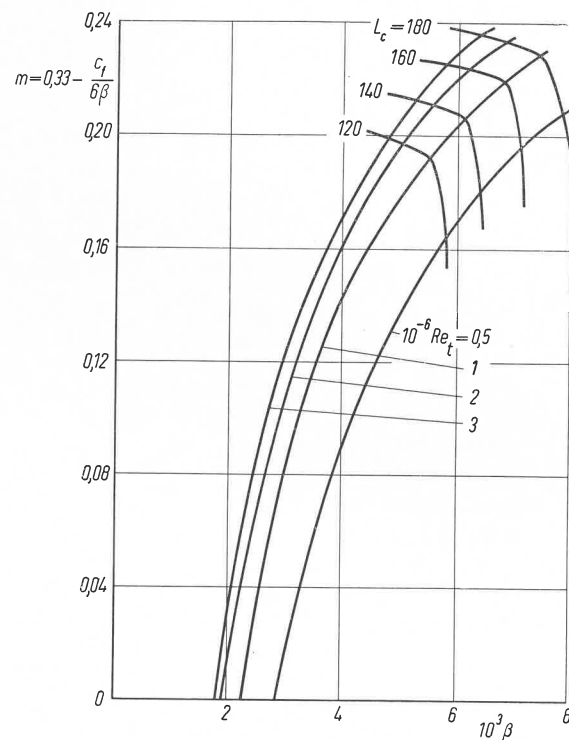


Bild 4. Der Exponent m der Gl. (19) als Funktion des Gradienten β der turbulenten Impulsverlustdicke für einige Reynoldssche Zahlen und Formparameterwerte

An der Stelle $x = x_1$ soll $U = U_1$ sein; daher wird

$$(20) \quad C = (U_1/U_\infty) (\vartheta_1/t\beta)^m$$

und

$$(21) \quad \frac{U}{U_\infty} = \frac{U_1/U_\infty}{[1 + (\beta/\vartheta_1)(x - x_1)]^m}$$

Die rechnerisch ermittelten Werte von $\beta(Re_t; L_c)$ für verschiedene Reynoldssche Zahlen und Formparameter sind in Bild 3 dargestellt. Die strichpunktiert eingezeichneten Linien geben die Änderung des Formparameters mit der Reynoldsschen Zahl bei gleichbleibender Geschwindigkeitsverteilung an. In Bild 4 sind die Werte $m = 0,33 - c_f/6\beta$ für die Reynoldsschen Zahlen 0,5; 1,0; 2,0; $3,0 \times 10^6$ über β aufgetragen.

Die nachträgliche rechnerische Kontrolle der Gl. (21) im Bereich $0,3 \leq x_1 \leq 0,7$ nach Gl. (5) und (8) bestätigte die

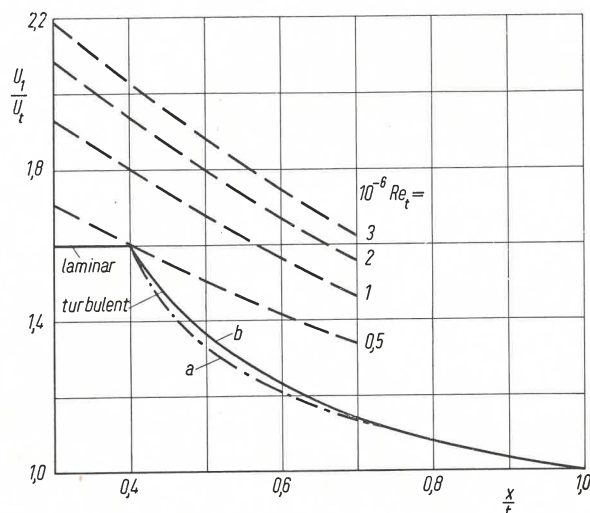


Bild 5. Das Geschwindigkeitsverhältnis U_1/U_t unter der Nebenbedingung $H_c = 2,1$ oder $L_c = -0,166$ für $0,3 \leq x \leq 0,7$ und $0,5 \cdot 10^3 \leq Re_t \leq 3,0 \cdot 10^6$.

- a) Geschwindigkeitsverteilung nach Gl. (21);
 b) korrigierte Geschwindigkeitsverteilung für konstante Formparameter H_c oder L_c .

Zuverlässigkeit der Gl. (21). Die Vereinfachung $n = 0$ äußert sich lediglich darin, daß der Geschwindigkeitsgradient und damit auch $L(x)$ im Bereich

$$x_1/t \leq x/t \leq x_1/t + 0,25$$

etwas zu klein wiedergegeben werden. Ein Beispiel dafür ist in Bild 5 angegeben.

Für den Entwurf vollständiger Geschwindigkeitsverteilungen von Profilen ist es noch vorteilhaft, das Verhältnis U_1/U_t in Abhängigkeit von x_1 und Re_t unter der Nebenbedingung eines konstanten Formparameters zu kennen. Aus Gl. (21) ergibt sich

$$(22) \quad \frac{U_1}{U_t} = \left[1 + \frac{\beta}{\vartheta_1} (1 - x_1) \right]^m$$

Nimmt man für die bis $x = x_1$ laminar vorausgesetzte Grenzschicht wieder $U = U_1 = \text{const}$ an, so erhält man mit Gl. (12)

$$(23) \quad \frac{U_1}{U_t} = \left[1 + \frac{\beta(Re_t; L_c) \sqrt{Re_t}}{0,664} \sqrt{\frac{U_1}{U_\infty} \frac{1 - x_1}{x_1}} \right]^m$$

Diese Beziehung, die das Verhältnis der Geschwindigkeiten am Anfang und Ende des Druckanstiegs unter der Nebenbedingung eines konstanten L angibt, ist in Bild 5 für $L_c = -0,166$ bzw. $H_c = 2,1$ und einige Werte x_1 und Re_t aufgezeichnet. Die geforderte Konstanz des Formparameters bzw. die entsprechende Variation der Geschwindigkeit U_1 mit x_1 hat übrigens zur Folge, daß $\beta(Re_t; L_c)$ praktisch nicht von x_1 abhängt und unmittelbar aus Bild 3 entnommen werden kann. Die auf der rechten Seite der Gl. (23) stehende Größe $\sqrt{U_1/U_\infty}$ läßt sich abschätzen und einfach sukzessive berechnen.

Bild 5 ist für den Profilentwurf insofern sehr vorteilhaft, als man sofort erkennen kann, ob die turbulente Grenzschicht einen bestimmten Druckanstieg bei einer gegebenen Reynoldsschen Zahl und unter sorgfältiger Auswahl der Geschwindigkeitsverteilung noch sicher ohne Ablösung überwinden kann. Noch wichtiger ist die Möglichkeit, umgekehrt aus Gl. (23) für einen vorgegebenen Druckanstieg das zugehörige β und damit über Gl. (17) und (14) ohne jede Grenzschichtrechnung sehr schnell den Profil-

widerstand ermitteln zu können. Darüber hinaus ergibt sich aus Gl. (22) durch Einsetzen des entsprechend größeren ϑ_1 auch das ablösungsfreie U_1/U_t für den Fall, daß der Umschlagspunkt nicht mit x_1 zusammenfällt, sondern weiter vorn liegt.

