

KONINKLIJK INSTITUUT VAN INGENIEURS

Längswirbel in instabilen laminaren
Grenzschichten

von F. X. Wortmann



Längswirbel in instabilen laminaren Grenzschichten

von F. X. Wortmann, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Universität Stuttgart



Synopsis: *Longitudinal Vortices in Unstable Laminar Boundary Layers.*

The transition of laminar to turbulent flow is one of the most important yet unsolved questions in fluid mechanics. Vortices which are oriented more or less parallel to the mainstream may have a deciding influence. In an experimental study with laminar boundary layers three different instability modes of such vortices were investigated by the Tellurium method. The first mode is given by the well-known Görtler vortices, the second mode deforms the Görtler vortex pattern in a stationary way and produces between each vortex pair boundary layer profiles with two points of inflexion. When this has been established, a third instability mode starts, which consists of regular three-dimensional oscillations. By detailed flow visualization a nearly complete picture of the different flow patterns could be obtained.

Vorwort

Wohl jeder, der mit Strömungen zu tun hat, wird eines Tages von der Großartigkeit und Vielfalt der Wirbelströmungen fasziniert. Aus diesem reichhaltigen Feld möchte ich Ihnen einen kleinen Ausschnitt vor Augen führen, der sich mit Längswirbeln befaßt. Derartige Längswirbel sind zwar bei weitem nicht so spektakulär wie etwa ein Tornadowirbel, sie können dennoch für viele Strömungsvorgänge eine außerordentliche Bedeutung erlangen.

Ein Beispiel dafür mag Ihnen ein Blick auf die Jupiteratmosphäre geben. Die Atmosphäre dieses Riesenplaneten, der in etwa zehn Stunden einen Umlauf vollendet, zeigt eine ausgeprägte Bandstruktur (Abb. 1). Selbst wenn man die Ursache dieser Bänder nicht kennt, ist die Annahme von Längswirbeln, deren Achsen dem Äquator parallel laufen, wohl nicht zu umgehen. Aber auch in der irdischen Atmosphäre gibt es unter bestimmten Bedingungen derartige Längswirbel.

Abb. 2 zeigt ein Wolkenstraßenbild, das durch windparallele Längswirbel in der turbulenten Reibungsschicht entsteht. Die ursächlichen Zusammenhänge dieser Längswirbel in der Jupiter- und Erdatmosphäre sind offensichtlich noch zu kompliziert für eine theoretische Behandlung. Dennoch dürfte ein Zusammen-

hang mit einer Gruppe einfacherer Längswirbel bestehen. Ich denke hier an die wohlbekannteren Taylor-Görtler-Wirbel.

Diese Wirbel entstehen praktisch immer, wenn wir innerhalb eines gekrümmten Strömungsfeldes von der Geschwindigkeitsverteilung des Potentialwirbels abweichen. Der Potentialwirbel stellt einen Grenzfall dar, bei dem die Fliehkräfte mit den Kräften, die aus den Querdruckgradienten herrühren, gerade im indifferenten Gleichgewicht stehen. Eine vom Potentialwirbel abweichende Strömung entsteht z.B. im Ringraum zwischen zwei konzentrischen Zylindern. Die entsprechenden Längswirbel, die nach G. I. Taylor [1] benannt wurden, sind in Abb. 3 wiedergegeben. Ganz ähnliche Wirbel bilden sich in einer Reibungsschicht, die sich an einer zum Strömungsfeld konkaven Wand ausbildet [2]. Physikalisch sind beide Wirbeltypen gleichwertig, denn die Geschwindigkeitsabweichung vom Potentialwirbel erzeugt in beiden Fällen eine instabile Schichtung.

Daß sich beim Vorhandensein einer Instabilität Längswirbel ergeben, ist leicht durch ein Selektionsprinzip zu verstehen: jeder Wirbel, dessen Achse nicht in Strömungsrichtung liegt, erfährt Querkräfte, die ihn aus der Grenz- oder Scherschicht heraustransportieren. Der Längswirbel ist bei instabiler Schichtung die einzige Austauschbewegung, die langfristig existieren kann.

H. Görtler hat auch gezeigt, daß die dynamisch instabile Schichtung an der konkaven Wand völlig ersetzt werden kann durch eine thermisch instabile Schichtung [3]. Man kann deshalb die physikalische Ursache für Längswirbel in zweidimen-

Vortrag für den Niederländischen Verein für Luftfahrttechnik, gegeben am 19. Februar 1970 in Amsterdam.



Abb. 1. Jupiteratmosphäre.

sionalen Strömungen etwas allgemeiner charakterisieren: das Zusammentreffen von Instabilität und Scherung wird oberhalb gewisser Reynoldszahlen immer Längswirbel entstehen lassen.

