

Direkte Numerische Simulation der Wechselwirkung von Schallwellen mit lokalen Veränderungen auf einer Plattenoberfläche

A. Wörner, U. Rist und S. Wagner
Institut für Aero- und Gasdynamik
Pfaffenwaldring 21 D-70550 Stuttgart

1 Übersicht

Der Übergang von der laminaren in die turbulente Strömungsform, der als Transition bezeichnet wird, kann grob in zwei Stadien unterteilt werden. Zunächst erfolgt die Umsetzung langwelliger äußerer Störungen in kurzwellige Grenzschichtstörungen, die sogenannten Tollmien-Schlichting(TS)-Wellen. Anschließend werden diese Störungen angefacht und führen schließlich zum Endstadium des Umschlagsprozesses, der vollturbulenten Strömung. Da die Entwicklung einmal eingebrachter Störwellen innerhalb der Grenzschicht mittlerweile vielfach untersucht und gut verstanden wird, kommt dem ersten Stadium des Umschlagsprozesses, der sogenannten Rezeptivität, eine immer größere Bedeutung zu.

Die ersten theoretischen Untersuchungen der Rezeptivität basieren auf asymptotischen Ansätzen (Goldstein 1985 [1]; Ruban 1985 [2]). Sie erklären den Mechanismus, nach dem eine akustische Störung eine TS-Welle hervorrufen kann. Rezeptivität beinhaltet demnach oft die Interaktion einer instationären Störung in der Anströmung (wie z.B. einer Schallwelle) mit einer stationären Störung, die aus Veränderungen an der Plattenoberfläche herrührt. Die stationäre Störung weist ein breites Spektrum räumlicher Fouriermoden auf. Die instationäre Störung moduliert dieses stationäre Feld und erzeugt ein Spektrum fortschreitender Wellen. Stromab der Veränderung der Plattenoberfläche wird das fortschreitende Wellenfeld vom instabilsten Eigenmode dominiert. In der asymptotischen Theorie muß sich die Veränderung der Plattenoberfläche stromauf oder nahe dem unteren Ast der Indifferenzkurve befinden. Die Werte der Reynoldszahl und der Frequenz sind miteinander gekoppelt. Eine Entwicklung nach $\frac{1}{Re}$ führt zu den nichtlinearen Triple-Deck-Gleichungen, die die auftretenden Störungen beschreiben.

Weitere theoretische Untersuchungen der Rezeptivität basieren auf der Orr-Sommerfeld-Gleichung (Zhigulev & Fedorov 1987 [3]; Crouch 1992 [4]; Choudhari & Streett 1992 [5]; Hill 1993 [6]). Im Gegensatz zur asymptotischen Theorie liefern sie auch Lösungen für endliche Reynoldszahlen, die sowohl nahe beim unteren Ast der Indifferenzkurve, als auch weit entfernt davon gültig sind. Da hierbei die Frequenz und die Reynoldszahl nicht gekoppelt sind, erlauben diese

Ansätze eine Untersuchung des Einflusses verschiedener Frequenzen bei endlichen Reynoldszahlen. Sowohl die asymptotische Theorie als auch die Theorie auf Basis der Orr-Sommerfeld-Gleichung beinhalten eine Linearisierung des Problems bezüglich der auftretenden Schall- und Rauigkeitsamplituden.

In der hier durchgeführten Arbeit wird die Interaktion einzelner Schallwellen, welche als Lösung des Zweiten Stokesschen Problems nach Schlichting [7] dargestellt werden, mit einem Absaugestreifen sowie mit einem Rauigkeitselement betrachtet. Verwendet wird hierbei ein Verfahren zur räumlichen direkten numerischen Simulation auf Basis der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen, das von Rist [8] und Kloker [9] mit Ergänzungen von Stemmer [10] in großen Teilen übernommen wird.

Zur Validierung der Rezeptivitätsuntersuchungen werden die numerischen Ergebnisse für die Interaktion einer Schallwelle mit einem Absaugestreifen mit Crouch & Spalart [11] verglichen. Außerdem wird ein Vergleich mit theoretischen Untersuchungen von Choudhari & Streett [5] angestellt. Das Ziel dieses Vergleiches ist es herauszufinden, inwieweit die theoretischen Berechnungen von Choudhari & Streett [5] zur Validierung der Simulationen mit Rauigkeitselement herangezogen werden können.

Anschließend werden die Ergebnisse der Interaktion einer Schallwelle mit einem Rauigkeitselement mit den theoretischen Berechnungen von Choudhari & Streett [5] verglichen, sowie eine Alternative zur Verbesserung der Auswertung der gewonnenen Ergebnisse aufgezeigt.

Um einen besseren Einblick in die bei der Umsetzung äußerer Störungen in Grenzschichtstörungen ablaufenden physikalischen Prozesse vor allem für die Strömung mit Rauigkeitselement zu gewinnen, wird eine Untersuchung der nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung durchgeführt.

2 Numerisches Verfahren

Die numerische Simulation basiert auf den zweidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible, viskose Strömungen in Wirbelstärke-Geschwindigkeitsformulierung, die mit Hilfe eines

Finite-Differenzen-Verfahrens mit den geeigneten Anfangs- und Randbedingungen numerisch gelöst werden. Alle Variablen werden in ihrer dimensionslosen Form verwendet. Hierbei werden die Geschwindigkeiten u und v mit der Geschwindigkeit der ungestörten Anströmung $\tilde{U}_\infty = 30 \frac{m}{s}$, sowie die Ortskoordinaten x und y mit der Referenzlänge $\tilde{L} = 0.05m$, die sich aus der Wahl der Reynoldszahl zu $Re = 10^5$ ergibt, normiert. Aus numerischen Gründen wird die y -Richtung mit dem Faktor \sqrt{Re} gestreckt. Die betrachtete Strömung wird zur Lösung des Problems in die drei Anteile stationäre Grundströmung, Schallwelle und Störströmung aufgespalten. Als äußere Störung wird eine Schallwelle verwendet, die durch die analytische Lösung des Zweiten Stokeschen Problems nach Schlichting [7] wie folgt dargestellt werden kann:

$$(2.1) \quad u_a(y, t) = \epsilon_a \cdot \cos(nt) - \epsilon_a \cdot e^{-ky} \cos(nt - ky)$$

$$(2.2) \quad v_a(y, t) = 0$$

mit

$$(2.3) \quad k = \sqrt{\frac{n}{2\nu}}$$

ϵ_a bezeichnet hierbei die Amplitude der akustischen Welle, ν die kinematische Viskosität (Luft: $\tilde{\nu} = 15 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$) und n die dimensionslose Kreisfrequenz, die im betrachteten Fall $n = 5.6$ beträgt.