Abschließend sei darauf verwiesen, daß bis heute noch keine experimentellen Untersuchungen turbulenter Grenzschichten mit konstantem Formparameter H bzw. L vorliegen, daß also die Zuverlässigkeit der hier entwickelten Zusammenhänge noch geprüft werden muß.

5. Entwurfsbeispiele

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, sollen mit den folgenden Entwürfen drei Lösungswege für die Aufgabe, bei kleinen Reynoldsschen Zahlen um $Re_t \approx 10^6$ innerhalb möglichst großer Auftriebsspannen kleine Widerstandswerte zu erreichen, untersucht werden. Während beim ersten Entwurf ein ähnliches Prinzip wie bei üblichen Laminarprofilen benutzt wird, versuchen die beiden weiteren Entwürfe auch außerhalb der Laminardelle einen nur mäßigen Widerstandszuwachs zu realisieren. Da man einen solchen gestreckten Verlauf der Polare bekanntlich oft bei „Normal“-Profilen findet, so seien diese Entwürfe, die die Eigenschaften zweier Profilklassen verbinden sollen, als Kombinationsprofile bezeichnet.

Zunächst werden hier nur die Geschwindigkeitsverteilungen der Entwürfe und einige unmittelbare Folgerungen beschrieben. Ein eingehenderer Vergleich erfolgt in der Diskussion in Abschnitt 7. Die Profilformen sind aus den Geschwindigkeitsverteilungen mit Hilfe des von F. Riegels [10] entwickelten und von E. Truckenbrodt [11] erweiterten Singularitätenverfahrens berechnet worden.

Dieses Verfahren spaltet die Geschwindigkeitsverteilung eines Profils in die beiden von der Profildicke und der Profilwölbung herrührenden Anteile U_D und ΔU auf nach der Beziehung

$$U = U_D \pm \Delta U$$

mit

$$U_D = \frac{1}{2}(U_o + U_u),$$

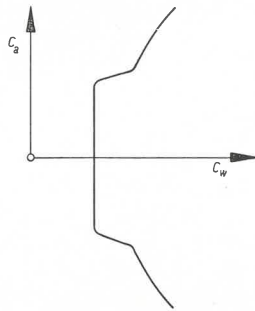
$$\Delta U = \frac{1}{2}(U_o - U_u).$$

Der zu einer vorgegebenen ΔU -Verteilung gehörende Auftriebsbeiwert $c_a = \text{Auftrieb}/Fq$ errechnet sich nach dem Satz von Kutta-Joukowski zu

$$c_a = 4 \int_0^1 \frac{\Delta U}{U_\infty} d\left(\frac{x}{t}\right).$$

Die Auswahl der Geschwindigkeitsverteilung im Bereich der voraussichtlich laminaren Grenzschicht ($x \leq x_1$) lehnt sich bei den folgenden Entwürfen an die üblichen Laminarprofile an. Dabei ist der in diesem Bereich positive Geschwindigkeitsgradient mit Rücksicht auf die Veränderung der Geschwindigkeitsverteilung durch eine Profilanstellung bekanntlich so gewählt, daß z. B. bei einer bestimmten positiven Anstellung (oder positivem Δc_a) auf der Profiloberseite eine gerade konstante Geschwindigkeitsverteilung entsteht. Dann bleibt der Geschwindigkeitsgradient für alle kleineren Anstellungen bis zum Geschwindigkeitsmaximum immer positiv, begünstigt also die Laminarhaltung. Für größere Δc_a entsteht auf der Profiloberseite in der Nähe der Profilnase eine Geschwindigkeitsspitze, die den Umschlagspunkt früher oder später sprunghaft nach vorn zieht. Dieser

Vorgang, der sich im Prinzip bei jedem Profil abspielt, wirkt sich bei einem Laminarprofil wegen der relativ großen Wanderung der Umschlagpunkte, aber auch wegen der steilen Geschwindigkeitsabnahme in der hinteren Profilhälfte in einer kräftigen Widerstandszunahme aus.



Skizze. Laminardelle der Profilpolare

Die Profilpolare c_a über c_w erhält dadurch die bekannte charakteristische Laminardelle, innerhalb derer der Widerstand besonders klein ist (vgl. Skizze).

Erfährt eine vorgegebene ΔU -Verteilung durch Grenzschichtinflüsse keine starken Änderungen in der Nähe der Profilhinterkante und ist $\Delta U = \text{const}$ im Bereich $0 \leq x \leq x_1$, so liegt das entsprechende c_a etwa in der Mitte der Laminardelle. Dieser c_a -Wert wird daher oft als Entwurfs- c_a (Index i) bezeichnet.

Laminarprofil I

Die Geschwindigkeitsverteilung dieses Entwurfs (Bild 6 a) läßt erkennen, daß für die laminare Grenzschicht auf der Profilunterseite mit etwa 75 % der Profiltiefe eine größere Lauflänge als auf der Oberseite zu erwarten ist. Weiterhin ersieht man, daß die in Abschnitt 3 erwähnten Schwierigkeiten, welche die zur x -Achse konkaven Optimalverteilungen hinsichtlich der Hinterkantengeschwindigkeit U_t bieten, durch die ungleichmäßige ΔU -Verteilung in der hinteren Profilhälfte z. T. vermieden werden können: Die Verteilung U_D zeigt jetzt eine im Mittel etwa lineare Geschwindigkeitsabnahme. Da die ΔU -Verteilung außerdem ihren Schwerpunkt in der vorderen Profilhälfte hat,

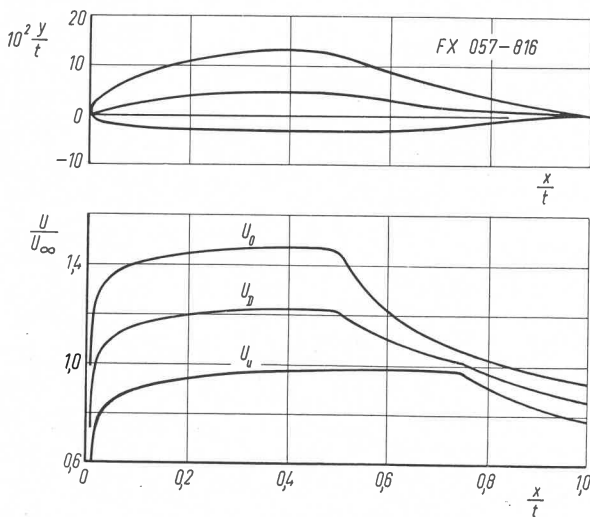


Bild 6 a. Geschwindigkeitsverteilung und Profilform des 16% dicken Segelfluglaminarprofils
Entwurfs- $c_a = 0,78$

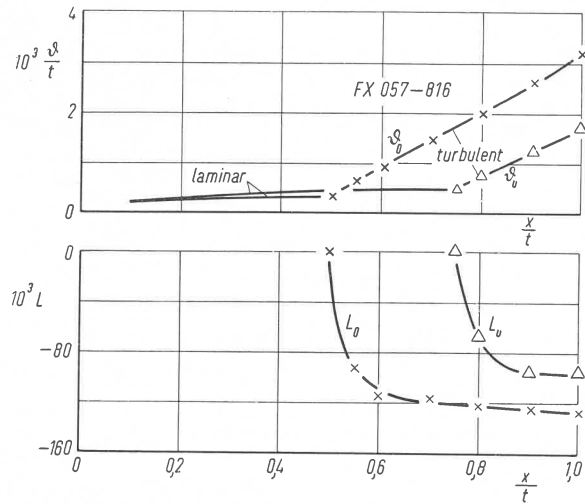


Bild 6 b. Impulsverlustdicke und turbulenter Formparameter des 16% dicken Segelfluglaminarprofils bei $Re_t = 10^6$.
Indizes: o bzw. u = Ober- bzw. Unterseite. Entwurfs- $c_a = 0,78$

so wird das Moment dieses Profils um den $t/4$ -Punkt relativ klein.