Weshalb interessieren uns solche Längswirbel? Die Antwort ist, daß derartige Wirbel aller Wahrscheinlichkeit nach sowohl für den laminar-turbulenten Übergang als auch für die Turbulenzerhaltung in turbulenten Reibungsschichten von entscheidender Bedeutung sind. Die fundamentale Frage, wie denn aus einer laminaren Strömung Turbulenz entsteht, ist nach wie vor offen, und diesem Problem möchte ich mich nun etwas näher zuwenden.

Bestätigung Theorie der Görtlerwirbel

Ein erster Schritt bestand darin, die bereits 1940 entstandene Theorie der Görtlerwirbel experimentell zu bestätigen. Dazu baute ich einen Wasserkanal (Abb. 4). An der konkaven Decke der 5 m langen transparenten Versuchsstrecke können sich Görtlerwirbel ausbilden. Die etwas eigentümliche Struktur dieser Wirbel geht aus Abb. 5 hervor. Da die Wirbel in eine Reibungsschicht eingebettet sind, verursachen bereits sehr schwache v - und w -Komponenten starke Änderungen der Längsgeschwindigkeit u . Es ist also weniger die Rotation als vielmehr die Variation der Grundströmung das auffallende Merkmal solcher Wirbel, und es liegt nahe, diese Längsschwankung der Grundströmung zum Hauptnachweis für die Wirbel heranzuziehen.

Dazu benützte ich die Tellurmethode, mit der man leicht

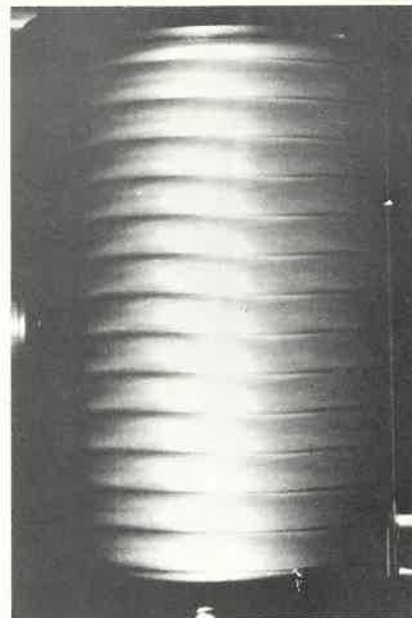


Abb. 3. Längswirbel im Ringraum konzentrischer Zylinder.

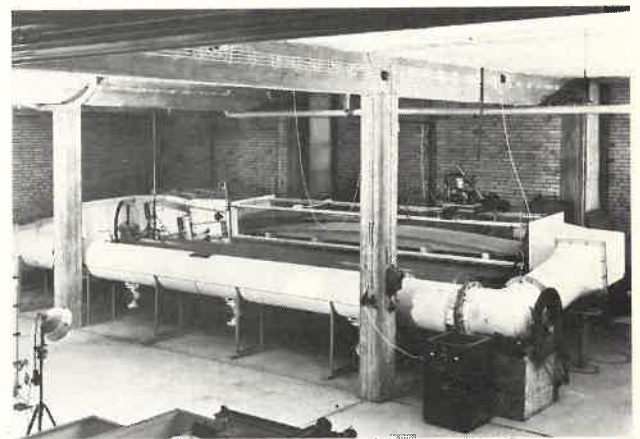


Abb. 4. Wasserkanal im Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart.

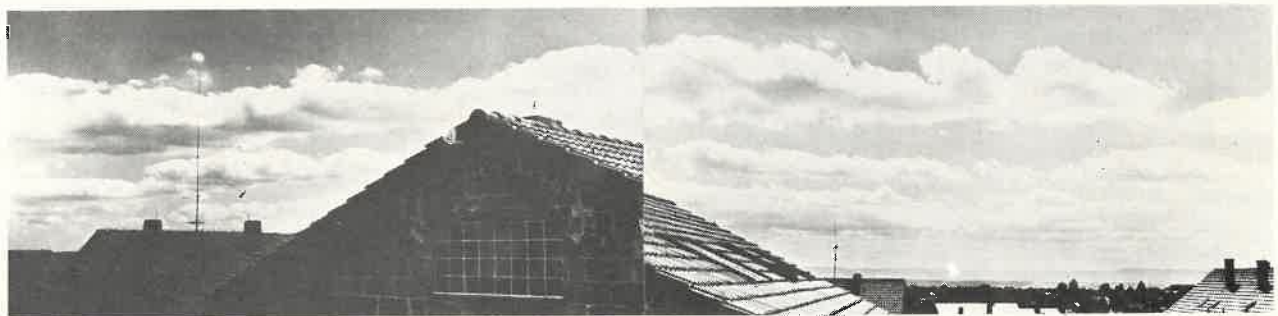


Abb. 2. Wolkenstraßen als Nachweis für Längswirbel.