2.1 Strömung mit lokaler Absaugung

Die Grundströmung wird mit Hilfe eines numerischen Verfahrens zur Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen nach Kloker [9] berechnet. Zur Erzeugung einer Grundströmung mit lokaler Absaugung wird hierbei folgende Geschwindigkeitsverteilung am unteren Rand des Integrationsgebietes vorgegeben:

$$(2.4) \quad u = 0, \quad v = -\epsilon_s \cdot H(x) \quad \text{für } y = 0$$

$$(2.5) \quad H(x) = e^{-\frac{(x-x_1)^2}{\sigma^2}}$$

ϵ_s bezeichnet hierbei die Absaugestärke. x_1 stellt den Abstand des Absaugestreifens von der Plattenvorderkante dar und σ die halbe Breite des Absaugestreifens.

2.2 Strömung mit Rauigkeitselement

Zur Berechnung der stationären Strömung mit Rauigkeitselement wird auf ein Verfahren nach K. Gruber [12] zurückgegriffen. Hierbei wird mit Hilfe eines potentialtheoretischen Ansatzes aus einer vorgegebenen Wandkontur die Geschwindigkeit am oberen Rand des Integrationsgebietes errechnet und diese

dann als Randbedingung im numerischen Verfahren vorgegeben. Betrachtet wird ein Rauigkeitselement der Form

$$(2.6) \quad H(x) = \epsilon_s \cdot \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{b^2}\right)^2$$

für

$$x_1 - b \leq x \leq x_1 + b.$$

ϵ_s bezeichnet hierbei die Höhe des Rauigkeitselementes. x_1 stellt den Abstand des Rauigkeitselementes von der Plattenvorderkante und b dessen halbe Breite dar. BILD 1 zeigt eine Skizze des Integrationsgebietes für den Fall mit Rauigkeitselement.

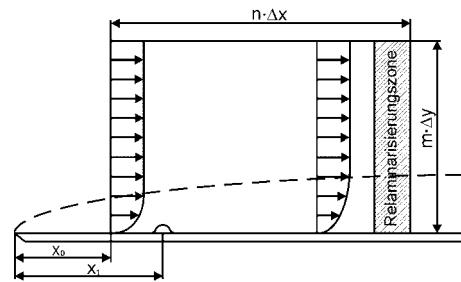


BILD 1: Integrationsgebiet für den Fall mit Rauigkeitselement

Die Verdrängungswirkung der Wandkontur wird mit Hilfe einer Quell-Senkenverteilung simuliert. Die Quell-Senkenverteilung auf der x -Achse muß dabei so bestimmt werden, daß die vorgegebene Wandkontur zur Stromlinie wird. Befindet sich eine Quell-Senkenverteilung $q(x)$ auf der x -Achse im Intervall x_A bis x_E , so können nach den Gesetzen der Potentialtheorie die Geschwindigkeiten an einer Stelle (x, y) durch die Gleichungen

$$(2.7) \quad u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_A}^{x_E} \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + y^2} q(\xi) d\xi$$

$$(2.8) \quad v(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_A}^{x_E} \frac{y}{(x - \xi)^2 + y^2} q(\xi) d\xi$$

beschrieben werden.

Nach der Theorie dünner Profile, die zum Beispiel in [13] näher beschrieben ist, lassen sich die Gleichungen (2.7) und (2.8) erheblich vereinfachen. Die Geschwindigkeiten in der Nähe der Wand ergeben sich aus den Gleichungen

$$(2.9) \quad u(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_A}^{x_E} \frac{q(\xi)}{x - \xi} d\xi$$

$$(2.10) \quad v(x) = \frac{1}{2} \cdot q(x)$$

Wird die Wandkontur $H(x)$ vorgegeben, so ergibt sich die äquivalente Quell-Senkenverteilung zu

$$(2.11) \quad q(x) = 2 \cdot \frac{dH(x)}{dx}$$

Für die Geschwindigkeit am oberen Rand des Integrationsgebietes erhält man somit unter Berücksichtigung der Streckung der y -Richtung mit \sqrt{Re}

$$(2.12) \quad u_0(x) = 1 + \frac{1}{\pi\sqrt{Re}} \int_{x_0}^{x_E} \frac{dH(\xi)}{d\xi} \frac{1}{x-\xi} d\xi$$

2.3 Instationäre Rechnung und Auswertung

Zur Lösung der instationären Navier-Stokes-Gleichungen wird ein von Rist [8] und Kloker [9] entwickeltes und von Stemmer [10] um den Anteil der Schallwelle erweitertes Verfahren benutzt. In den beiden Raumrichtungen werden Finite Differenzen vierter Ordnung verwendet, die Zeitintegration erfolgt mit einem expliziten Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung.

Bei Verwendung des bereits vorhandenen numerischen Verfahrens zur Untersuchung der Interaktion einer Schallwelle mit einer Veränderung auf der Plattenoberfläche treten, wie bereits in [10] beschrieben, mehrere Probleme auf. Zum einen gilt die vorgegebene Modellierung der Schallwelle für eine unendliche ebene Platte. Da die Rechnung in einem endlichen Integrationsgebiet erfolgt, erfüllt die vorgegebene Schallwelle die diskretisierten Navier-Stokes-Gleichungen im Integrationsgebiet nicht und es entsteht sofort eine Störung im gesamten Feld (im weiteren als Schallanteil bezeichnet), die mit der Frequenz der Schallwelle schwingt. Als weiteres werden im verwendeten Verfahren am linken Rand des Integrationsgebietes auf den ersten beiden Gitterlinien alle Störungen zu null gesetzt. Da sich jedoch an der dritten Gitterlinie sofort beim Anlaufen der Rechnung als Störung der mit der Frequenz der Schallwelle schwingende Schallanteil einstellt, läuft vom linken Rand eine "numerische" TS-Welle in das Integrationsgebiet hinein. Um nun aus den verschiedenen Anteilen (Schallanteil, "numerische" TS-Welle vom linken Rand und TS-Welle, die aus der Interaktion der Schallwelle mit der Veränderung der Plattenoberfläche entsteht), die alle die selbe Frequenz aufweisen, den interessierenden Anteil (die Interaktion des Schalls mit der Veränderung der Plattenoberfläche) zu extrahieren, wird analog zu Crouch & Spalart [11] folgendes Vorgehen gewählt.

