

NUMERISCHE UNTERSUCHUNG DREIDIMENSIONALER STÖRUNGEN IN EINER LAMINAREN ABLÖSEBLASE

U. Rist, U. Maucher, S. Wagner
Universität Stuttgart, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik
Pfaffenwaldring 21, 70550 Stuttgart

Abstrakt

Im vorliegenden Beitrag werden zwei grundlegende Anfachungsmechanismen untersucht, die in laminaren Strömungen zu einer starken Anfachung dreidimensionaler Störungen, und somit zur Turbulenz führen. Im Gegensatz zu früheren Untersuchungen /1, 2/ wird hier jedoch der Einfluß lokaler Ablösung auf den Transitionsprozeß betrachtet. Hierfür wird einer ebenen Plattengrenzschicht ein lokaler Druckgradient aufgeprägt, der durch Grenzschichtablösung mit anschließendem Wiederanlegen zu einer laminaren Ablöseblase führt. Das Strömungsfeld wird mit einem bewährten numerischen Verfahren simuliert, das die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen löst, ohne ein Turbulenzmodell oder andere Schließungsannahmen zu verwenden. Dabei zeigt sich überraschenderweise, daß die in anliegender Strömung beobachteten Resonanzen zwischen zwei- und dreidimensionalen Störungen (Sekundärinstabilität) nur kurzfristig auftreten und dann wieder zusammenbrechen, so daß angenommen werden muß, daß die Sekundärinstabilität in der abgelösten Grenzschicht eine weniger bedeutende Rolle spielt. Der zweite Testfall zeigt dann jedoch eine starke nichtlineare Wechselwirkung dreidimensionaler Störungen untereinander, die zu einem raschen Auffüllen des Frequenzspektrums und zu einer „quasi-turbulenten“ Strömung führt.

Einleitung

Bei niedrigem Turbulenzgrad in der Anströmung lassen sich verschiedene Stadien des Transitionsprozesses beobachten: die anfängliche Anfachung von Störungen sehr kleiner Amplitude (i), die sehr gut durch die lineare Stabilitätstheorie beschrieben wird, die nichtlineare Interaktion dieser Störungen (ii), nachdem sie endliche Amplituden erreicht haben, und die nichtlineare Sättigung der Störungen auf einem hohen Amplitudenniveau (iii). Insbesondere die Vorgänge in Phase (ii) spielen eine entscheidende Rolle bei der Erzeugung der einer turbulenten Strömung inhärenten dreidimensionalen Störungen. Mit den vorliegenden Untersuchungen soll versucht werden, einen Beitrag zum Verständnis der Strömungsphysik laminarer Ablöseblasen zu leisten. Dies ist zur Entwicklung verbesserter Vorhersagemethoden erforderlich. Das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit wurde auf die Untersuchung verschiedener generischer Kombinationen zwei- und dreidimensionaler Störungen gelegt.

Numerisches Verfahren

Es wird das in /1,2/ beschriebene Verfahren verwendet, das die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen in Geschwindigkeits-Wirbelstärkeformulierung für die inkompressible Strömung längs einer ebenen Platte löst. Da das numerische Verfahren so formuliert ist, daß es sich zur Simulation beliebiger Druckgradienten in Strömungsrichtung eignet, waren für die hier vorgestellten Untersuchungen keine weiteren Modifikationen durchzuführen. Die Strömung wird in einen zweidimensionalen, stationären Grundströmungsanteil und in einen dreidimensionalen, instationären Störströmungsanteil aufgespalten. Diese Aufspaltung führt dazu, daß die zur Berechnung der Störströmung vorzuschreibenden Randbedingungen unabhängig von der gewählten Grundströmung sind.

Das in Abbildung 1 skizzierte Integrationsgebiet wird durch Verwendung eines äquidistanten Gitters mit N Gitterpunkten in x - und M Gitterpunkten in y -Richtung diskretisiert. In Spannweitenrichtung (z) werden periodische Randbedingungen angenommen, so daß ein Fourier-Spektralansatz verwendet werden kann, wodurch sich die Berechnung der 3-D Störungen auf die Lösung der fouriertransformierten Navier-Stokes-Gleichungen im ebenen Gitter reduziert. Die transformierten Gleichungen werden durch finite Differenzen 4. Ordnung approximiert.