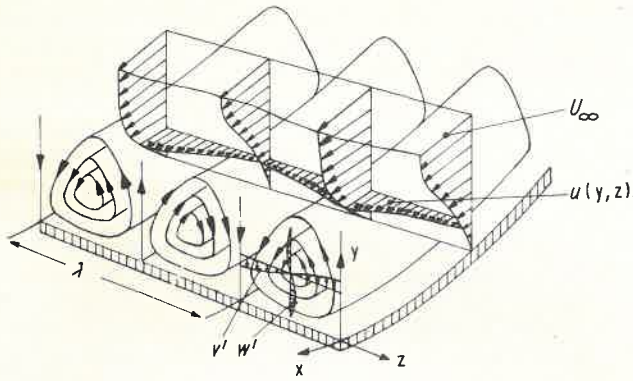


Abb. 5. Struktur von Görtlerwirbeln.

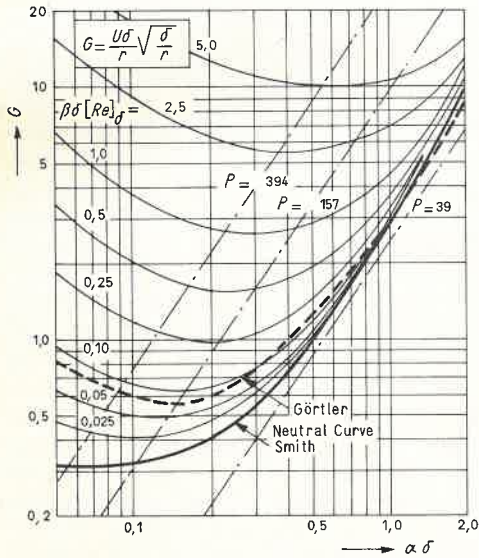


Abb. 6. Stabilitätsdiagramm für Görtlerwirbel.

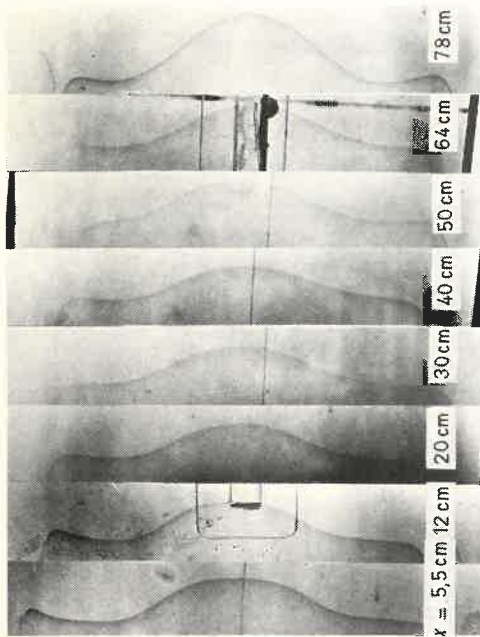


Abb. 7. Schwankung der Längsgeschwindigkeit beim Überschreiten der Neutralkurve (vgl. Abb. 6).

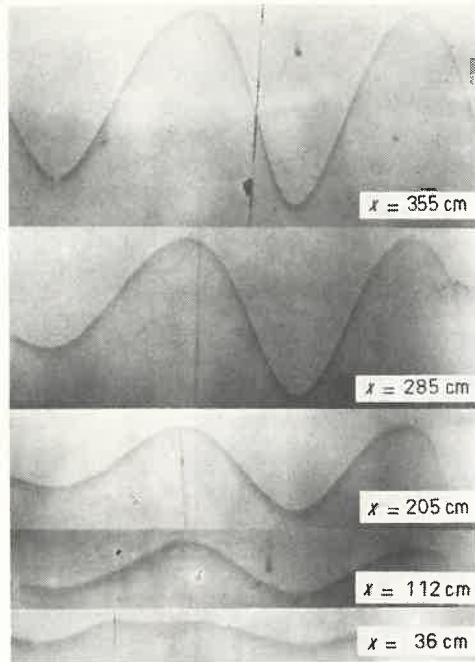


Abb. 8. Exponentielles Anwachsen der Schwankung der Längsgeschwindigkeit ($p = 120$; $0,2 < G < 0,5$) mit wachsender Lauflänge x .

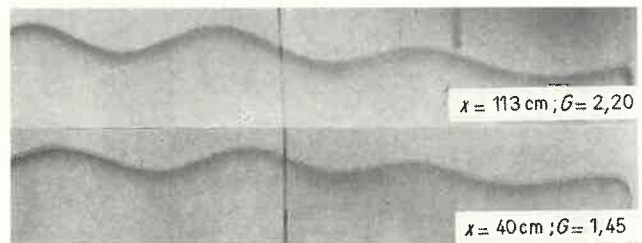


Abb. 9. Konstante Schwankung der Längsgeschwindigkeit beim Tangieren der Neutralkurve (vgl. Abb. 6) mit $p = 40$.

momentane Geschwindigkeitsprofile z.B. parallel oder senkrecht zur Wand aufnehmen kann. Das Prinzip der Methode ist einfach: benutzt man das Wasser als Elektrolyt und Tellur als Kathode, so kann man durch einen kurzen elektrischen Impuls eine dunkle Farbwolke von der Telluroberfläche ausstoßen, die dann in der Wasserströmung mitschwimmt. Bei sehr dünnen Tellurdrähten genügen Impulslängen von zwei bis drei Millisekunden. Die Verzerrung des von der Tellurwolke angezeigten Geschwindigkeitsprofils durch den Nachlauf des Drahtes kann vernachlässigt werden.