Die gesamte Berechnung erfolgt jeweils einmal mit und einmal ohne Absaugung bzw. Rauigkeitselement. Das Störgeschwindigkeitsfeld ohne Absaugung

bzw. Rauigkeitselement wird von dem mit Absaugung bzw. Rauigkeitselement subtrahiert und anschließend wird eine Fourieranalyse der erhaltenen Differenz in der Zeit durchgeführt. Aus der Fourieranalyse ergeben sich die Amplitude und die Phase der entstandenen TS-Welle. Die Fourieramplituden im logarithmischen Maßstab aufgetragen über x lassen Rückschlüsse auf die Anfachung der eingeleiteten Störungen zu und werden daher als Anfachungskurven bezeichnet. Im folgenden werden stets die rms-Werte der Maxima über y der Fourieramplituden dargestellt. Um die Amplitude A_0 an der Stelle der Absaugung bzw. der Rauigkeit zurückrechnen zu können, was für einen Vergleich mit den Ergebnissen von Crouch & Spalart [11], sowie Choudhari & Street [5] notwendig ist, wird entweder auf die Lineare Stabilitätstheorie oder auf eine Referenzsimulation zurückgegriffen. Bei der Referenzsimulation ohne Schallwelle wird durch periodisches Absaugen und Einblasen an der Wand eine definierte Welle innerhalb der Grenzschicht erzeugt, deren Entwicklung in der Strömung analog zu der Entwicklung der an der Absaugestelle bzw. am Rauigkeitselement entstehenden TS-Welle verläuft.

Im Verlauf der Rechnungen zeigte sich jedoch, daß das oben beschriebene Verfahren für größere Absaugestärken $\epsilon_s > 10^{-3}$ unbefriedigende Ergebnisse liefert. Dies liegt daran, daß eine starke Absaugung die Strömung stabilisiert, wodurch sich nach der Absaugestelle zwar wieder eine Blasiusströmung ausbildet, die sich jedoch grundlegend von der ohne Absaugung unterscheidet. Da die Störungsentwicklung in der durch Absaugung stabilisierten Grenzschicht sich von der in der Grenzschicht ohne Absaugung deutlich unterscheidet, kann die oben erwähnte Subtraktion folglich hier nicht verwendet werden.

Zur Lösung dieses Problems wurde folgendes Vorgehen entwickelt. Es wird zunächst die Lösung nach zwei Perioden der Schallwelle berechnet. Anschließend wird eine Fortsetzungsrechnung mit einem reduzierten Integrationsgebiet durchgeführt, bei dem vorne soviel abgeschnitten wird, daß die am Einströmrand entstehende Welle noch nicht bis zu dem Punkt gelangt ist, an dem das reduzierte Integrationsgebiet beginnt. Als neue Einströmrandbedingung werden hierbei die bei der ersten Rechnung ausgegebenen Geschwindigkeits- und Wirbelstärkewerte am Ort des neuen Einströmrandes verwendet.

Desweiteren wird das Verfahren der "Schallkorrektur" durchgeführt, das von Stemmer [10] entwickelt wurde. Es basiert auf der Überlegung, daß dadurch, daß die vorgeschriebene Schallwelle im gesamten Integrationsgebiet von Anfang an vorhanden ist, aus den nichtlinearen Termen der Wirbeltransportgleichung sofort eine Antwort auf die Schallstörung im gesamten Feld folgt. Da sich die Tollmien-Schlichting-Welle dagegen erst langsam im Feld ausbreiten muß, kann

somit folgendes Vorgehen gewählt werden, um den unerwünschten Schallanteil zu eliminieren. Wie bereits oben erwähnt wird die Rechnung zunächst nur für zwei Perioden der Schallwelle durchgeführt. Dabei werden die Geschwindigkeits- und Wirbelstärkefelder über die zweite Periode im Abstand von 10 Zeitschritten abgespeichert. Vom Momentanfeld der Geschwindigkeit u einer späteren Periode (ebenfalls im Abstand von 10 Zeitschritten abgespeichert) werden dann die entsprechenden Zeitschritte der zweiten Periode subtrahiert. Das Ergebnis wird wie in den vorangegangenen Untersuchungen einer Fourieranalyse in der Zeit unterzogen und als Anfachungskurve dargestellt.

3 Ergebnisse der DNS

Mit Hilfe des im vorigen Kapitel vorgestellten numerischen Verfahrens wird nun zunächst die Interaktion einer Schallwelle mit einem Absaugestreifen und anschließend die Interaktion einer Schallwelle mit einem Rauigkeitselement untersucht. Hierbei wird zur Validierung der erhaltenen Ergebnisse jeweils auf bereits vorhandene, numerische oder theoretische Ergebnisse aus der Literatur zurückgegriffen.

3.1 Strömung mit lokaler Absaugung

3.1.1 Anfachungskurven

BILD 2 zeigt den Vergleich der Anfachungskurve mit der Linearen Stabilitätstheorie für eine Strömung mit lokaler Absaugung bei $x = 3.3$ mit $\epsilon_s = 10^{-5}$, $\sigma = 0.0816$. An dem starken Amplitudenanstieg bei $x = 3.3$ erkennt man, daß an der Absaugestelle eine Welle entsteht.

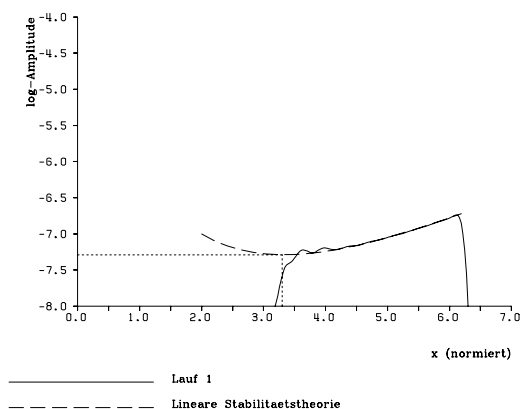


BILD 2: Anfachungskurve für eine Strömung mit Absaugung bei $x = 3.3$ mit $\epsilon_s = 10^{-5}$, $\sigma = 0.0816$

Daß es sich dabei um eine Tollmien-Schlichting-Welle handeln muß, wird dadurch deutlich, daß die Amplitude sich analog zu den aus der Linearen Stabilitätstheorie errechneten Anfachungsraten verhält.

Um mit den Ergebnissen von Crouch & Spalart [11] vergleichen zu können, wird die Amplitude A_0 an der Absaugestelle, die sich aus dem Zurückrechnen der Amplituden aus der Simulation mit Hilfe der Linearen Stabilitätstheorie ergibt, abgelesen. Dies wird in BILD 2 durch die beiden gepunkteten Linien dargestellt. In BILD 3 ist die Anfachungskurve für eine Strömung mit erhöhter Absaugung $\epsilon_s = 10^{-2}$ dargestellt. Auch hier sieht man deutlich die an der Absaugestelle entstehende TS-Welle, welche jedoch dadurch, daß die Grenzschicht durch die starke Absaugung stabilisiert wird, nach der Absaugestelle gedämpft wird. Außerdem wird sichtbar, daß das Vorgehen in Anlehnung an Crouch & Spalart (Lauf 1) hier unbefriedigende Ergebnisse liefert, wohingegen die Anfachungskurve, die mit Hilfe der Fortsetzungsrechnung sowie der "Schallkorrektur" gewonnen wurde (Lauf 10), sich im hinteren Bereich gut mit der Referenzlösung (Lauf 12) deckt. Bei der Referenzlösung wird durch periodisches Ausblasen und Absaugen bei $x = 1.96$ eine definierte Welle in der Grenzschicht erzeugt, welche sich im weiteren genauso verhält wie die entstandene TS-Welle, wodurch ein Zurückrechnen der Amplitude an der Absaugestelle möglich wird.