Ein rechnerischer Widerstandsvergleich mit einem 15% dicken NACA 65-815-Profil ergab bei der vorausgesetzten Lage des Umschlagpunktes für das NACA-Profil einen 24% größeren Profilwiderstand. Außerhalb der Laminardelle ist für diesen ersten Entwurf ein Verlauf wie bei üblichen Laminarprofilen zu erwarten.

Kombinationsprofil I

Vergleicht man die Widerstandszunahme, die entsteht, wenn an einer ebenen Platte der Umschlagpunkt von $x_u/t = 0,5$ zur Vorderkante wandert, mit der Widerstandszunahme, die im gleichen Fall bei einem Laminarprofil entsteht, so findet man, daß der Widerstand des Laminarprofils mehr als doppelt so stark anwächst. Dieser Vergleich setzt bereits größere Reynoldssche Zahlen voraus. Bei den kleinen Reynoldsschen Zahlen des Segelflugs kommt hinzu, daß bei einem kräftigen Druckanstieg vor der Hinterkante, aber vorn liegendem Umschlagpunkt i. a. Ablösung eintritt (vgl. Abschnitt 4). Legt man es also darauf an, auch außerhalb der Laminardelle, d. h. bei einem auf einer Profilseite vorn liegenden Umschlags-

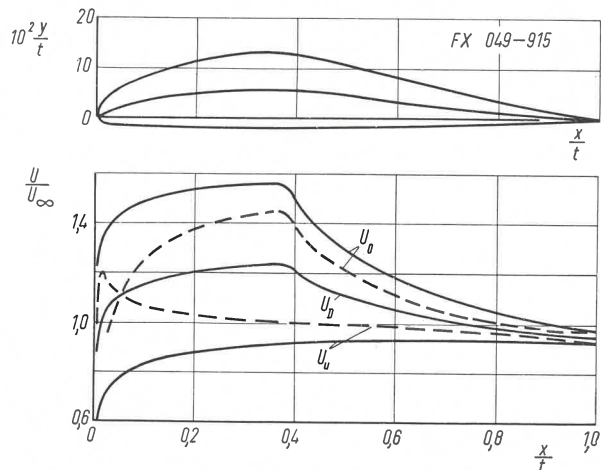


Bild 7 a. Geschwindigkeitsverteilung und Profilform des 15% dicken Kombinationsprofils I
— $c_{a i} = 0,88$, - - - $c_a = 0,38$

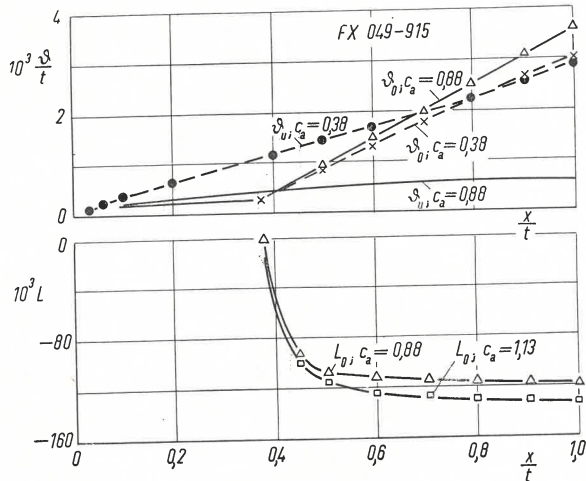


Bild 7 b. Impulsverlustdicke und turbulenter Formparameter des 15% dicken Kombinationsprofils I

Indizes: o bzw. u = Ober- bzw. Unterseite

punkt, eine schroffe Widerstandszunahme zu vermeiden, so muß man dafür sorgen, daß einerseits die Geschwindigkeitsverteilung dieser Profilseite nahezu konstant, andererseits aber auch die Hinterkantengeschwindigkeit möglichst klein bleibt. Eine solche Geschwindigkeitsverteilung für ein 15% dikes Profil zeigt Bild 7a. Die Geschwindigkeitsverteilung U_u an der Unterseite verläuft für $c_a = 0,88$ praktisch monoton bis zur Hinterkante und läßt bei den kleinen Reynoldsschen Zahlen um $Re_t \approx 10^6$ eine völlig laminare Profilunterseite erwarten. Die Breite der Laminardelle kann man nach einem Vergleich mit amerikanischen Messungen etwa mit $\Delta c_a = \pm 0,35$ annehmen. In Bild 7a ist noch die Geschwindigkeitsverteilung für $\Delta c_a = -0,5$ d. h. unterhalb der Laminardelle angeben. Der gestrichelten Geschwindigkeitsverteilung U_u sieht man ohne weiteres an, daß die turbulente Grenzschicht, die etwa bei $x_u = 0,1$ beginnen wird, ganz ähnliche Bedingungen wie an der ebenen Platte vorfindet. Für dieses Profil darf man also, was auch durch die Widerstandsrechnung bestätigt wird, einen gestreckten Verlauf der Profilpolare nach kleineren c_a -Werten hin erwarten.

Die erwähnte monoton zunehmende oder konstante Geschwindigkeitsverteilung einer Profilseite bleibt nicht ohne Rückwirkung auf die Verteilung der anderen Seite, die jetzt den unumgänglichen Druckanstieg allein bewältigen muß. Der Druckanstieg dieser Profilseite wird darum bereits bei mäßigen Profildicken und Auftriebswerten so steil, daß die Verwendung von Optimalverteilungen besonders angebracht ist. Beim vorliegenden Profil gelingt es infolge der großen Profildicke und unter der Nebenbedingung $x_1 = 0,4$; $L_c = -0,130$ und $Re_t = 10^6$ schon nicht mehr, den Druckanstieg hinreichend steil werden zu lassen, um die kleinstmögliche Hinterkantengeschwindigkeit U_{tD} und den entsprechend niedrigeren Profilwiderstand zu erreichen. Das gleiche gilt für den nächsten Entwurf.