Die stationäre Strömung wird unter Vorgabe einer Blasiusströmung am Einströmrand A-B und einer Geschwindigkeitsverteilung u_M am oberen Rand B-C berechnet (vergl. Abb. 1). Am Ausströmrand C-D werden die parabolisierten Navier-Stokes-Gleichungen (zweite Ableitung in Strömungsrichtung gleich Null) gelöst. An der Wand gilt die Haftbedingung. Der Geschwindigkeitsgradient am oberen Rand wurde so gewählt, daß eine (kleine) stationäre laminare Ablöseblase S-R entsteht¹.

Nachdem die stationäre Lösung vorliegt, wird ausgehend von einem ungestörten Strömungsfeld die instationäre Störströmung berechnet. Hierzu leitet man in einem kleinen Streifen, parallel zur Plattenvorderkante, kleine, zeitlich periodische Störungen ein. Diese breiten sich im Laufe der Simulation stromabwärts aus und werden dabei angefacht. Die Zeitintegration erfolgt über ein Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung, wobei zur Stabilisierung des Verfahrens an den Runge-Kutta-Zwischenschritten die x -Konvektionsterme in der Wirbeltransportgleichung durch einseitige Differenzen approximiert werden. Diese einseitigen Differenzen werden im ständigen Wechsel als „Upwind-“ und „Downwind-“Differenzen ausgeführt. So wird künstliche Viskosität eingeführt, die nur auf die Störungen wirkt, die vom Gitter nicht korrekt diskretisiert werden /2/. Damit es am Ausströmrand C-D zu keinen unerwünschten Reflexionen kommt, die man stromaufwärts von der Ablöseblase sehen würde, da dort ansonsten nur sehr kleine, periodische Störungen vorliegen, wird dem eigentlichen Ausströmrand eine sogenannte „künstliche Relaminarisierungszone“ vorgeschaltet /2/. In dieser Zone werden alle ankommenden Störungen reflexionsfrei gedämpft.

Numerische Ergebnisse

Alle im Folgenden verwendeten Längen und Geschwindigkeitskomponenten wurden mit der Anströmgeschwindigkeit \bar{U}_∞ und der Referenzlänge \bar{L} normiert:

$$x = \frac{\bar{x}}{\bar{L}}, \quad y = \sqrt{Re} \frac{\bar{y}}{\bar{L}}, \quad z = \frac{\bar{z}}{\bar{L}}, \quad u = \frac{\bar{u}}{\bar{U}_\infty}, \quad v = \sqrt{Re} \frac{\bar{v}}{\bar{U}_\infty}, \quad w = \frac{\bar{w}}{\bar{U}_\infty}.$$

Dabei bezeichnen überstrichene Variablen dimensionsbehaftete Größen. $Re = \bar{U}_\infty \bar{L} / \bar{\nu}$ ist die globale Reynoldszahl des Problems, sie beträgt in allen gezeigten Fällen $Re = 100000$. Das Integrationsgebiet erstreckt sich von $x_0 = 0.37$ bis $x_N = 5.06$ in x - und von $y = 0$ bis $y_M = 18.84$ in y -Richtung (entsprechend 18 Verdrängungsdicken δ_1 bei x_0). Es wurde mit 698×97 Gitterpunkten diskretisiert. Zwischen $x_1 = 0.71$ und $x_2 = 2.43$ wird ein Geschwindigkeitsabfall von $\Delta u_M = 9\%$ vorgegeben. Dieser wird in Abbildung 2 zusammen mit anderen die Grundströmung beschreibenden Parametern wie Verdrängungsdicke δ_1 , Formparameter H_{12} und Trennstromlinie y_{sep} gezeigt. Der Vergleich von u_M mit y_{sep} zeigt, daß die ankommende Blasiusgrenzschicht