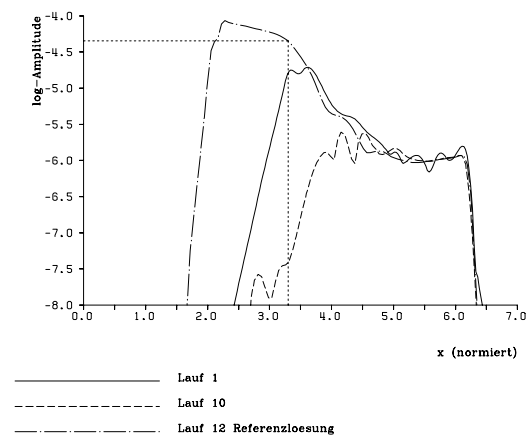


BILD 3: Anfachungskurve für eine Strömung mit Absaugung bei $x = 3.3$ mit $\epsilon_s = 10^{-2}$, $\sigma = 0.0816$

Der für schwächere Absaugestärken verwendete Vergleich mit der Linearen Stabilitätstheorie kann hier nicht verwendet werden, da für die sich an der Absaugestelle stark ändernde Grenzschicht nur eine abschnittsweise Berechnung der Anfachungsraten mit Hilfe der Linearen Stabilitätstheorie möglich war, die an der Absaugestelle selbst jedoch gänzlich versagte.

Die Referenzlösung weist im mittleren Bereich des Integrationsgebietes Wellen auf, was auf nichtlineare Effekte zurückzuführen ist, und zeigt erst im hinteren Bereich einen glatten Verlauf. Gleiches gilt für die mit Hilfe der Fortsetzungsrechnung sowie der "Schallkorrektur" gewonnenen Lösung. Da jedoch bei

diesem Vorgehen die Lösung nach der zweiten Periode von der Gesamtlösung subtrahiert wurde, wurde somit auch die bis dahin schon an der Absaugestelle entstandene TS-Welle wieder abgezogen, was in BILD 3 gut zu erkennen ist. Die gepunkteten Linien verdeutlichen auch hier das Ablesen der Amplitude A_0 an der Absaugestelle.

3.1.2 Vergleich mit den Ergebnissen von Crouch & Spalart

Zur Validierung des verwendeten numerischen Verfahrens wird eine Arbeit von Crouch & Spalart [11] herangezogen. Untersucht wird dort die Rezeptivität aufgrund der Interaktion einer Schallwelle mit einem Absaugestreifen, zum einen mit Hilfe einer Theorie unter Einbeziehung endlicher Reynoldszahlen und zum anderen mit Hilfe einer direkten numerischen Simulation auf Basis der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen. Im Unterschied zu der hier verwendeten Simulation benutzt Spalart, der die in [11] beschriebenen DNS durchgeführt hat, in Strömungsrichtung einen Spektralansatz.

Die Ergebnisse eines Vergleiches der eigenen Rechnungen mit denen von Crouch & Spalart unter Variation der Absaugestelle sind in BILD 4 dargestellt.

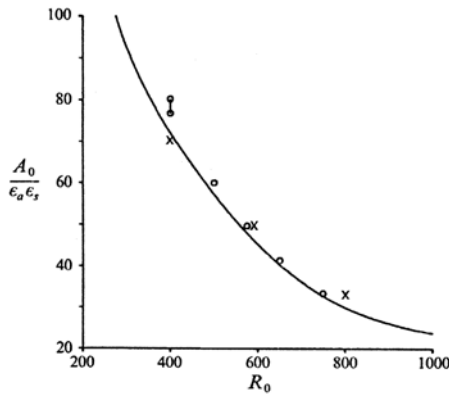


BILD 4: Amplitude A_0 über Absaugestelle R_0 ($R_0 = \sqrt{x_1 \cdot Re}$), Vergleich mit den Ergebnissen von Crouch & Spalart, - Theorie, o Simulationen nach Spalart, x eigene Simulationen

Die durchgezogene Linie markiert die theoretische Lösung, die Kreise die numerische Simulation nach Spalart und die Kreuze stellen die Ergebnisse der eigenen Simulation dar. Die Absaugestärke beträgt hierbei $\epsilon_s = 10^{-5}$, die halbe Breite des Absaugestreifens $\sigma = 0.0816$ und die Amplitude der Schallwelle $\epsilon_a = 10^{-4}$. Man sieht im großen und ganzen eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Analog zu Crouch & Spalart wurde anschließend die Absaugestärke ϵ_s variiert, um zu zeigen, daß die Amplitude der TS-Welle für große Absaugestärken nicht mehr linear mit ϵ_s anwächst.

Diese Ergebnisse sind in BILD 5 dargestellt.

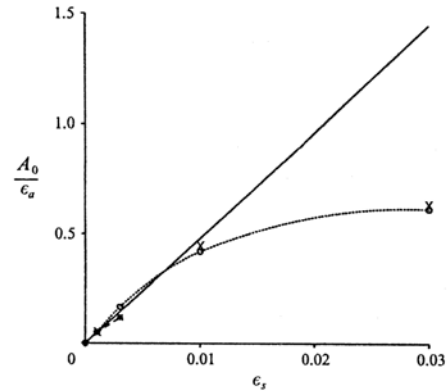


BILD 5: Amplitude A_0 über Absaugestärke ϵ_s , Vergleich mit den Ergebnissen von Crouch & Spalart, - Theorie, o Simulationen nach Spalart, x eigene Simulationen

Hierbei markiert wiederum die durchgezogene Linie die Theorie, die Kreise markieren die Simulation nach Spalart und die Kreuze die eigene Simulation. Auch hier ist eine sehr gute Übereinstimmung der eigenen Simulation mit der nach Spalart feststellbar. Die Ergebnisse der beiden Simulationen weichen dabei stark von der Theorie ab, da die linearisierte theoretische Berechnung die hier auftretenden nichtlinearen Effekte nicht wiedergeben kann.

Insgesamt kann also festgehalten werden, daß das vorhandene numerische Verfahren sehr gut zu Rezeptivitätsuntersuchungen im Sinne von Crouch & Spalart herangezogen werden kann.

3.1.3 Vergleich mit den Ergebnissen von Choudhari & Streett

Die Arbeit von Choudhari & Streett [5] beschäftigt sich mit der Entstehung von TS-Wellen aufgrund der Interaktion einer Schallwelle mit kleinen Veränderungen der Randbedingungen auf der Oberfläche einer ebenen Platte. Betrachtet werden hierbei unter anderem ein Absaugestreifen sowie eine diskrete Wandrauigkeit. Gelöst wird die Orr-Sommerfeld-Gleichung unter Einbeziehung einer Wechselwirkung der Wand mit einer akustischen Störung. Die erhaltenen Ergebnisse werden im Vergleich zur asymptotischen Theorie nach Goldstein [1] und Ruban [2] dargestellt.