Kombinationsprofil II

Beim vorhergehenden Entwurf liegt das Minimum des Profilwiderstandes im oberen nutzbaren Auftriebsbereich. Da aber bei einem Tragflügel endlicher Spannweite der induzierte Widerstand mit c_a^2 wächst, so ist eine Verminderung des Profilwiderstandes bei kleinem c_a wichtiger als bei hohem, d. h. die Laminardelle sollte im unteren

nutzbaren Auftriebsbereich liegen. Eine entsprechende Geschwindigkeitsverteilung für $c_{ai} = 0,56$ gibt Bild 8a (ausgezogen). Bei kleinen Reynoldsschen Zahlen um $Re_t \approx 10^6$ darf man auch hier, trotz der leichten Geschwindigkeitsabnahme vor der Hinterkante, für die Profilloberseite eine völlig laminare Grenzschicht erwarten. Der gestrichelt eingezeichneten Geschwindigkeitsverteilung für $c_a = 1,056$ ($\Delta c_a = 0,5$) entnimmt man, daß der Druckanstieg auf der Profilloberseite noch sehr gering ist und eine Ablösung der turbulenten Grenzschicht auch bei

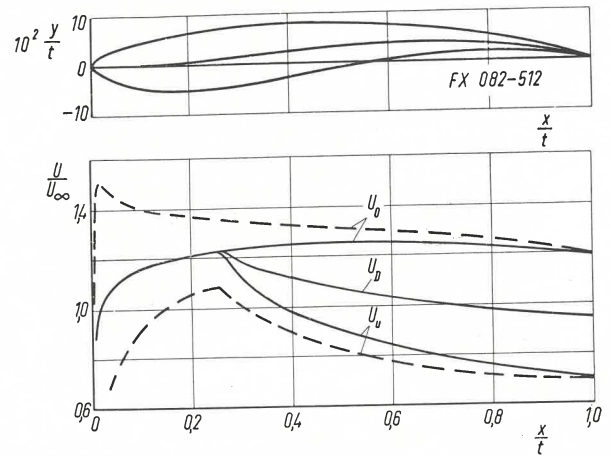


Bild 8 a. Geschwindigkeitsverteilung und Profilform des 12% dicken Kombinationsprofils II

Indizes: o bzw. u = Ober- bzw. Unterseite. $c_{ai} = 0,56$; $c_a = 1,06$

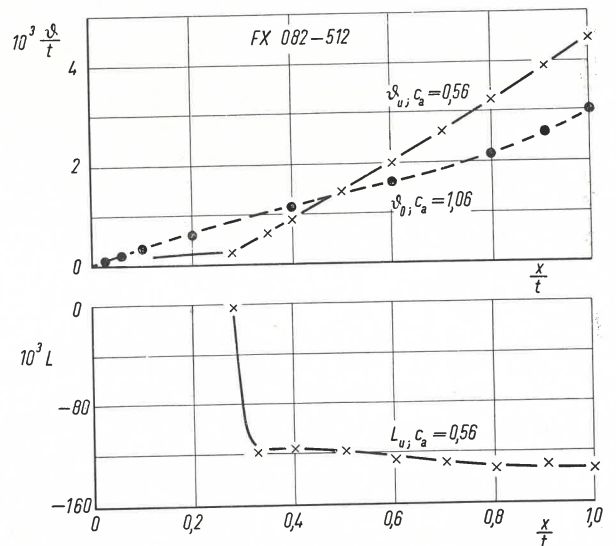


Bild 8 b. Impulsverlustdicke und turbulenter Formparameter des 12% dicken Kombinationsprofils II

Indizes: o bzw. u = Ober- bzw. Unterseite

weiterer Anstellung noch nicht zu erwarten ist. Das Profil verspricht darum einen großen Höchstauftrieb³⁾.

Im Gegensatz zu den beiden ersten Entwürfen ist die Momentenänderung dieses Profils ungewöhnlich groß.

Einige Ergebnisse der Grenzschichtrechnung aller Entwürfe sind jeweils in den Bildern 6b, 7b und 8b wiedergegeben. Neben den für c_{ai} berechneten Auftriebswerten wurde bei den Kombinationsprofilen noch jeweils ein

³⁾ Dazu muß man jedoch einschränkend bemerken, daß die extrem großen Geschwindigkeitsdifferenzen an der Hinterkante durch Grenzschichteinflüsse mehr oder weniger stark abgebaut werden.

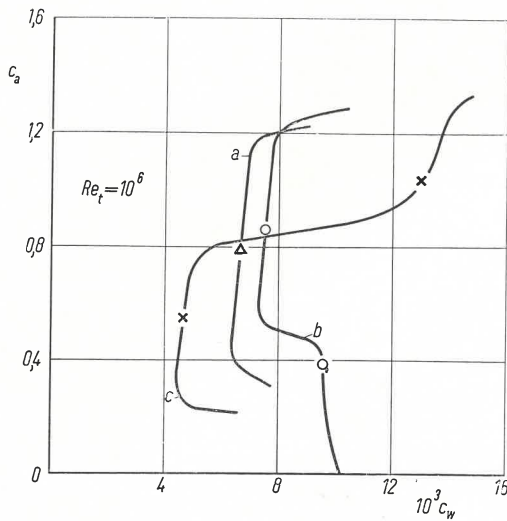


Bild 9. Zusammenstellung der theoretischen Widerstandswerte und geschätzter Polarenverlauf für die Profile:

- a) FX 057—816 Laminarprofil I,
- b) FX 049—915 Kombinationsprofil I,
- c) FX 082—512 Kombinationsprofil II.

Widerstandswert außerhalb der Laminardelle berechnet und in Bild 9 zusammengestellt. Diese Punkte sind in Bild 9 nach Schätzung zu Polaren ergänzt, die in stark vereinfachter Form das unterschiedliche Verhalten der einzelnen Profile herausstellen sollen.

Die Profilbezeichnung lehnt sich an das amerikanische Vorbild an. Da der Widerstand der vorliegenden Entwürfe für eine bestimmte Reynoldssche Zahl unter $Re_t = 10^6$ durch eine bei x_1 beginnende Ablösung plötzlich anwachsen wird, so soll diese experimentell zu ermittelnde Anwendungsgrenze durch die erste Ziffer, die als Vielfaches von $Re_t = 10^6$ gedacht ist, gekenn-

zeichnet werden. Die zweite und dritte Ziffer geben, wie bei den NACA-Profilen, die Lage der Höchstgeschwindigkeit auf der Ober- bzw. Unterseite in Zehnteln der Tiefe an. Die Ziffern nach dem Bindestrich kennzeichnen das Entwurfs- c_a und die größte Profildicke. Die Profildaten sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

6. Experimentelle Ergebnisse

Von den vorliegenden Entwürfen, die 1953 entstanden, wurde inzwischen das erste Profil FX 057—816⁴⁾ zusammen mit einem NACA 65—714 Profil im Windkanal des Institutes für Strömungsmechanik der Technischen Hochschule Braunschweig untersucht (vgl. dazu den Bericht von L. Speidel [12]). Aus den Ergebnissen dieser Arbeit kann man entnehmen, daß der Widerstand beider Profile praktisch gleich groß ist, obwohl die maximale Dicke beim NACA-Profil 14,00%, beim FX-Profil hingegen 16,00% der Profiltiefe (theoretisch 16,18%) erreicht. Eine Verstärkung des NACA-Profiles auf die gleiche Profildicke würde nach amerikanischen Messungen ([10], S. 66) den Widerstand bei $Re_t = 10^6$ um $\Delta c_w = 0,67 \cdot 10^{-3}$ erhöhen, d. h. das vergleichbare Profil würde einen etwa 10% größeren Profilwiderstand als das FX-Profil haben. Dies bleibt weit hinter den theoretischen Erwartungen zurück. Der Grund dafür ist aus der ebenfalls gemessenen Lage des Umschlagspunktes zu erkennen. So sieht man z. B. aus den Bildern 2 und 3 der Speidelschen Arbeit [13], daß der Umschlagspunkt für $0,65 \cdot 10^6 \leq Re_t \leq 1,3 \cdot 10^6$ eine ganz beträchtliche Verzögerung erfährt und keineswegs, wie vorausgesetzt, mit dem Beginn des Druckanstiegs

⁴⁾ Die Messungen beziehen sich auf ein leicht geändertes FX-Profil: die Ordinaten der Mittellinie wurden mit dem Faktor $0,85/0,79 = 1,075$ multipliziert, um das Entwurfs- c_a auf Wunsch der Entwicklungsgemeinschaft Haase-Kenske-Schmetz auf 0,85 zu erhöhen. Das NACA-Vergleichsprofil, das im Segelflugzeug „HKS-1“ Verwendung fand, wurde ebenfalls auf Wunsch dieser Gruppe herangezogen.

