

# Zur Instabilität und Transition in laminaren Ablöseblasen

## HABILITATIONSSCHRIFT

Zur Erlangung der Lehrbefugnis

(venia legendi)

für das

Lehrgebiet Strömungsmechanik

Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik

Universität Stuttgart

vorgelegt von

**Ulrich Rist**

geboren in Reutlingen

Institut für Aerodynamik und Gasdynamik

Universität Stuttgart

1998

## Vorwort

Trotz intensiver Anstrengungen und aller Fortschritte, die in den vergangenen Jahren erzielt wurden, gibt es auch heute noch strömungsmechanische Detailprobleme, die zwar seit langen bekannt sind, aber immer noch nicht eindringlich verstanden werden. Deshalb können derartige Probleme im Anwendungsfall nur unzuverlässig vorhergesagt und kontrolliert (beeinflusst) werden. Hierzu gehört das Phänomen „laminare Ablöseblase“.

International gesehen, ist in den letzten Jahren ein zunehmendes Interesse an der Erforschung von Instabilität und Transition in laminaren Ablöseblasen zu beobachten. Dies belegt die zunehmende, aber immer noch spärliche Anzahl an Publikationen zu dieser Problematik. Aufgrund dieser Aktivitäten ist die Wissenschaft nunmehr im Begriff, erste Einblicke in das Thema zu bekommen. Die vorliegende Arbeit steht somit auch eher am Anfang dieser Phase, als daß sie abschließend und zusammenfassend über das Problem berichtet. Dabei gewinnt das Thema augenblicklich zusätzliche Aktualität aufgrund der Ablösungs- und Transitionsproblematik beim Entwurf von Hochauftriebshilfen für Großflugzeuge. Hierfür ist die Zuverlässigkeit vorhandener Entwurfswerkzeuge nicht bekannt, vorhandene Grenzschicht- und Simulationsverfahren sind überfordert und die Extrapolation vom Windkanalmodell auf die reale Anwendung ist zu unsicher aufgrund ungeklärter physikalischer Effekte.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich eingehend mit dem laminar-turbulenten Strömungsumschlag (Transition) in laminaren Ablöseblasen. Entsprechende Untersuchungen konnten zuvor, mangels geeigneter Werkzeuge, nicht so detailliert durchgeführt werden, wie dies zum besseren Verständnis der Strömungsphysik erforderlich ist. Durch enorme Fortschritte auf dem Gebiet der numerischen Strömungssimulation ist es nunmehr möglich, instationäre, dreidimensionale Strömungsvorgänge zu studieren, denen meßtechnisch nur schwer beizukommen ist. Diese Arbeit kann deshalb nicht nur denjenigen Leser ansprechen, der an einer Erweiterung seiner Kenntnisse über das Strömungsphänomen „laminare Ablöseblase“ interessiert ist, sondern auch den Experimentator oder den Praktiker, der den einen oder anderen der hier dargestellten Effekte bereits beobachtet hat.

Am Anfang der vorliegenden Arbeit stand die Frage nach der Entstehung inhärent dreidimensionaler Turbulenz in der nominell zweidimensionalen und auch dominant zweidimensional instabilen abgelösten Grenzschicht. Schon bei den ersten Untersuchungen fielen aber, außer unerwarteten Ergebnissen zur Instabilität und Transition, wesentliche Er-

kenntnisse zu den Auswirkungen der instationären zwei- und dreidimensionalen Störungen auf das zeitlich mittlere Strömungsfeld an. So schien es mir sinnvoll, auch diese Ergebnisse hier darzustellen und in der Gliederung des Hauptteils der Arbeit in „Grundströmung“, „Untersuchungen mit der linearen Stabilitätstheorie“, „direkte numerische Simulationen“, „Rezeptivität“ und „Strömungsbeeinflussung“ zu berücksichtigen.