Mit Hilfe eines Vergleiches der Simulationen mit Absaugestreifen für verschiedene Störfrequenzen mit der Theorie nach Choudhari & Streett soll festgestellt werden, inwiefern die Theorie zur Validierung der Simulationen mit Rauigkeitselement herangezogen werden kann.

In BILD 6 ist die Effektivitätsfunktion Λ_u für verschiedene Reynoldszahlen über der dimensionslosen

Frequenz f aufgetragen. Λ_u wird wie folgt definiert:

$$(3.1) \quad \Lambda_u = \left| \frac{A_0}{\epsilon_a \epsilon_s \hat{H}(\alpha_{TS})} \right|$$

A_0 , ϵ_a und ϵ_s sind hierbei wie zuvor definiert. Es ist besonders zu beachten, daß Choudhari & Streett folgende Definition der Fouriertransformation verwenden:

$$(3.2) \quad \hat{H}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int H(x) \cdot e^{-i\alpha x} dx$$

Ein weiterer Unterschied zur bisherige Auswertung ist, daß nicht die rms-Werte der Geschwindigkeit betrachtet werden, sondern die Absolutwerte. Die durchgezogenen Linien in BILD 6 markieren die Ergebnisse der asymptotischen Theorie, die Symbole die nach Choudhari & Streett. Die Ergebnisse der eigenen Simulationen für $R = \sqrt{x_1} \cdot Re = 1050$ werden durch die Kreuze verdeutlicht. Wie man sieht, stimmen die Ergebnisse der Simulation gut mit denen der Theorie nach Choudhari & Streett überein.

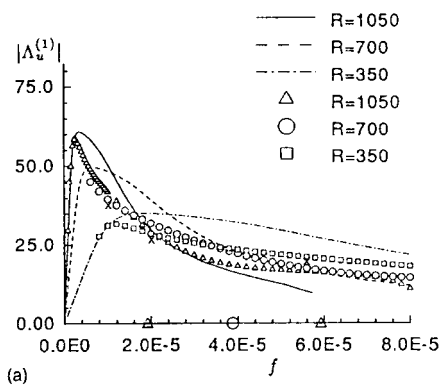


BILD 6: Effektivitätsfunktion Λ_u für Absaugung an der Wand in Abhängigkeit der Frequenz f , Vergleich mit den Ergebnissen von Choudhari & Streett, x eigene Simulationen für $R=1050$

3.2 Strömung mit Rauigkeitselement

3.2.1 Anfachungskurven

BILD 7 zeigt die Anfachungskurve für eine Strömung mit Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0022$ und $b = 0.073$. Auch hier ist gut zu erkennen, daß an dem Rauigkeitselement eine TS-Welle entsteht, welche im weiteren Verlauf zunächst leicht angefacht, dann jedoch wieder gedämpft wird.

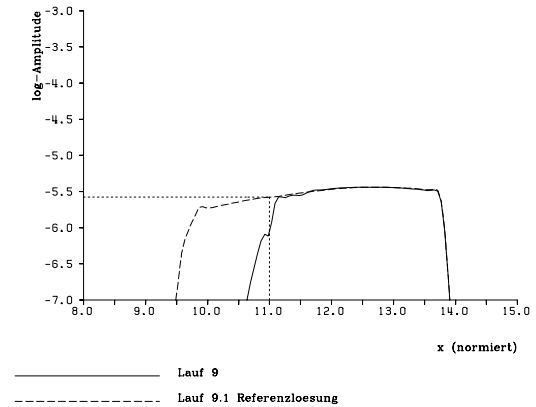


BILD 7: Anfachungskurve für eine Strömung mit Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0022$, $b = 0.073$

BILD 8 zeigt im Unterschied zu BILD 7 die Anfachungskurve für eine Strömung mit einem großen Rauigkeitselement ($x = 11.0$, $\epsilon_s = 0.0132$, $b = 0.44$). An dem Rauigkeitselement entsteht wiederum eine TS-Welle, die ebenfalls zunächst angefacht und anschließend gedämpft wird. Die Amplitude am Ort der Wandrauigkeit wird jeweils mit Hilfe einer Referenzsimulation zurückgerechnet, welche bereits in Kapitel 3.1 näher erläutert wurde. Zusätzlich ist die so abgelesene Amplitude A_0 gezeigt.

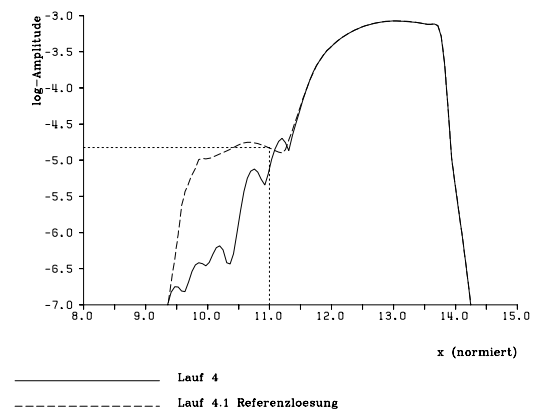


BILD 8: Anfachungskurve für eine Strömung mit Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0132$, $b = 0.44$

3.2.2 Vergleich mit den Ergebnissen von Choudhari & Streett

Wie schon am Beispiel der Strömung mit lokaler Absaugung erläutert, wird auch in diesem Fall ein Vergleich mit den theoretischen Berechnungen von Choudhari & Streett [5] durchgeführt. Wie in BILD 9 zu sehen ist, ergibt sich eine große Abweichung zwischen den Ergebnissen der Simulation und denen von Choudhari & Streett.

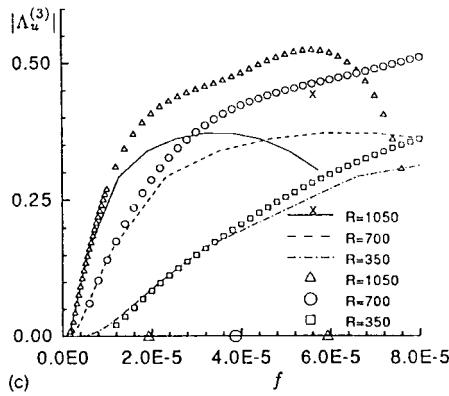


BILD 9: Effektivitätsfunktion Λ_u für Wandrauigkeit in Abhängigkeit der Frequenz f , Vergleich mit den Ergebnissen von Choudhari & Streett, x eigene Simulationen für $R=1050$

Dies rührt vermutlich von den bei der numerischen Simulation verwendeten Vereinfachungen her. Zum einen wird sowohl bei der Berechnung der Grundströmung als auch in der instationären Simulation die Haftbedingung nur für $y = 0$ erfüllt und nicht an der tatsächlichen Wandkontur, welche das Rauigkeitselement beinhaltet. Zum anderen wird die nach der Potentialtheorie berechnete Geschwindigkeitsverteilung, welche die Geschwindigkeit an der Kontur darstellt, am oberen Rand des Integrationsgebietes vorgeschrieben und eben nicht an der Wandkontur oder wenigstens am Grenzschichttrand. Auch der Einfluß der Verdrängungswirkung der Grenzschicht wird nicht in die Berechnungen miteinbezogen. Im folgenden Kapitel wird nun noch versucht, den Einfluß der zuletzt erläuterten Fehlerquellen auf das Ergebnis zu klären.