Werfen wir nun einen kurzen Blick auf die Stabilitätstheorie der Görtlerwirbel. Abb. 6 zeigt den Verlauf der sogenannten Indifferenzkurve, die das instabile Innengebiet vom stabilen Außengebiet trennt. In dieser Darstellung entwickeln sich Wirbel, die mit konstantem seitlichem Abstand λ in eine anwachsende Grenzschicht eingebettet sind, längs der strichpunktieren Linien $p = \text{const}$.

Entsprechend dieser theoretischen Vorhersage sollten wir im Experiment drei charakteristische Beobachtungen machen können:

a. eine Wirbelanordnung mit $p \approx 157$ sollte für $G > 0,3$ die

Indifferenzkurve überschreiten, d.h. ihre Dämpfung sollte hier in Anfängung übergehen;
 b. im Innern des instabilen Bereichs sollte die gleiche Wirbelkonfiguration eine exponentielle Anfängung erfahren;
 c. eine Wirbelanordnung mit $p = 39$, d.h. mit viermal kleinerem Abstand sollte trotz Zunahme von G oder z.B. der Grenzschichtdicke δ praktisch immer indifferent bleiben. In den Abb. 7, 8 und 9 sind die entsprechenden experimentellen Ergebnisse wiedergegeben, die die Theorie voll und ganz bestätigen [4].

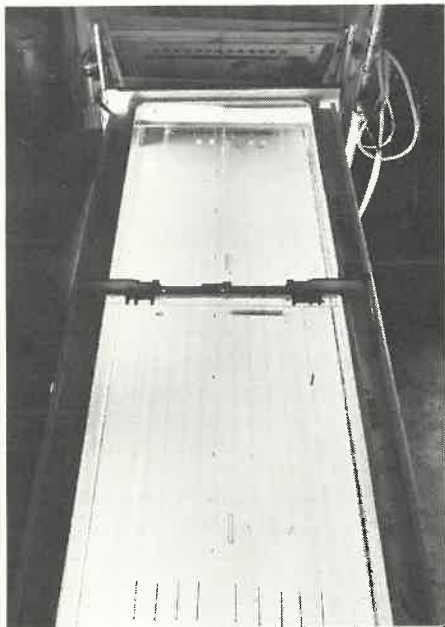


Abb. 10. Draufsicht auf die transparente Meßstrecke des Wasserkanals.

Ist nun mit einer solchen Bestätigung der Theorie, für das Verständnis des laminar-turbulenten Umschlags viel gewonnen? Bevor wir diese Frage beantworten, ist es vielleicht zweckmäßig, kurz eine andere berühmte Stabilitätstheorie laminarer Grenzschichten zu erwähnen, die von Tollmien und Schlichting u.a. in den 30er und 40er Jahren für die ebene Platte entwickelt wurde [5]. Diese Theorie beantwortet die Frage, unter welchen Umständen eine zweidimensionale Wellenbewegung in einer laminaren Grenzschicht instabil werden kann. Auch diese Theorie ist von Experimenten, die Schubauer und Skramstadt [6] 1943 durchführten, voll bestätigt worden. Es ist offensichtlich, daß sowohl die zweidimensionale Wellenbewegung der Tollmischen Theorie als auch die wohlgeordnete Wirbelbewegung der Görtlerschen Theorie lediglich erste Anfangsstufen der Turbulenzentstehung sein können.

Die Fragestellung der vergangenen zwei Jahrzehnte lautet also: wie geht es weiter, und was führt über diese Anfangsstufen hinaus? Es ist hier nicht der Platz, auf die Details der neueren Entwicklungen einzugehen, zumal eine Übersicht über dieses Thema vor kurzem erschienen ist [7]. Vereinfachend könnte man vielleicht folgende Feststellung treffen: von der theoretischen Seite her könnte man Modelle entwerfen mit komplizierteren Störbewegungen als es eine zweidimensionale Welle ist und nach Lösungen der Bewegungsgleichungen suchen. Jedoch, solange man nicht weiß, welche Störbewegungen die Natur bevorzugt, erscheint dieser Weg wegen der unbegrenzten Lösungsmannigfaltigkeit der Bewegungsgleichungen und der großen mathematischen Schwierigkeiten ungangbar. Hier ist offenbar das menschliche Vorstellungsvermögen überfordert. Auf der anderen Seite ergeben die experimentellen Arbeiten z.B. über den Umschlag an der ebenen Platte noch immer ein recht undurchsichtiges Bild. Sicher scheint lediglich zu sein, daß eine anfängliche Wellenstörung sekundär immer zu Längswirbeln führt, die dann ihrerseits die komplizierteren Bewegungsformen auslösen, die schließlich als Turbulenz bezeichnet werden.