Tabelle 2. Zusammenstellung der Profildaten

$10^2 \frac{x}{t}$	1,704	6,699	14,645	25,000	37,059	50,000	62,941	75,000	85,356	93,302	98,297
FX 057—816 ($c_{ai} = 0,78; \alpha_i = 2,02^\circ$)											
U_D	0,990	1,124	1,174	1,201	1,220	1,210	1,075	1,015	0,928	0,885	0,865
ΔU	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,232	0,090	0,040	0,070	0,075	0,075
κ_m	1,180	1,039	1,019	1,004	1,000	1,010	1,023	1,016	1,010	1,001	1,000
$10^2 y_D$	2,166	4,209	6,076	7,453	8,092	7,600	5,568	3,549	1,686	0,545	0,099
$10^2 y_s$	0,813	2,081	3,403	4,434	5,134	4,694	2,840	1,630	1,144	0,666	0,235
FX 049—915 ($c_{ai} = 0,88, \alpha_i = 3,10^\circ$)											
U_D	0,990	1,133	1,187	1,220	1,224	1,110	1,046	1,006	0,977	0,958	0,945
ΔU	0,331	0,331	0,331	0,331	0,312	0,182	0,110	0,068	0,043	0,032	0,027
κ_m	1,159	1,044	1,013	1,003	1,002	1,009	1,007	1,007	1,005	1,005	1,005
$10^2 y_D$	2,121	4,149	5,909	7,161	7,359	6,003	4,360	2,906	1,726	0,914	0,331
$10^2 y_s$	1,066	2,713	4,379	5,571	5,819	4,584	3,159	1,964	1,025	0,487	0,138
FX 082—512 ($c_{ai} = 0,56, \alpha_i = 2,40^\circ$)											
U_D	0,990	1,133	1,187	1,220	1,124	1,072	1,035	1,004	0,977	0,958	0,945
ΔU	—	—	—	—	0,110	0,173	0,207	0,230	0,240	0,244	0,244
κ_m	1,162	1,030	1,011	1,000	1,003	1,003	1,004	1,005	1,002	1,002	1,004
$10^2 y_D$	1,818	3,431	5,037	5,900	5,287	4,255	3,136	2,057	1,158	0,547	0,199
$10^2 y_s$	0,016	0,128	0,403	1,034	2,476	3,664	4,156	3,955	3,127	1,937	0,716

zusammenfällt, sondern sogar noch ein Stück über die theoretisch zu errechnende laminare Ablösegrenze hinausgeht. Dies hat zur Folge, daß sich beim FX-Profil nicht die gewünschte turbulente Grenzschicht mit $L_c = -0,130$ ausbildet, sondern ein wesentlich kleinerer Wert des Formparameters, etwa $L_c = -0,090$ erreicht wird. Beide Vorgänge, die Vergrößerung von x_u und die Verkleinerung von L , lassen den Vorteil des FX-Profiles nach Bild 2 zusammenschmelzen.

Obschon diese Verzögerung des Umschlags qualitativ bekannt ist, wurde für die vorliegende Studie darauf verzichtet, diese Vorgänge zu berücksichtigen. Um aber auch diesen Besonderheiten gerecht zu werden, wird man das bisher entwickelte Entwurfsprinzip für kleinere *Reynoldssche* Zahlen dahingehend zu ergänzen haben, daß man eine Optimalverteilung nicht unmittelbar an die Höchstgeschwindigkeit anschließt, sondern eine besondere Zwischenstrecke zur Instabilisierung der laminaren Grenzschicht einschaltet. Vielleicht ist es zweckmäßig, auch dafür eine der laminaren Ablösung entsprechende Optimalverteilung zu wählen⁵⁾ und ihre Ausdehnung gegebenenfalls auf Grund empirischer Daten festzulegen.

Weiterhin gewinnt man den Eindruck, daß die hier mit $L_c = -0,130$ für eine bestimmte *Reynoldssche* Zahl definierte Optimalverteilung zu vorsichtig gewählt wurde. Zweifellos wird man bei weiteren Anwendungen kleinere Werte für L_c , bzw. größere H_c verwenden dürfen und kann dann entsprechende Widerstandsverminderungen erwarten (vgl. Bild 2 und Abschnitt 8).

Die vorliegenden Profile sind darum zunächst als Entwurfsstudien zu werten, aus denen sich zwar, wie anschließend gezeigt werden soll, grundsätzliche Richtlinien zur Lösung der eingangs gestellten Aufgabe — den Widerstand innerhalb großer Auftriebsspannen zu vermindern — ergeben, die aber hinsichtlich ihrer technischen Perfektion noch nicht ausgereift sind.

7. Diskussion der Entwürfe

Beim Übergang vom symmetrischen zum gewölbten Profil könnte man sich, nach dem Vorbild der NACA-Profile der 6-Serie, darauf beschränken, die Profilmittellinie entsprechend einer konstanten Auftriebsverteilung zu wölben. Die zu erwartende Lage der Umschlagspunkte bliebe, wie beim symmetrischen Profil, für beide Profilseiten gleich, und die in Abschnitt 3 unter Hinweis auf Bild 2 angegebenen Vorteile der Optimalverteilungen hinsichtlich des Profilwiderstandes gegenüber den NACA-Profilen würden erhalten bleiben.

Die vorliegenden Profilentwürfe schneiden indessen das interessante Problem an, ob man nicht durch andere als konstante Auftriebsverteilungen noch weitere Vorteile bezüglich der Profilpolare, vor allem also einen kleineren Minimalwiderstand und einen größeren Höchstauftrieb erreichen kann.

Die Diskussion dieser Möglichkeiten setzt allerdings wiederum eine hinreichende Stabilität der laminaren Grenzschicht bzw. eine Beschränkung auf kleinere *Reynoldsschen* Zahlen voraus. Wird durch die geänderte Auftriebsverteilung der Beginn des Druckanstiegs auf

⁵⁾ Diese Möglichkeit hat der Verfasser in einer früheren Arbeit: „Tragflügelprofile für Segelflugzeuge“, die zum Technischen Wettbewerb der deutschen Segelflugmeisterschaften 1953 eingereicht wurde, vorgeschlagen und durchgeführt.