3.2.3 Verbesserung der Auswertung

Um zu klären, ob die Tatsache, daß die aus der Potentialtheorie errechnete Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand des Integrationsgebietes vorgegeben wurde anstatt am Grenzschichttrand, einen Einfluß auf das Ergebnis hat, wird eine Rechnung mit niedrigerem Integrationsgebiet durchgeführt. Wie BILD 10 zeigt ergaben sich dabei etwa doppelt so große Amplituden wie bei der Rechnung mit höherem Integrationsgebiet. Dies beweist, daß die Lösung stark davon abhängt, in welchem Abstand von der ebenen Platte die Geschwindigkeitsverteilung vorgeschrieben wird. Um nun diesen Einfluß weitestgehend auszuschließen wird aufbauend auf Gruber [12] ein alternatives Vorgehen zur Auswertung der Simulationen entwickelt. Hierbei wird bei der Berechnung der Grundströmung die Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichttrand $U(x)$ sowie der Verlauf der Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$ ausgegeben.

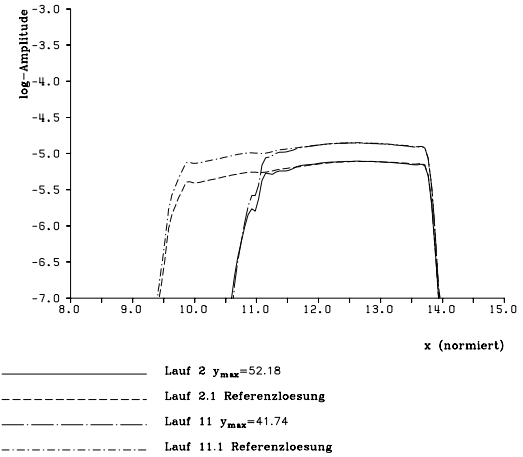


BILD 10: Anfachungskurven für eine Strömung mit Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0033$, $b = 0.11$, Integrationsgebiete mit unterschiedlicher Höhe

Anschließend wird mit Hilfe der Beziehungen

$$(3.3) \quad \frac{dH_{eff}}{dx} = -\frac{1}{\pi} \int_{x_0}^{x_E} \frac{U(x) - 1}{x - \xi} d\xi$$

und

$$(3.4) \quad H(x) = H_{eff}(x) - \delta_1(x)$$

die tatsächliche Körperkontur $H(x)$ bestimmt.

Das so gewonnene Ergebnis liegt deutlich näher an den theoretischen Werten nach Choudhari & Streett, ist allerdings ebenfalls nicht unabhängig von der Lage des oberen Randes des Integrationsgebietes. Verwendet man dieses Vorgehen zur Auswertung der Rechnung mit niedrigerem Integrationsgebiet, so ergibt sich mit $\epsilon_s = 0.0033$ und $b = 0.11$ für $\frac{A_0}{\epsilon_s \bar{H}(\alpha_{TS})}$ ein Wert von 0.616.

4 Untersuchung der nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung

Um zu klären, an welcher Stelle im Feld die TS-Welle entsteht und wovon ihre Amplitude abhängt, wird eine Untersuchung der nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung durchgeführt. Wird der Zeitpunkt des Anlaufens der Rechnung betrachtet, an dem noch keine Störungen vorhanden sind, und wird der Einfluß der zweiten Ableitungen vernachlässigt, so vereinfacht sich die Wirbeltransportgleichung zu

$$(4.1) \quad \frac{\partial \omega'_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_0 \omega'_{z\alpha} + u_\alpha \omega'_{z0}) + \frac{\partial}{\partial y}(v_0 \omega'_{z\alpha}) = 0.$$

Die Störwirbelstärke ω'_z entsteht folglich aus der Interaktion der Grundströmung (Index 0) mit der Schallwelle (Index a). Die drei in Gleichung (4.1) auftretenden Terme $\frac{\partial}{\partial x}(u_0\omega_{za})$, $\frac{\partial}{\partial x}(u_a\omega_{z0})$ und $\frac{\partial}{\partial y}(v_0\omega_{za})$ können daher als Quellterme für die TS-Welle bezeichnet werden. Sie werden über eine Periode der Schallwelle berechnet und anschließend einer Fourieranalyse in der Zeit unterzogen.

4.1 Strömung mit lokaler Absaugung

BILD 11 a) zeigt die Fourieramplitude der Summe der nichtlinearen Terme in einer Höhenlinien-darstellung und BILD 11 b) die zugehörige Phase für eine Strömung mit lokaler Absaugung bei $x = 3.3$ mit $\sigma = 0.0816$ und $\epsilon_s = 10^{-3}$. Dargestellt ist nur der interessierende Ausschnitt des Strömungsfeldes in der Umgebung der Absaugestelle.

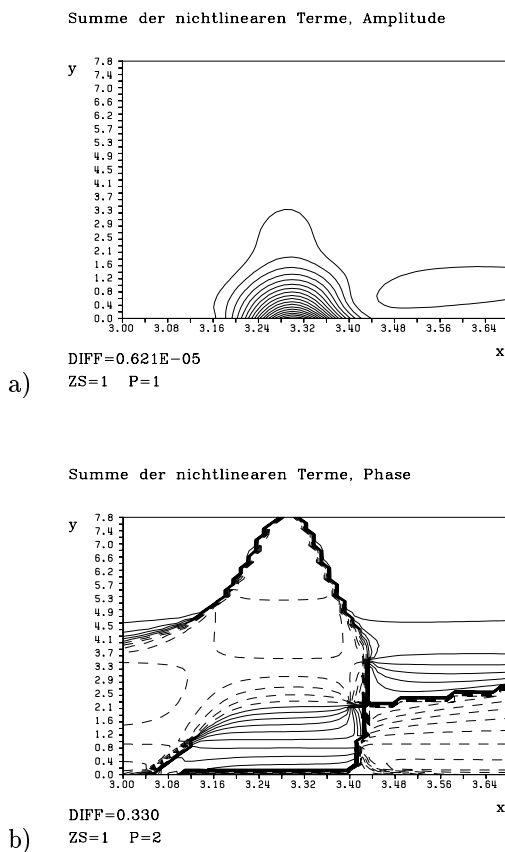


BILD 11: Summe der nichtlinearen Terme für die Interaktion einer Schallwelle mit einem Absaugestreifen bei $x = 3.3$ mit $\sigma = 0.0816$ und $\epsilon_s = 10^{-3}$, a) Amplitude, b) Phase, negative Werte strichliert