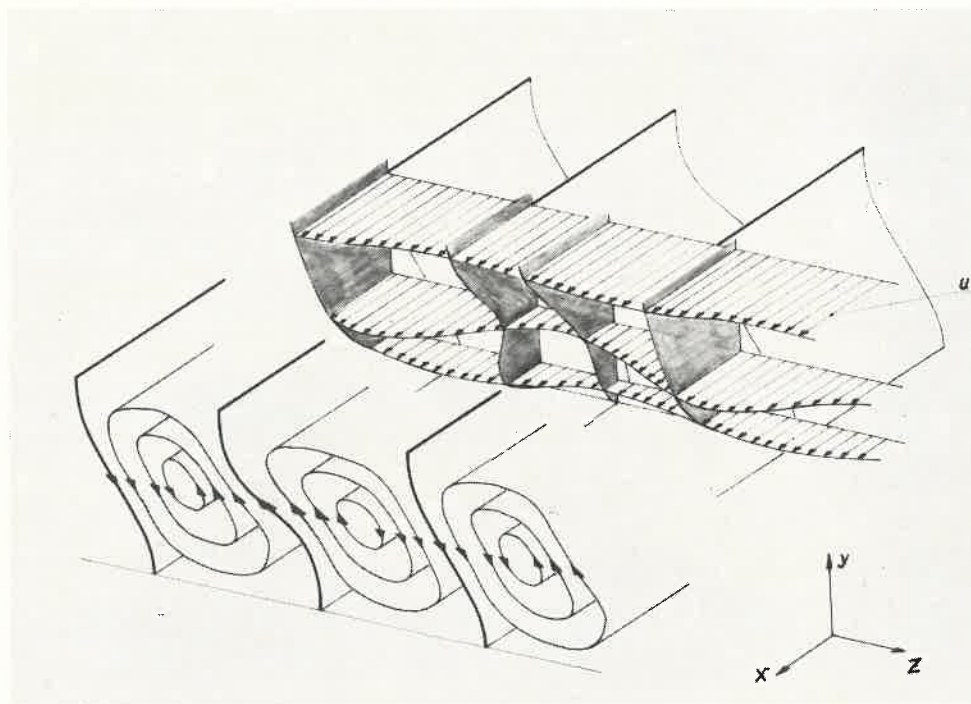


Abb. 11. Zweite Instabilitätsstufe: Trennwände zwischen den Wirbelpaaren legen sich schräg.

Untersuchung von weiterer Entwicklung der Längswirbeln

Man kann nun die Auffassung vertreten, daß für die höheren Entwicklungsstufen des Umschlags lediglich Längswirbel von Bedeutung sind. Zwar sind an einer ebenen Platte primäre Tollmien-Wellen Voraussetzung für das Entstehen von Längswirbeln, aber es steht außer Frage, daß dadurch die nachfolgenden Entwicklungsstufen außerordentlich unübersichtlich und vielleicht unnötig kompliziert werden. Wie dem auch sei, es scheint jedenfalls doch lohnend zu sein, auch höhere Instabilitätsstufen von Längswirbeln zu untersuchen, bei denen eine primäre Modulation durch eine Tollmien-Welle vermieden wird.

Von dieser Vorstellung ausgehend wurde die weitere Entwicklung von Längswirbeln untersucht [8]. In Abb. 10 ist nochmals die Versuchsanordnung dargestellt. Man sieht von oben auf die transparente Meßstrecke. In der Kontraktionsdüse sind eine Reihe kleiner Flügel angebracht, die zur Erzeugung einer gewünschten Wirbelanordnung dienen. Es mag erwähnt sein, daß diese Flügel auch ohne Anstellung, allein durch ihre Reibung Längswirbel erzeugen. Etwas stromab wird ein Farbfilm in die Wandgrenzschicht eingeführt, der sich am unteren Bildrand zu einzelnen Farbfäden zusammenzieht. Genauer gesagt sind diese Farbfäden Anzeigen für die Trennwände zwischen den entgegengesetzt rotierenden Wirbelpaaren. Weiter stromab (in Abb. 10 nicht sichtbar) beginnen die Trennwände zu oszillieren und werden wenig später durch turbulente Vermischung aufgelöst.