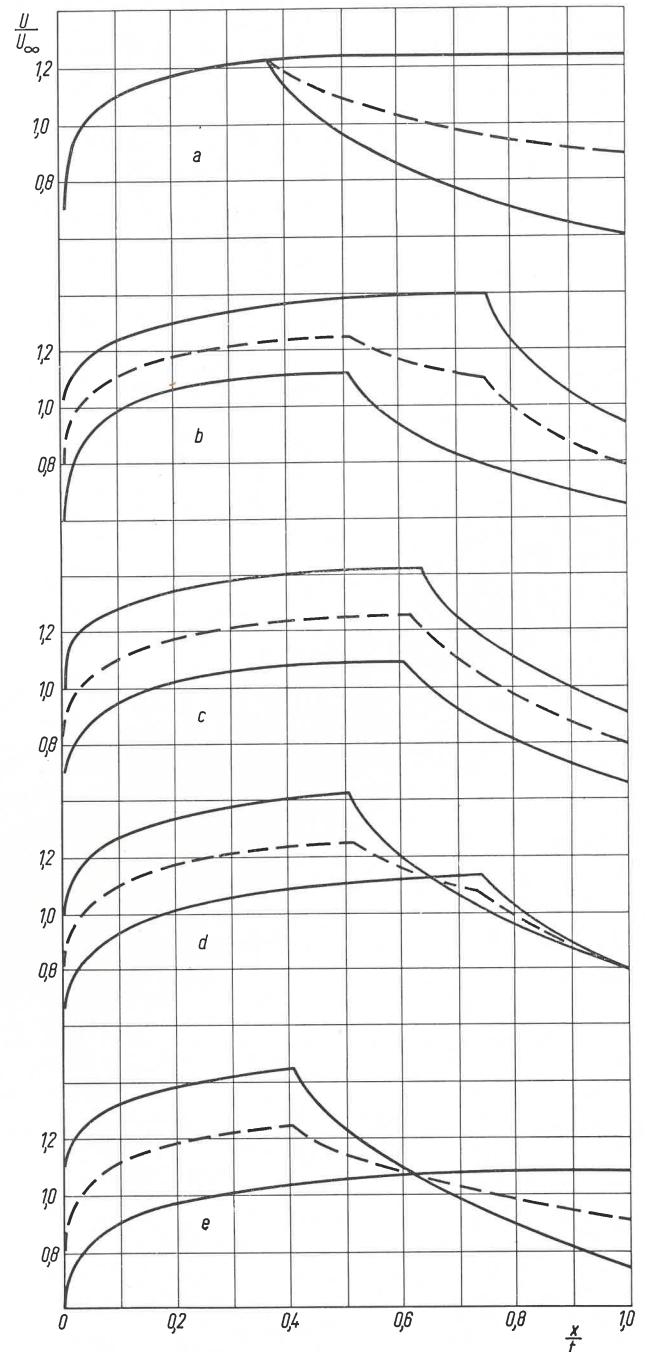


Bild 10. Systematische Variation der Auftriebsverteilung verschiedener Laminarprofile, die im Druckanstiegsgebiet für $Re_t = 2 \cdot 10^6$ und $H_c = 2,1$ ausgelegt sind

einer Profilseite sehr weit, im Extremfall bis zur Hinterkante, zurückverschoben, so ist damit die Annahme einer bis dahin laminaren Grenzschicht zulässig.

Für die Variationsmöglichkeiten der Auftriebsverteilungen gibt Bild 10 einige charakteristische Beispiele, unter denen man auch die Entwurfstypen des Abschnitts 5 wiederfindet (a, d, e). Für den Bereich der laminaren Grenzschicht ist die übliche stabilisierende Geschwindigkeitszunahme vorgesehen, während der Beginn des Druckanstiegs zwischen $0,4 \leq x_1 \leq 1,0$ wandert, und zwar auf der Profiloberseite in nahezu entgegengesetzter Weise wie auf der Unterseite. Die Geschwindigkeitsverteilungen im

Druckanstiegsgebiet sind nach Gl. (21) für $Re_t = 2 \cdot 10^6$ und $H_c = 2,1$ berechnet. Da es bei diesen Beispielen nur um die Erläuterung grundsätzlicher Tendenzen geht, so kann auf Feinheiten, wie z. B. die Einschaltung einer Instabilisierungsstrecke, verzichtet werden.

Man erkennt zunächst, daß bei den Extremfällen a und e (Kombinationsprofile) der gesamte Druckanstieg auf einer Profیلseite bewältigt werden muß, während bei den Beispielen b, c und d beide Profیلseiten daran beteiligt sind. Betrachtet man die Fläche, die oberhalb der Linie $U/U_\infty \equiv 1$ durch die Kurve U_D begrenzt wird, als grobes Maß für die Profildicke, so erkennt man aus Bild 10 sofort, daß sich größere Profildicken bei beiderseitigem Druckanstieg wesentlich leichter realisieren lassen als bei einseitigem Druckanstieg. Insbesondere wird es bei den Auftriebsverteilungen a und e und kleineren Reynoldschen Zahlen als 2 bis $3 \cdot 10^6$ schwierig, die Hinterkantengeschwindigkeit und damit den Profیلwiderstand auf den möglichen Tiefstwert herunterzudrücken. Bei kleineren Reynoldschen Zahlen wird man also große Profildicken und kleine Widerstände nur durch Auftriebsverteilungen vom Typ b, c und d miteinander verbinden können.

Aus den Geschwindigkeitsverteilungen ersieht man sofort, daß das Moment um den $t/4$ -Punkt, das sich aus

$$(24) \quad c_{m_{0,25}} = \int_0^1 \left[\left(\frac{U_o}{U_\infty} \right)^2 - \left(\frac{U_u}{U_\infty} \right)^2 \right] \left(0,25 - \frac{x}{t} \right) d \left(\frac{x}{t} \right)$$

errechnet, vom Extremfall a zum anderen Extrem e hin laufend abnimmt und im Fall e einen verschwindenden Wert annehmen kann.

Der zu erwartende Höchstauftrieb läßt sich qualitativ ebenfalls aus den Beispielen a bis e herauslesen. Nimmt man z. B. an, der Höchstauftrieb werde nicht durch eine Ablösung der laminaren Grenzschicht an der Profیلnase, sondern durch das Nach-vorn-Wandern der turbulenten Ablösung auf der Profیلoberseite begrenzt — dies ist bei Laminarprofilen mit einer maximalen Dicke von mehr als 12 bis 15% der Tiefe i. allg. der Fall — so ist für die Beispiele d und e mit einem geringeren Höchstauftrieb als für a und b zu rechnen. In den Fällen a und b wird bei einer Anstellwinkelvergrößerung die Ablösung und damit die Totwasserbildung auf der Oberseite nicht in der Profیلmitte oder noch weiter vorn einsetzen, sondern zunächst auf das letzte Profildrittel beschränkt bleiben.