An der Absaugestelle befindet sich demnach ein schwingender Monopol. Der schwingende Monopol erzeugt die in Kapitel 3.1 beobachtete TS-Welle. Die Amplitude der TS-Welle ist abhängig von der Amplitude des Monopols sowie von seiner Ausdehnung bzw. Form. Die Amplitude des Monopols und somit der TS-

Welle hängt von der Absaugestärke und der Amplitude der Schallwelle ab. Das Maximum der nichtlinearen Terme liegt im Zentrum des Absaugestreifens an der Wand. Die TS-Welle entsteht somit aus der vorgegebenen Randbedingung an der Wand. An Vorder- und Hinterkante des Streifens ist keine zusätzliche oder ausschließliche Rezeptivität festzustellen.

4.2 Strömung mit Rauigkeitselement

In BILD 12 a) ist die Fourieramplitude der Summe der nichtlinearen Terme für ein Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0011$ und $b = 0.37$ in Höhenlinienbildern dargestellt. Hierbei ist erneut der interessierende Teil des Strömungsfeldes in der Nähe des Rauigkeitselementes herausgegriffen. Die Summe der nichtlinearen Terme weist eine Dipolstruktur auf. Der Dipol befindet sich im vorliegenden Fall etwa bei $y = 0.8$, seine Achse etwa bei $x = 11.0$. Er stellt die Energie zur Erzeugung der TS-Welle zur Verfügung.

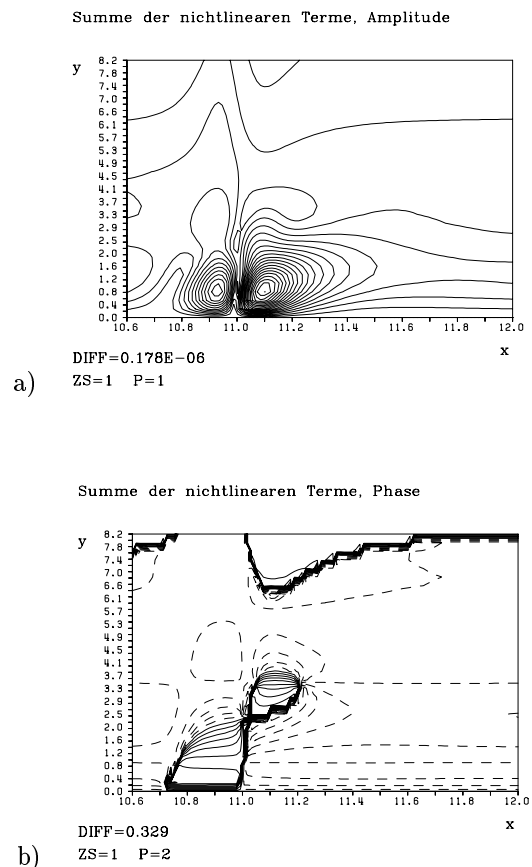


BILD 12: Summe der nichtlinearen Terme für die Interaktion einer Schallwelle mit einem Rauigkeitselement bei $x = 11.0$ mit $\epsilon_s = 0.0011$ und $b = 0.037$, a) Amplitude, b) Phase, negative Werte strichliert

Im Unterschied zur Strömung mit lokaler Absaugung tritt beim Rauigkeitselement also Rezeptivität sowohl an der Vorder- als auch an der Hinterseite der Rauigkeit auf. Die Überlagerung der beiden so ent-

stehenden Wellen müßte die Amplitude der TS-Welle bestimmen. Betrachtet man die Darstellung der Phase in BILD 12 b), so wird deutlich, daß die beiden Maxima gegenphasig schwingen. Diese Phasenverschiebung sowie eine weitere, die aus dem Abstand der beiden Maxima voneinander herrührt, entscheiden darüber, ob die beiden Wellen sich verstärken oder teilweise auslöschen. Die Amplitude der Resultierenden der beiden sich überlagernden Wellen gleicher Frequenz errechnet sich folgendermaßen aus den Einzelamplituden:

$$(4.2) \quad A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

A_1 und A_2 stellen hierbei die Amplituden der beiden Wellen dar und φ_1 und φ_2 die jeweiligen Anfangsphasen. Im betrachteten Fall ist $\varphi_1 = 0$ und $\varphi_2 = \pi + \frac{2\pi l}{\lambda}$, wobei l den Abstand der beiden Maxima und λ die Wellenlänge der TS-Welle darstellt. Der wesentliche Unterschied zur Betrachtung der Strömung mit lokaler Absaugung liegt hierbei darin, daß in diesem Fall zwei Maxima auftreten, deren Abstand voneinander in Relation zur Wellenlänge der entstehenden TS-Welle die Amplitude der resultierenden TS-Welle mitbestimmt. Es wird also eine charakteristische Länge deutlich, die sich im Fall mit Absaugung vermutlich in der Ausdehnung des Monopols verbirgt. TAB. 4.1 zeigt die Abhängigkeit der Amplitude der TS-Welle von der Überlagerung der beiden Wellen. Vernachlässigt wird hierbei, daß die an der Vorderkante entstehende Welle bis zur Hinterkante bereits eine Anfachung erfährt.

ϵ_s	b	$A_0 \cdot 10^{-4}$	$A \cdot 10^{-6}$	$\frac{A_0}{A}$
0.00066	0.022	0.0031	2.135	0.1438
0.00110	0.037	0.0081	5.426	0.1485
0.00220	0.073	0.0266	17.09	0.1556
0.00330	0.110	0.0562	33.66	0.1669
0.00660	0.220	0.1585	62.58	0.2373
0.01320	0.440	0.1496	84.39	0.2119

TAB. 4.1: Abhängigkeit der Amplitude A_0 der TS-Welle von der Amplitude A der Überlagerung der beiden Wellen