¹Wenn man u_M über einen bestimmten Wert erhöht, um beispielsweise eine längere Ablöseblase zu erzeugen, dann gelangt man in einen Bereich, in dem keine stationäre Lösung mehr existiert. In diesem Bereich wäre die hier verwendete Aufspaltung in Grund- und Störströmung nicht mehr sinnvoll. Da angenommen werden muß, daß später bei der Simulation von Ablöseblasen auf Tragflügelprofilen ebenfalls keine stationäre Grundströmung mehr berechnet werden kann, wird für weiterführende Untersuchungen ein entsprechendes Verfahren in Gesamtströmungsformulierung benötigt. Dieses wird gegenwärtig entwickelt, erste Ergebnisse werden in /3/ gezeigt.

zunächst eine gewisse Verzögerung verträgt, bevor sie bei $x_S \approx 1.7$ ablöst. Die Wirkung der Verzögerung auf die Verdrängungsdicke und den Formparameter ($H_{12}|_{Blasius} = 2.59$) ist jedoch schon vor der Blase beträchtlich. Der Übergang zur Ablöseblase und die anschließende Rückbildung zu einer Blasiusströmung verläuft jedoch ausgesprochen stetig. Grenzschichtablösung und Wiederanlegen erfolgt bei $H_{12} \approx 4.0$.

Die u -Geschwindigkeitsprofile der Grundströmung wurden einer linearen Stabilitätsanalyse (Lösen der Orr-Sommerfeld-Gleichung) unterzogen, um die instabilsten Störungen für die nachfolgenden numerischen Simulationen auswählen zu können. Diese Untersuchungen ergaben, daß 2-D Störungen der dimensionslosen Frequenz $\beta = 18$ (entspricht $F = 1.8 \times 10^{-4}$ in Blasius) am instabilsten sind. Ausgehend von dieser Erkenntnis wurden dann verschiedene generische Kombinationen zwei- und dreidimensionaler Störungen untersucht, um das Verhalten einzelner Transitionsmechanismen unter dem Einfluß der Ablöseblase isoliert studieren zu können. Im Folgenden wird über zwei dieser Fälle berichtet. Beim ersten wird die Interaktion einer 2-D Welle großer Amplitude mit 3-D Wellenpaaren kleiner Amplitude und subharmonischer Frequenz ($\beta_{3D} = 9$) betrachtet (Fall S). Diese Kombination wäre für eine Blasiusgrenzschicht besonders kritisch, da hierbei 3-D Störungen durch subharmonische Resonanz (Sekundärinstabilität) stark angefacht werden, sobald die Amplitude der 2-D Welle einen bestimmten Schwellwert übersteigt. Um den Einfluß der Ausbreitungsrichtung der schräg laufenden Wellen wenigstens teilweise zu erfassen, wurde die Simulation mit zwei Wellenpaaren unterschiedlicher Wellenlänge in Spannweitenrichtung gleichzeitig durchgeführt. Die Ausbreitungsrichtung steckt im Verhältnis der „Querwellenzahl“ $\gamma = 2\pi/\lambda_z$ zur Wellenzahl in x -Richtung, wobei λ_z die Wellenlänge der Störungen in Spannweitenrichtung bezeichnet. Die Welle mit dem größeren γ hat im vorliegenden Fall den größeren Schräglaufwinkel relativ zur Anströmrichtung. Aufgrund der kleinen Störampplituden wird keine gegenseitige Interaktion der 3-D Störwellen mit unterschiedlichem γ erwartet, so daß eine Approximation der z -Koordinate bis zur zweiten Fourierharmonischen ($\gamma = 40$) genügt.

Im zweiten Fall wird ausgehend von der Beobachtung, daß 3-D Wellen mit geringem Schräglaufwinkel fast so stark angefacht sind wie ebene Wellen, die Interaktion zweier schräg, symmetrisch zur x -Richtung nach links bzw. rechts laufender Wellen untersucht. Diese Art der Störwellenkombination wurde erst in jüngster Zeit, zunächst in transsonischen Strömungen entdeckt [4]. Sie stellt einen weiteren relevanten Transitionsmechanismus dar, da hier das Stadium der Sekundärinstabilität übersprungen wird. Dieser Mechanismus wird inzwischen in der englischsprachigen Fachliteratur *oblique mode transition* genannt. Er soll deshalb hier mit Fall O bezeichnet werden.