Um den Einfluß der Auftriebsverteilung auf den Profیلwiderstand zu erläutern, sei als erstes auf das Beispiel a und die entsprechende Polare des verwandten Kombinationsprofils II in Bild 9 eingegangen. An dieser Polare fällt der sehr kleine Profیلwiderstand innerhalb der Laminardelle auf. Die Ursache läßt sich leicht aus Gl. (15) ablesen, welche zeigt, daß die Impulsverlustdicken je nach der Größe der Hinterkantengeschwindigkeit mit sehr unterschiedlichen Gewichten belegt sind. Dieser Unterschied ist im Beispiel a so groß⁶⁾, daß die Impulsverlustdicke der Profیلoberseite praktisch allein den Widerstand bestimmt. Bei einer vollständig laminar bespülten Profیلoberseite wird darum der Widerstand sehr klein, bei einer voll turbulent bespülten dagegen entsprechend groß werden. Daraus kann man eine bemerkenswerte Konsequenz ziehen: Ist man lediglich daran interessiert, den Profیلwiderstand innerhalb der Laminardelle zu ver-

kleinern, so wird man die Geschwindigkeitsverteilung und damit die Lage der Umschlagspunkte, wie in den Beispielen a, b und e, möglichst so wählen, daß diejenige Profیلseite, welche die größere Hinterkantengeschwindigkeit besitzt, jeweils mit der kleineren Impulsverlustdicke gekoppelt ist.

Bei den Kombinationsprofilen ist dieser Leitgedanke, wie das Beispiel des II. Kombinationsentwurfes zeigt, nicht angebracht, weil sonst jede Widerstandsverminderung innerhalb der Laminardelle mit einer entsprechenden Widerstandszunahme außerhalb der Delle erkauft werden muß.

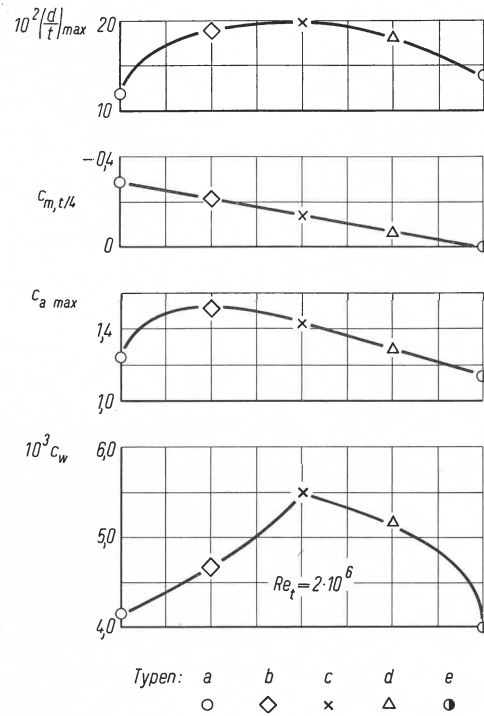


Bild 11. Zusammenstellung der Profildicken, Momente, Höchstauftriebe und Widerstandsbeiwerte für die Profiltypen von Bild 10

In Bild 11 sind die für den Höchstauftrieb und die Profildicke geschätzten und die für den Profیلwiderstand und das Moment errechneten Werte zusammengestellt. Obschon die Absolutwerte in Bild 11 nur eine größenordnungsmäßige Richtigkeit beanspruchen können, so dürften die aus dem Vergleich resultierenden Tendenzen genügend zuverlässig sein, um zwei Entwicklungsrichtungen als besonders erfolgversprechend herauszuschälen. Dies sind einmal die annähernd druckpunktfesten Profiltypen mittlerer Profildicke, die zwischen den Typen d und e variieren und sowohl innerhalb als auch unterhalb ihrer Laminardelle verwendbar sind. Zum andern sind es die etwa 20% dicken Profile zwischen den Typen b und c, die in erster Linie innerhalb ihrer ausreichend großen Laminardelle verwendbar sind und doch einen großen Höchstauftrieb erreichen können. Während die Profile der ersten Gruppe vorwiegend für Hubschrauber von Bedeutung sind, kommen die der zweiten Gruppe vor allem für Segelflugzeuge und Windräder in Frage, bei denen Momentenänderungen eine untergeordnete Rolle spielen. Über diese Entwicklung soll in einer weiteren Arbeit berichtet werden.

⁶⁾ Siehe Fußnote 3).

8. Anhang

Es wurde bereits in Abschnitt 4 erwähnt, daß es z. Z. noch unsicher ist, ob die benutzten Näherungsmethoden zuverlässig genug sind, um die Bedingungen zur Realisierung einer turbulenten Grenzschicht mit konstantem Formparameter hinreichend genau zu beschreiben. Wie wichtig diese Frage gerade bei weiterer Annäherung an die Ablösgrenze wird, zeigen neue Experimente von F. H. Clauser [13] besonders deutlich. Er untersuchte turbulente Grenzschichten im Druckanstiegsgebiet unter der Nebenbedingung einer gleichbleibenden Form des Grenzschichtprofils, wenn man es in der dimensionslosen Darstellung $(u - U)/u^*$ über y/δ aufträgt. Dabei ist δ die Grenzschichtdicke und $u^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ die aus der Wandschubspannung τ_0 und der Dichte ρ gebildete Schubspannungsgeschwindigkeit. In dieser Darstellung ist die Form des Grenzschichtprofils bekanntlich wohl vom Druckanstieg, nicht aber von der *Reynoldsschen* Zahl oder der Wandrauhigkeit abhängig. (Für den Parameter H oder L gilt dies nicht.) Zur Kennzeichnung der Form dieser Profile, die Clauser „equilibrium profiles“ nennt, führt er den Formparameter G ein, der mit dem bekannten H durch die Beziehung

$$(25) \quad H = \frac{1}{1 - G \sqrt{c_f}/2}, \quad c_f = \frac{\tau_0}{\rho U^2}$$

verknüpft ist. Da sich die Wandschubspannung stromab verringert, so nimmt H für konstante G stromab ebenfalls ab, d. h. die Geschwindigkeitsverteilungen für konstante G entsprechen qualitativ dem Typ (1) in Bild 1. Bei der experimentellen Realisierung der Grenzschichtbedingung $G = \text{const}$ stellte sich bei größeren Druckgradienten überraschend eine bisher nie beobachtete Besonderheit heraus: Eine örtliche Störung der Grenzschicht kommt nicht mehr zum Abklingen, sondern wirkt sich stromab mit verstärkter Amplitude aus. Clauser diskutiert diesen Effekt auf Grund des Zusammenhanges der Größen (x/q) (dp/dx) mit (∂/τ_0) (dp/dx). Physikalisch bedeutet dabei (x/q) (dp/dx) ein Maß für den Druckgradienten, aus Gl. (19) ergibt sich z. B. (x/q) (dp/dx) $\equiv m$, während die Größe (∂/τ_0) (dp/dx) den Grenzschichtzustand kennzeichnet⁷⁾. Ohne hier näher auf diese Zusammenhänge einzugehen, erkennt man aus Bild 12, daß für $G = \text{const}$ nicht überall (∂/τ_0) (dp/dx) eindeutig dem Druckgradienten zugeordnet ist. Für den hier vor-