Bei der Untersuchung dieser Oszillationsbewegung stellte sich überraschend heraus, daß bereits zuvor im stationären Teil der Wirbel eine entscheidende Umformung stattgefunden hat. Die Oszillationen sind deshalb nach den Görtlerwirbeln nicht die zweite, sondern bereits die dritte Instabilitätsstufe. Die zweite Instabilitätsstufe ist dadurch charakterisiert, daß die senkrechten Trennwände zwischen den Görtlerwirbeln sich schräg zur Wand stellen. Die Schrägstellung der Wände hat eine verblüffende Konsequenz für die Form der Grenzschichtprofile. Wenn man sich vergegenwärtigt, daß die Lage der Trennwände identisch ist mit der Lage der Minima oder Maxima der Geschwindigkeitsverteilung in Spannweitenrichtung, wird nach Abb. 11 leicht verständlich, wie verschiedenartig die senkrecht zur Wand gemessenen Grenzschichtprofile aussehen müssen. Der seitliche Abstand periodischer Vorgänge wird dadurch verdoppelt. Besonders bedeutsam sind die auffallenden Grenz-

schichtprofile mit zwei Wendepunkten, die hochgradig instabil sind. Bemerkenswert ist auch, daß derartige Grenzschichten völlig stationär entstehen können. Irgendeine theoretische Erklärung dafür steht noch aus.

Es bleibt noch zu erklären, wodurch das Vorzeichen der Schrägstellung bestimmt wird. Bei der hier vorliegenden Versuchsanordnung ist eine schwache Sekundärströmung an der konkaven Decke der Meßstrecke unvermeidlich, die sich als schwache Divergenz der Stromlinien bemerkbar macht. Entsprechend sind die Trennflächen in der einen Kanalhälfte nach links und in der andere nach rechts geneigt. Man könnte nun vermuten, die Sekundärströmung sei die Ursache für die Schrägstellung der Trennwände. Das trifft jedoch nicht zu, denn eine geringe Reduktion der Strömungsgeschwindigkeit oder der Wirbelintensität stellt die volle Symmetrie der Grenzschichtprofile beiderseits der Trennfläche wieder her. Es handelt sich also um eine neue, bislang unbekannte Instabilität einer Grenzschicht mit Längswirbeln. Die zweite Instabilitätsstufe scheint auch Voraussetzung für die dritte Stufe zu sein, bei der die Wirbel instationäre Schwingungen ausführen.

Bewegungsstruktur der instationären Schwingungen

Die Aufklärung der Bewegungsstruktur der instationären Schwingungen ist experimentell eine besondere Delikatesse und zwar weniger wegen der nichtstationären Eigenschaften, sondern einfach deshalb, weil die unvermeidlichen Reststörungen einer Versuchsanordnung sich umso stärker bemerkbar machen, je weiter man in instabile Bereiche eindringt.

Eine instabile oszillatorische Bewegung kann man relativ leicht in den Griff bekommen, wenn man sie durch eine geeignete Störung auslöst und gleichzeitig auch die fotografische Registrierung mitsteuert. Zur Auslösung der Oszillationsbewegung wurde hier ein kleiner Tragflügel in der Größe $4 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$ (Grenzschichtdicke etwa 25 mm) benutzt, der an der Wand sitzt und um eine senkrecht zur Wand stehende Achse mit etwa $\pm 6^\circ$ hin- und herschwenkt. Etwa 30 Grenzschichtdicken stromab wird die Oszillation des gestörten Wirbelpaars sichtbar und greift von da an langsam auf die benachbarten Wirbel über. Wenn man den Antrieb des Störflügels und die Fotografie der Grenzschichtprofile miteinander koppelt, kann man die Schwingungsbewegung an einer geeigneten Stelle x in

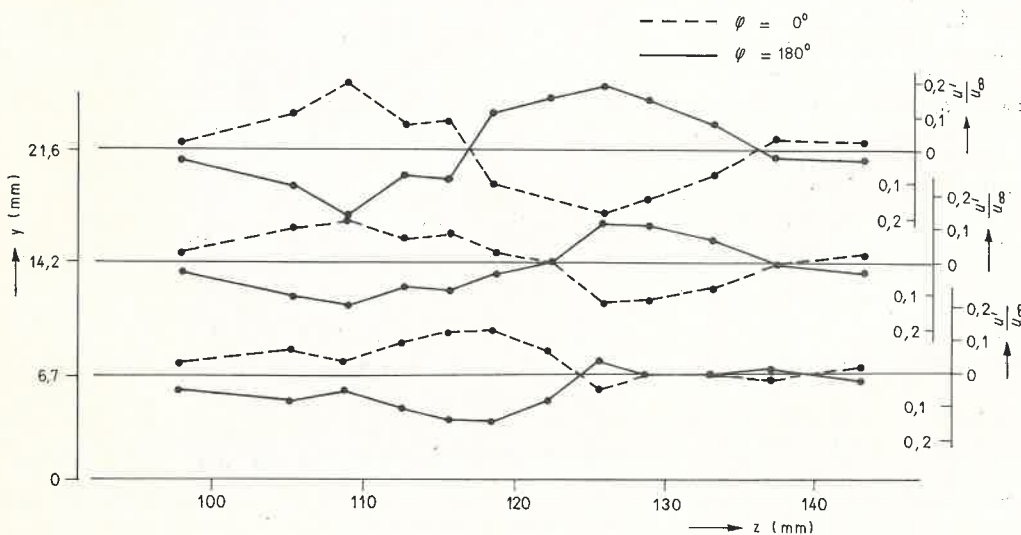


Abb. 12. Instationärer Anteil der Schwankung der Längsgeschwindigkeit für verschiedene Wandabstände y und Spannweitenstellen z für zwei extreme Phasenlagen.