Die räumliche Entwicklung der Störwellenamplituden in Fall S zeigt Abb. 3. Die Störungen werden über dem Störstreifen ($0.55 < x < 0.70$) erzeugt und von der Grundströmung stromab konvektiert. Dabei werden sowohl die ebene Welle, als auch die schräg laufenden Wellen bereits vor der Blase stark angefacht. Wie der Vergleich mit den punktiert gezeichneten Ergebnissen der linearen Stabilitätstheorie zeigt, läßt sich dieses Verhalten durch die Instabilität der Grundströmung gegenüber kleinen Störungen sehr genau beschreiben (Primärinstabilität). Nachdem die Amplitude der ebenen Welle dann ungefähr ein Prozent erreicht hat, werden die 3-D Wellen stärker als nach der linearen Theorie angefacht. Dies geht auf die oben beschriebene Sekundärinstabilität zurück. Sie wirkt stärker auf die Welle mit $\gamma = 40$ als auf die Welle mit $\gamma = 20$. Etwa gegen Ende der Blase geht die Amplitude der ebenen Welle bei einem Niveau von $u'/U_\infty \approx 20\%$ in nichtlineare Sättigung. Kurz darauf beobachtet man, daß auch die dreidimensionalen Wellen plötzlich nicht mehr wachsen, daß also die Sekundärinstabilität zusammenbricht.

Dies ist angesichts deren niedriger Amplituden und der in weiteren Untersuchungen /5/ nachgewiesenen Unabhängigkeit von der Anfangsamplitude nicht auf nichtlineare Sättigung, sondern eher auf die nichtlineare Veränderung der Grundströmung durch die 2-D Welle zurückzuführen. Das Strömungsfeld im Wiederanlegegebiet und hinter der Blase wird in diesem Fall von einer nichtlinear gesättigten Welle dominiert. Im Unterschied zur Blasius'schen Grenzschicht führt die Sekundärinstabilität hier nicht unmittelbar zu dreidimensionalen Störungen großer Amplitude und somit zu Turbulenz. Es erscheint sinnvoll, nach einem anderen Mechanismus zu suchen.

Dieser Mechanismus wurde möglicherweise in Fall O isoliert. Hier wurde lediglich ein Wellenpaar mit $\beta = 18, \gamma = \pm 20$ und $u'_{max} = \mathcal{O}(10^{-4})$ angeregt. Die Anfachung dieser Wellen ist gemäß linearer Theorie fast genau so stark wie die der ebenen Welle in Fall S. Sie könnten also mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten, setzt man gleiche Anfangsamplituden bei Erreichen der kritischen Reynoldszahl voraus. Die dominierenden 3-D Wellen in Abb. 4 verhalten sich auch hier bis zur Sättigung fast genau nach der linearen Stabilitätstheorie. Als wesentlicher Unterschied zu Fall S treten jedoch höherharmonische Störungsanteile auf, die deutlich stärker angefacht sind als nach der linearen Theorie. Dies ist auf nichtlineare Interaktion des Wellenpaares zurückzuführen. So erzeugen die Moden $(1, 1)$ und $(1, -1)$ im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum zunächst eine 2-D Höherharmonische $(2, 0)$, eine 3-D Höherharmonische $(2, 2)$ und den für den „*Oblique*“-Fall typischen Längswirbel $(0, 2)^2$. Die Wachstumsrate dieser Moden ist deshalb auch in etwa doppelt so groß wie die der Anfangsstörung. Durch weitere Interaktionen mit diesen nichtlinear generierten Störanteilen entstehen weitere Höherharmonische, die mit zunehmendem x noch schneller ansteigen. Das nichtlineare Verhalten der Störungen sorgt schließlich dafür, daß diese nicht ins Unermeßliche wachsen, sondern sich ebenfalls sättigen. Die Sättigung wirkt auf alle Störanteile, es entsteht ein nichtlineares Gleichgewicht. Abbildung 4 weist somit typische spektrale Merkmale des laminar-turbulenten Strömungsumschlags auf. Das Strömungsfeld hinter der Ablöseblase hat große Ähnlichkeit mit einer turbulenten Plattengrenzschicht. Dies wird in Abb. 5 und 6 durch Auswertung des über eine Störperiode gemittelten u -Geschwindigkeitsfelds gezeigt.