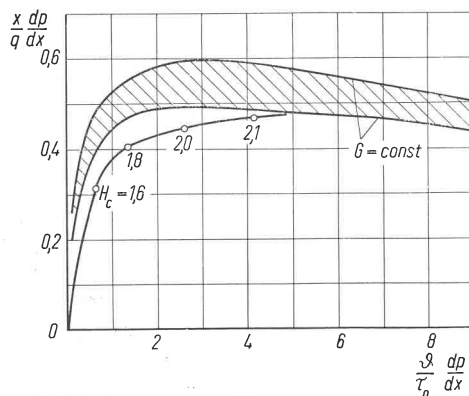


Bild 12. Vergleich des Zusammenhanges $\frac{x}{q} \frac{dp}{dx}$ mit $\frac{\partial}{\tau_0} \frac{dp}{dx}$ für Grenzschichten mit konstantem Formparameter G und H . Das Bild ist der Arbeit von F. H. Clauser [13] entnommen

⁷⁾ Dabei ist x vom fiktiven Ursprung der turbulenten Grenzschicht an zu nehmen, hat also in Gl. (19) den Wert $\partial/\beta + (x - x_1)$.

geschlagenen Formparameterverlauf $H = \text{const}$ besteht jedoch, wie das angegebene Rechenbeispiel zeigt, immer ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Druckgradient und Grenzschichtzustand. Allerdings erhält aus Bild 12 auch, daß die Anforderungen an die Genauigkeit des Druckverlaufes bei weiterer Annäherung an die Ablösgrenze steigen. Es ist also nicht ausgeschlossen, daß man die Forderung $H = \text{const}$ gegebenenfalls zugunsten einer größeren Unempfindlichkeit gegenüber Störungen des Druckverlaufes in die Forderung eines nur leicht zunehmenden Formparameters H umändert. Die Entscheidung darüber wird man aber vorerst dem Experiment überlassen müssen.

9. Zusammenfassung

Durch Vergleichsrechnungen für die turbulente Grenzschicht im Druckanstiegsgebiet wird gezeigt, daß Geschwindigkeitsverteilungen mit abnehmender Verzögerung, insbesondere unter der Nebenbedingung eines konstant bleibenden Formparameters H bzw. L , zu einer günstigeren Grenzschichtentwicklung führen als übliche Verteilungen konstanter Verzögerung. Die Unterschiede werden um so größer, je steiler der Druckanstieg erfolgt, bzw. je mehr sich der konstante Formparameter der günstigeren Verteilung der Ablösgrenze nähert. Für die Berechnung derartiger Geschwindigkeitsverteilungen im Druckanstiegsgebiet in Abhängigkeit von den Anfangswerten, von der *Reynoldsschen* Zahl und vom gewünschten Formparameterwert werden Näherungsformeln angegeben.

Unter Einführung eines zulässigen Formparameters nahe der Ablösgrenze (Optimalverteilung) läßt sich dann die Geschwindigkeitsverteilung eines symmetrischen Laminarprofils so auswählen, daß die Lauflänge der turbulenten Grenzschicht in der hinteren Profilhälfte minimal, die der laminaren Grenzschicht hingegen maximal wird. Die Bedingung der Ablösefreiheit setzt allerdings die sichere Beherrschung des Umschlags, im wesentlichen also eine hinreichende Stabilität der laminaren Grenzschicht, voraus. Praktisch bedeutet dies eine Beschränkung auf kleinere *Reynoldssche* Zahlen, wie sie bei Segelflugzeugen, Hubschraubern und Windrädern vorkommen. Der Widerstandsgewinn gegenüber vergleichbaren NACA-Profilen der 6-Serie kann dabei Werte in der Größenordnung von 10 bis 30% erreichen.

Bei den erwähnten technischen Anwendungen ist man vorwiegend an gewölbten Profilen interessiert, die innerhalb möglichst großer Auftriebsspannen einen kleinen Widerstand bieten. Zur Lösung dieser Aufgabe werden im zweiten Teil der Arbeit unter Beachtung der genannten Grenzschichtbedingungen zunächst drei Profilentwürfe studiert, die sich primär in ihrer Auftriebsverteilung und im Verlauf der angestrebten Polaren unterscheiden. So sollen beim ersten Entwurf der Bereich der Laminardelle durch eine große Profildicke ausgeweitet und gleichzeitig die Nachteile dicker Profile bei kleinen *Reynoldsschen* Zahlen vermieden werden. Die beiden weiteren Entwürfe versuchen die Widerstandszunahme außerhalb der Laminardelle jeweils auf einer Seite der Delle gering zu halten und dadurch den nutzbaren Auftriebsbereich zu vergrößern.

Inzwischen vorliegende Meßergebnisse für den ersten Entwurf lassen die Richtigkeit des vorgeschlagenen Entwurfsprinzips erkennen; außerdem geben sie einen Ausblick auf bisher ungenutzte Verbesserungsmöglichkeiten.

Aus einer abschließenden und allgemeineren Diskussion der Frage, welche Auftriebsverteilungen unter Beachtung der Grenzschichtbedingungen bestimmte Forderungen hinsichtlich der Profildicke und der Profileigenschaften, d. h. des Minimalwiderstandes, des Höchstauftriebes und des Momentes, am ehesten erfüllen können, ergeben sich weitere Verbesserungsmöglichkeiten und Leitlinien zur Entwicklung spezieller Profile für Segelflugzeuge, Hubschrauber und Windräder.

10. Schrifttum

- [1] *I. H. Abbott, A. E. von Doenhoff and L. S. Stivers*: Summary of airfoil data. NACA Rep. 824 (1945).
- [2] *H. Schlichting*: Grenzschichttheorie. Verlag G. Braun, Karlsruhe 1951, S. 304 ff.
- [3] *E. Truckenbrodt*: Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der turbulenten und laminaren Reibungsschicht. Ing.-Arch. **20** (1952), S. 211—228.
- [4] *N. Tetervin and C. C. Lin*: A general integral form of the boundary layer equation for incompressible flow with an application on the calculation of the separation point of turbulent boundary layers. NACA Rep. 1046 (1951).
- [5] *P. S. Granville*: A method for the calculation of the turbulent boundary layers in a pressure gradient. D. W. Taylor Model Basin, Rep. 752 (1951).
- [6] *A. E. v. Doenhoff and N. Tetervin*: Determination of general relations for the behavior of turbulent boundary layers. NACA Rep. 772 (1943).
- [7] *G. B. Schubauer and P. S. Klebanoff*: Investigation of separation of the turbulent boundary layer. NACA Rep. 1030 (1951).
- [8] *H. B. Squire and A. D. Young*: The calculation of the profile drag of aerofoils. ARC R. & M. 1838 (1938).
- [9] *J. Pretsch*: Zur theoretischen Berechnung des Profilwiderstandes. Jahrb. 1938 d. deutsch. Luftfahrtforschung, S. I 61—81.
- [10] *F. Riegels*. Das Umströmungsproblem. I. und II. Mitteilung und Berichtigung. Ing.-Arch. **16** (1948), S. 373—376; **17** (1949), S. 94—106; **18** (1950), S. 329.
- [11] *E. Truckenbrodt*: Die Berechnung der Profilform bei vorgegebener Geschwindigkeitsverteilung. Ing.-Arch. **19** (1951), S. 365—377.
- [12] *L. Speidel*: Messungen an zwei Laminarprofilen für Segelflugzeuge. Z. f. Flugwiss. **3** (1955), S. 353—359.
- [13] *F. H. Clauser*: Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. Journ. Aeron. Sci. **21** (1954), S. 91—108.

(Eingegangen am 18. 4. 1955)