Man sieht, daß die lineare Abhängigkeit etwa bis zu einer Höhe des Rauigkeitselementes von $\epsilon_s = 0.0033$ gegeben ist, was mit experimentellen Untersuchungen von Saric et al. [14] übereinstimmt. Im Fall der beiden größten Rauigkeitselemente ergibt sich neben den bereits bekannten Maxima ein drittes Maximum, das allerdings eine kleinere Amplitude aufweist. Da es sich auch recht weit stromab der anderen beiden Maxima befindet, konnte nicht geklärt werden, ob es einen Beitrag zu der entstehenden TS-Welle liefert, da die TS-Welle, die durch die Überlagerung der beiden ersten Wellen entsteht, bis zu dieser Stelle bereits eine Anfachung erfahren hat. Bei der Berechnung der

in TAB. 4.1 angegebenen Werte wurde dieses Maximum deshalb außer acht gelassen. Die hier dargestellte Untersuchung der nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung zeigt eine sehr gute qualitative Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen von Kobayashi et al. [15], in denen ebenfalls festgestellt wurde, daß sowohl an der Vorder- als auch an der Hinterkante eines Rauigkeitselementes eine Welle entsteht. Hierbei wies die an der Hinterkante entstehende Welle, die zu der an der Vorderkante entstehenden eine Phasenverschiebung von 180° besaß, stets die größere Amplitude auf, was auch in der Darstellung der Amplitude sowie der Phase der nichtlinearen Terme in BILD 12 gut zu erkennen ist.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Wechselwirkung von Schallwellen mit lokalen Veränderungen auf einer Plattenoberfläche mit Hilfe einer räumlichen direkten numerischen Simulation auf Basis der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen untersucht. Gegenstand der Untersuchung war hierbei die Umsetzung der langwelligen Schallwellen in kurzweilige Grenzschichtstörungen, die sogenannten Tollmien-Schlichting-Wellen.

Zunächst wurde die Interaktion einer Schallwelle mit einem Absaugestreifen betrachtet. Variiert wurden hierbei die Lage des Absaugestreifens, die Absaugestärke sowie die Frequenz der Schallwelle. Gut zu erkennen war die an der Absaugestelle entstehende TS-Welle sowie deren weitere Entwicklung in der Grenzschicht. Die Ergebnisse zeigten eine sehr gute qualitative wie auch quantitative Übereinstimmung mit Ergebnissen aus der Literatur von Crouch & Spalart [11] sowie von Choudhari & Streett [5].

Anschließend wurde die Interaktion einer Schallwelle mit einem Rauigkeitselement untersucht. In diesem Fall wurde die Größe des Rauigkeitselementes variiert. Auch hier war die am Rauigkeitselement entstehende TS-Welle gut zu beobachten. Ein Vergleich mit Ergebnissen von Choudhari & Streett [5] zeigte jedoch eine deutliche Abweichung der Ergebnisse. Diese ist auf die bei der numerischen Rechnung getroffenen Vereinfachungen zurückzuführen. Eine teilweise Verbesserung der Übereinstimmung konnte bei Berücksichtigung einiger der getroffenen Vereinfachungen erreicht werden.

Um einen Einblick in den Prozeß der Entstehung der TS-Welle zu bekommen, wurden die nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung über eine Periode der Schallwelle untersucht. Im Fall der Strömung mit Absaugung ergab diese Untersuchung, daß die TS-Welle durch einen schwingenden Monopol an der

Absaugestelle entsteht. Bei der Strömung mit Rauigkeitselement ist ein Dipol für die Bildung der TS-Welle verantwortlich. Die Amplitude der entstehenden TS-Welle hängt hierbei von der Überlagerung der beiden Wellen ab, die an den Polen des Dipols entstehen.

Als Weiterführung der hier begonnenen Untersuchung der Interaktion einer Schallwelle mit einem Rauigkeitselement wäre es zunächst interessant bei der Berechnung der Grundströmung mit Hilfe eines Ansatzes aus der Potentialtheorie auf die Verwendung der Näherung für dünne Profile zu verzichten. Desweiteren sollte an dieser Stelle auch die Verdrängungswirkung der Grenzschicht mit Hilfe eines Interaktionsmodells in die Rechnung miteinbezogen werden. Alternativ hierzu wäre auch die Vorgabe der Haftbedingung auf der Kontur des Rauigkeitselementes denkbar, die mit Hilfe einer Taylorentwicklung in eine Randbedingung am unteren Rand des Integrationsgebietes ($y = 0$) umgewandelt werden könnte (siehe Crouch [4]). Anschließend könnten die Ergebnisse der verschiedenen Vorgehensweisen miteinander verglichen werden.

Literatur

- [1] Goldstein, M.E.: **Scattering of acoustic waves into Tollmien-Schlichting waves by small streamwise variations in surface geometry.** J. Fluid Mech. (1985) **154**, pp. 509
- [2] Ruban, A.I.: **On the generation of Tollmien-Schlichting waves by sound.** Fluid Dyn. (1985) **19**, 709 (translation)
- [3] Zhigulev, V.N. and Fedorov, A.V.: **Boundary-layer receptivity to acoustic disturbances.** J. Appl. Mech. Tech. Phys. (1987), **28**, pp. 28
- [4] Crouch, J.D.: **Localized receptivity of boundary layers.** Phys. Fluids (1992) A **4**, pp. 1408-1414
- [5] Choudhari, M. and Streett, C.L.: **A finite Reynolds-number approach for the prediction of boundary-layer receptivity in localized regions.** Phys. Fluids (1992) A **4**, pp. 2495-2514
- [6] Hill, D.C.: **Adjoint systems and their role in the receptivity problem for boundary layers.** CTR Manuscript 146. (1993) Stanford
- [7] Schlichting, H.: **Grenzschicht-Theorie.** 8. Aufl., Verlag G. Braun, Karlsruhe (1982)
- [8] Rist, U.: **Numerische Untersuchung der räumlichen, dreidimensionalen Störungsentwicklung beim Grenzschichtumschlag.** Dissertation, Universität Stuttgart (1990)
- [9] Kloker, M.: **Direkte numerische Simulation des laminar-turbulenten Strömungsumschlages in einer stark verzögerten Grenzschicht.** Dissertation, Universität Stuttgart (1993)
- [10] Stemmer, C.: **Numerische Simulation zum Einfluß einer ebenen Schallwelle auf eine Grenzschicht mit und ohne Ablöseblase.** Diplomarbeit, Universität Stuttgart (1995)
- [11] Crouch, J.D. and Spalart, P.R.: **A study of non-parallel and nonlinear effects on the localized receptivity of boundary layers.** J. Fluid Mech. (1995), **290**, pp. 29-37
- [12] Gruber, K.: **Numerische Untersuchungen zum Problem der Grenzschichtablösung.** Dissertation, Universität Stuttgart (1987)
- [13] Wagner, S.: **Vorlesung Strömungslehre.** 3. Auflage, Stuttgart (1995)
- [14] Saric, W.S., Hoos, J.A. and Radeztsky, R.H.: **Boundary-layer receptivity of sound with roughness.** ASME, New York (1991), FED.-Vol. 114, pp. 17-22
- [15] Kobayashi, R., Fukunishi, Y., Nishikawa, T. and Kato, T.: **The Receptivity of Flate-Plate Boundary-Layers with Two-Dimensional Roughness Elements to Freestream Sound and its Control.** Laminar-Turbulent Transition, IV, Ed. R. Kobayashi, Springer-Verlag (1995), pp. 507-513