Die mittlere Strömung kann analog zur stationären Grundströmung der Simulation in Abb. 2 durch Grenzschichtparameter beschrieben werden. Im Vergleich zu dort zeigt sich im Fall O ein starker Einfluß der Störungen im Wiederanlegegebiet hinter der Blase. Der Formparameter H_{12} sinkt auf einen für turbulente Grenzschichten typischen Wert von 1.5. Ab $x = 2.5$ zeigt sich hier auch der Einfluß der „künstlichen Relaminarisierungszone“, die für die Simulation von Fall O bei $x = 2.52$ begann um mit einem kleineren Gebiet in x -Richtung bei der Diskretisierung der z -Richtung bis zur achten Fourierharmonischen ($\gamma = 160$) arbeiten zu können. Durch diese Maßnahme hielt sich der Anstieg des Kernspeicherbedarfs relativ zu Fall S in erträglicheren Grenzen.

Die Blase selbst wird durch die Störungen kürzer und nähert sich in ihrer Form in etwa einem Dreieck an. Diese charakteristische Form beobachtet man ebenfalls in Experimenten /6/. Die Veränderung der Geschwindigkeit u_M am oberen Rand weist auf die Verwendung einer „weichen“ oberen Randbedingung hin. Dies wurde durch die oben vorgenommene Aufspaltung in Grund- und Störströmung ermöglicht. Bei dieser Formulierung erhält man bei fest vorgeschriebener Grundströmung über den nichtlinear generierten zeitlichen Mittelwert der Störungen die beobachtete Veränderung. Interessant ist auch der Verlauf der Verdrängungsdicke δ_1 . Sie wird hinter der Blase wieder sehr klein, was auf den durch die Störungen verstärkten Impulstransport zur Wand hinweist.

²Interessanterweise wurden in einer Reihe von Experimenten ebenfalls Längswirbel im Wiederanlegegebiet hinter der Blase beobachtet.

Die Grundströmungsprofile in Abbildung 6 geben einen guten Überblick über die räumliche Entwicklung der Strömung und den nichtlinearen Einfluß der Störungen. Bis zur Ablösestelle sind die Störungen in allen Fällen so klein, daß man keine Unterschiede erkennt. Erst in der Blase ($x = 2.0$) und im Wiederanlegegebiet treten Unterschiede auf. Dabei zeigen insbesondere die Profile aus Fall O große qualitative Ähnlichkeit mit einer turbulenten Grenzschicht. Der Unterschied zu Fall S erklärt sich dadurch, daß dort im Unterschied zu Fall O zweidimensionale nichtlineare Störungen das Strömungsfeld dominieren.

Schlußfolgerung

Im Vergleich zu einer Plattengrenzschicht ohne Druckgradient und Ablösung /1/ beobachtet man in der hier untersuchten Strömung mit laminarer Ablöseblase wesentlich stärkere Anfachungsraten. Dadurch wird die Differenzierung zwischen Primär- und Sekundärinstabilität anhand unterschiedlicher Anfachungsraten schwierig, da sich beide nur noch wenig unterscheiden. Ein völlig unerwartetes Ergebnis ist der plötzliche Zusammenbruch der Sekundärinstabilität, nachdem die ebene Welle die Grundströmung verändert. Anhand der Beobachtung, daß schwach schräglauende Wellen nahezu gleich stark angefacht werden wie ebene Wellen, lag es nahe auch einen Fall zu untersuchen, der die direkte nichtlineare Interaktion dreidimensionaler Störungen betrachtet. In diesem Fall wurde ein rasches Auffüllen des Störungsspektrums beobachtet, das zu einer Lösung führt, die sich gut mit einer turbulenten Grenzschicht mit Längswirbeln im Wiederanlegegebiet vergleichen läßt. Weitere Untersuchungen mit modifizierter Grundströmung und bei anderen Reynoldszahlen müssen klären, inwieweit die hier gemachten Beobachtungen verallgemeinert werden dürfen.