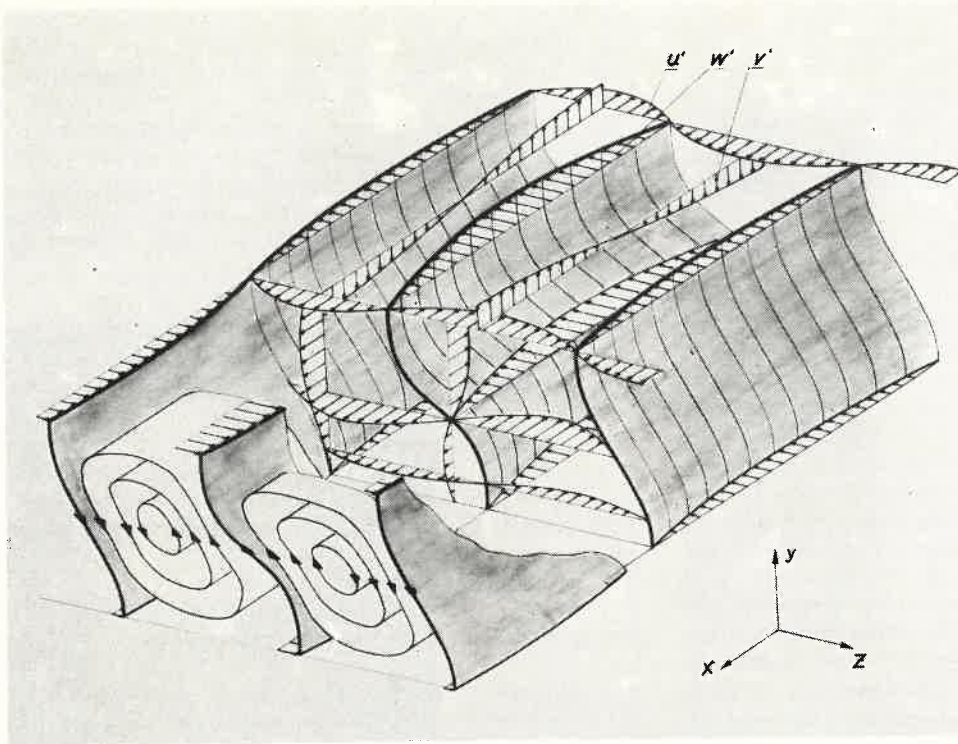


Abb. 13. Perspektivische Darstellung der Oszillationsbewegung, die der dritten Instabilitätsstufe der Längswirbel entspricht.

verschiedenen Phasenlagen aufnehmen und ihre Variation in der y - z -Ebene bestimmen. Ein solches Ergebnis zeigt Abb. 12. Die ausgezogenen und gestrichelten Kurven gelten für die extremen Phasenlagen, in denen die Schwingung ihre maximale Amplitude erreicht. Von besonderem Interesse ist hier die Lage der Knotenpunkte der Schwingung. Aus Vergleichen mit anderen hier nicht gezeigten Messungen geht hervor, daß die Lage der Knotenpunkte mit dem Ort der schräg stehenden Trennfläche zwischen den Wirbelpaaren zusammenfällt. Die Trennflächen sind also auch gleichzeitig Knotenflächen der Oszillationsbewegung.

Wenn man nun noch einige weitere Messungen zur Bestimmung der v - und w -Komponenten und ihrer gegenseitigen Phasenlage macht, gelingt es schließlich, ein praktisch vollständiges Bild der Schwingungsbewegung zu konstruieren. Abb. 13 gibt eine perspektivische Darstellung dieses Vorgangs, wobei der Deutlichkeit halber die stationär gestörte Grundströmung der ersten und zweiten Instabilitätsstufe unterdrückt worden ist.

Nachdem dieses Bild erarbeitet war, reizte es natürlich, aus unseren etwa 800 Grenzschichtfotos diejenigen herauszusuchen, aus denen die Phasenumkehr in der Knotenfläche und die Phasengleichheit zwischen den Trennflächen unmittelbar hervorgeht. Da wir mit einer Doppelsonde mit zwei Tellurdrähten fotografierten, die einen Abstand $\Delta z = 30$ mm hatten, genügte es, die beiden richtigen Negative übereinander zu kopieren. Das Ergebnis enthält Abb. 14. Man erkennt deutlich die Grenzschichtschwingung ober- und unterhalb der Knotenfläche. Die für alle Wandabstände gleichartige Schwingung zwischen den Trennflächen ist ebenfalls, wenn auch nicht so gut, auszumachen. Abgesehen von den Halterungen der Tellurdrähte ist im unteren Bildteil noch eine Streichlinie zu sehen, die die v -Komponente der Schwingung anzeigt und ebenfalls sehr schön die entgegengesetzte Phasenlage der Oszillation zum Zeitpunkt der Aufnahme illustriert.