Literaturverzeichnis

- [1] RIST, U.; FASEL, H.: Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer. In: J. Fluid Mech. (1995).
- [2] KLOKER, M.: Direkte Numerische Simulation des laminar-turbulenten Strömungsumschlages in einer stark verzögerten Grenzschicht. Stuttgart: Univ., Diss. 1993.
- [3] MAUCHER, U.; RIST, U.; WAGNER, S.: Direkte numerische Simulation einer Grenzschicht auf der Oberseite eines Tragflügels mit laminarer Ablöseblase. In: Tagungsband STAB-Symposium, Erlangen (1994).
- [4] THUMM, A.: Numerische Untersuchungen zum laminar-turbulenten Strömungsumschlag in transsonischen Grenzschichtströmungen. Stuttgart: Univ., Diss. 1991.
- [5] RIST, U.; MAUCHER, U.: Direct numerical simulation of 2-D and 3-D instability waves in a laminar separation bubble. In: Proc. AGARD-Symposium on "Application of Direct and Large Eddy Simulation to Transition and Turbulence", Chania, Crete, Greece, April 18-21 (1994), Paper No. 36.
- [6] ALTHAUS, D.; WÜRZ, W.: Experimental investigation of laminar separation bubbles. In: GERSTEN, K. (Ed.) Physics of separated flows – numerical, experimental, and theoretical aspects. NFM, Vol. 40, Braunschweig, Vieweg, 1993, S. 89–98.

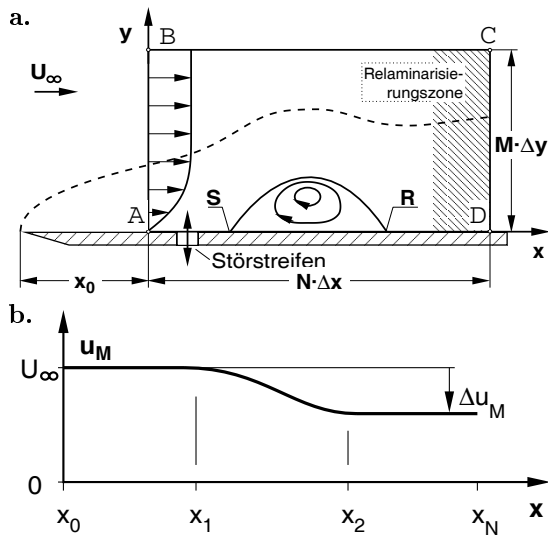


Abbildung 1: Integrationsgebiet (a.) und Geschwindigkeitsvorgabe u_M am oberen Rand (b.) zur Simulation einer laminaren Ablöseblase. S = Ablösestelle, R = Wiederanlegestelle.

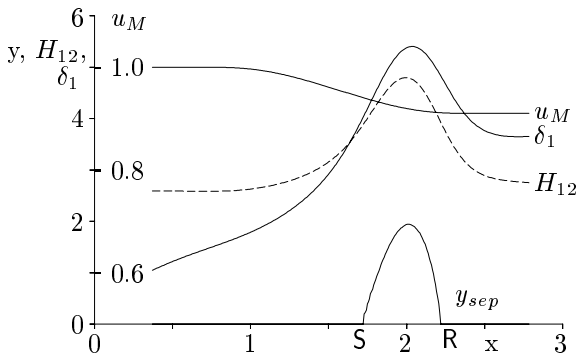


Abbildung 2: Charakteristische Grundströmungsgrößen: Geschwindigkeit am oberen Rand u_M , Verdrängungsdicke δ_1 , Formparameter H_{12} , Trennstromlinie y_{sep} , Ablösepunkt S und Wiederanlegepunkt R.

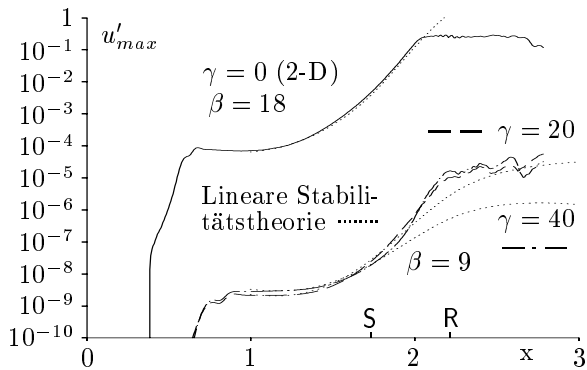


Abbildung 3: Anfachungskurven für große 2-D und kleine 3-D Störampplituden (Fall S), γ = Wellenzahl in Spannweitenrichtung.

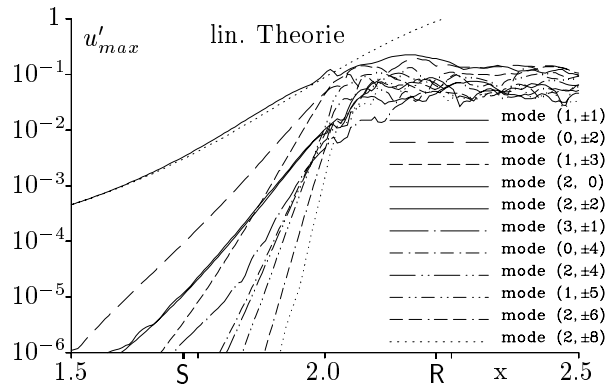


Abbildung 4: Anfachungskurven für große 3-D Störampplituden (Fall O), Mode (1,1): $\beta = 18$, $\gamma = 20$, β = Frequenz, γ = Wellenzahl in Spannweitenrichtung.

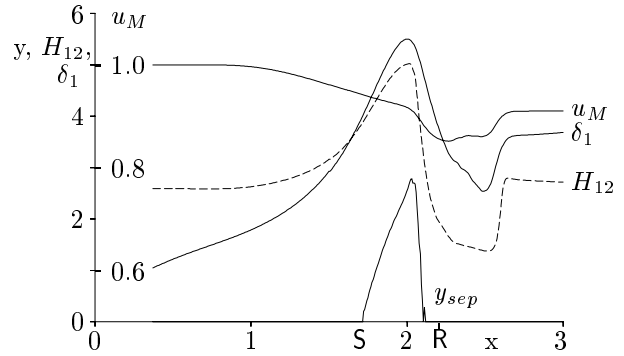


Abbildung 5: Charakteristische Größen des mittleren 2-D Anteils in Fall O: Geschwindigkeit am oberen Rand u_M , Verdrängungsdicke δ_1 , Formparameter H_{12} , Trennstromlinie y_{sep} , S, R: Ablösepunkt und Wiederanlegepunkt der ungestörten Grundströmung.

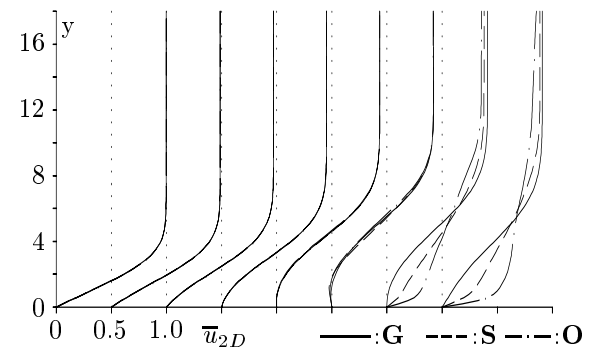


Abbildung 6: Vergleich der mittleren 2-D Geschwindigkeitsprofile bei $x = 1.0, 1.2, 1.4, \dots, 2.4$. G = ungestörte Grundströmung.