Schwingungsbewegung ein hochgradig instabiler Prozeß

Es stellt sich nun nochmals die Frage: was ist mit diesen Betrachtungen für das Verständnis des laminar-turbulenten Übergangs gewonnen? Zunächst kann man folgende Feststellung treffen: die Schwingungsbewegung der Längswirbel ist ein hochgradig instabiler Prozeß, dessen Amplituden so schnell anwachsen, daß man höchstens zwei bis drei Schwingungen bis zum

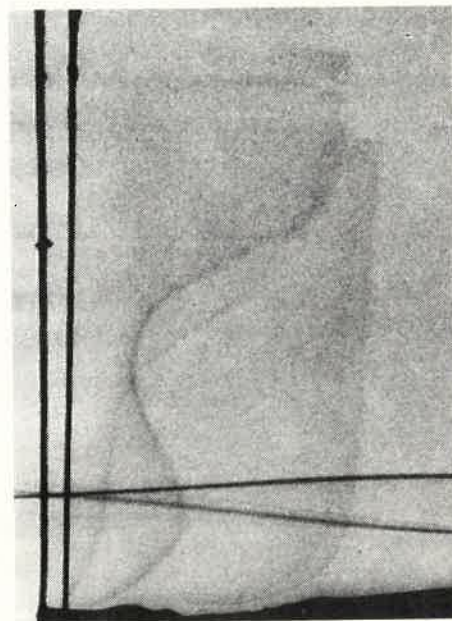


Abb. 14. Nachweis der oszillierenden Grenzschichtprofile in und außerhalb der Knotenflächen.

Turbulenz eintritt beobachtet. Turbulenz bedeutet dabei, daß lokal kompliziertere Bewegungen mit sehr hohen Geschwindigkeitsspitzen auftreten. Es handelt sich also bei den oszillierenden Längswirbeln um einen Prozeß, der weit eher als etwa Tollmien-Wellen in der Lage ist, turbulenzähnliche Bewegungsformen zu produzieren.

Wenn man rückblickend etwa Abb. 13 ansieht, wird verständlich, wie hoffnungslos kompliziert die Bewegungen werden, wenn man an den Anfang eines derartigen Prozesses eine instationäre Wellenbewegung setzt. Geht man von der Annahme aus, daß Längswirbel für die Turbulenzentstehung wesentlich sind – und alle Beobachtungen deuten darauf hin –, dann ist es methodisch vorteilhaft, die einzelnen Entwicklungsstufen so übersichtlich wie möglich zu halten. Auf Grund zahlreicher Augenbeobachtungen kann schon jetzt festgestellt werden, daß mit einer verbesserten Versuchsanlage auch noch weitere charakteristische Bewegungsformen stromab der oszillierenden Längswirbel aufgeklärt werden können.

Wenn das Experiment zeigen kann, welche Bewegungen die Natur in diesem Prozeß bevorzugt, dann wird der laminar-turbulente Umschlag eines Tages auch von der Theorie her als Ausfluß der Bewegungsgleichungen verstanden werden. Wir

dürfen hoffen, daß wir dadurch nicht nur das Phänomen der Turbulenzentstehung als ein einmaliges Geschehen verstehen lernen, sondern daß dadurch vielleicht auch ein Licht auf jenes Geheimnis fällt, das wir heute noch schlicht als Grenzschicht-turbulenz bezeichnen.

Schrifttum

- [1] TAYLOR, G. I.: 1923, Phil. Trans. A 223, pp. 289 ... 293.
- [2] GÖRTLER, H.: 1940, Nachr. Wiss. Ges. Göttingen, Math.-phys. Kl. Folge 2, Nr. 1.
- [3] GÖRTLER, H.: 1959, Ing.-Archiv 28, S. 71.
- [4] WORTMANN, F. X.: 1964, Proc. XI. Int. Congr. Appl. Mech., Munich, p. 815.
- [5] SCHLICHTING, H.: 1964, 'Grenzschichttheorie', Braun, Karlsruhe.
- [6] SCHUBAUER, G. B. und SKRAMSTADT, H. K.: NACA Rep. 909.
- [7] FLOWCS WILLIAMS, J. E., ROSENBLAT, S. and STUART, J. T.: 1969, Journ. Fluid Mech. Vol. 39, part 3, pp. 547 ... 560.
- [8] WORTMANN, F. X.: 1969, Journ. Fluid Mech., Vol. 38, part 3, pp. 473 ... 480.
- [9] WORTMANN, F. X.: 1953, Z. angew. Phys., Vol. 5, S. 201.