Die vorliegende Schrift gibt daher Auskunft über die Rolle zwei- und dreidimensionaler Störungen in unterschiedlichen Szenarien, über die Bildung von Längswirbeln, über Rezeptivität und über die Beeinflussung der Ablöseblase durch instationäre Störungen. Außerdem enthält sie Aussagen zur absoluten und globalen Instabilität. Die meisten dieser Ergebnisse wurden über Direkte Numerische Simulationen (DNS) gewonnen, für die ein in der Transitionsforschung entwickeltes und durch sorgfältige Vergleiche mit theoretischen Lösungen und Experimenten validiertes Simulationsverfahren verwendet wurde. Da das vorliegende Strömungsproblem zwingend den Einsatz eines *räumlichen Simulationsmodells* erfordert, bei dem im Unterschied zum *zeitlichen Modell* mit einem längeren Integrationsgebiet und ohne periodische Randbedingungen in Strömungsrichtung gearbeitet wird, konnte gegenüber anderen Forschergruppen, die erst später auf diesen Ansatz übergegangen sind, ein gewisser Vorsprung erzielt werden.

Am Ende sei hier bereits auf die Fortführung der vorliegenden Arbeiten in der Dissertation von U. Maucher hingewiesen, in der über Untersuchungen von laminaren Ablöseblasen in der Tragflügelgrenzschicht eines Segelflugzeugprofils berichtet werden soll. Dort ist es inzwischen gelungen, das Strömungsfeld im Wiederanlegebereich der Grenzschicht so fein aufzulösen, daß die Entstehung und Ausbreitung dreidimensionaler turbulenter Störungen beobachtet werden kann. Es ist zu hoffen, daß ähnliche Untersuchungen bald auch im Experiment durchgeführt werden können, um so bei der Klärung der Frage nach der Entstehung der Turbulenz in zweidimensionalen laminaren Ablöseblasen weiter voranzukommen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Liste der Formelzeichen</b>	<b>iii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Laminare Ablöseblasen in Profilmittelschichten . . . . .	7
1.2 Stand der Forschung . . . . .	11
<b>2 Aufgabenstellung und Übersicht</b>	<b>23</b>
<b>3 Numerisches Verfahren</b>	<b>27</b>
3.1 Grundgleichungen und Diskretisierung . . . . .	27
3.2 Randbedingungen . . . . .	31
3.3 Numerisches Verfahren in Gesamtströmungsformulierung . . . . .	32
3.4 Störungserzeugung . . . . .	33
<b>4 Grundströmung</b>	<b>35</b>
4.1 Vorderkantenblase . . . . .	36
4.1.1 Die stationäre Lösung . . . . .	36
4.1.2 Einfluß periodischer Störungen auf die Grundströmung . . . . .	39
4.2 Ablöseblase in Profilmittelschicht . . . . .	43
4.2.1 Die zeitlich gemittelte Strömung . . . . .	44
4.2.2 Einfluß der Störampplitude auf die Grundströmung . . . . .	47
<b>5 Untersuchung des linearen Störungsverhaltens</b>	<b>51</b>
5.1 Vorderkantenblase . . . . .	52
5.2 Einfluß der Wand auf die lineare Instabilität . . . . .	56
5.3 Einfluß der Rückströmung an der Wand . . . . .	59
5.4 Suche nach absoluter Instabilität . . . . .	60

5.5	Ablöseblase in Profilmitte . . . . .	63
<b>6</b>	<b>DNS des nichtlinearen Störungsverhaltens</b>	<b>65</b>
6.1	Vorderkantenblase . . . . .	65
6.1.1	Untersuchungen zur Sekundärinstabilität . . . . .	65
6.1.2	Vergleich mit der Sekundärinstabilitätstheorie . . . . .	71
6.1.3	Zusammenbruch der Sekundärinstabilität . . . . .	74
6.1.4	Umschlag durch schräglauende Wellen . . . . .	76
6.1.5	Entstehung von Längswirbeln . . . . .	78
6.1.6	Auswirkungen auf das zeitlich mittlere Strömungsfeld . . . . .	80
6.1.7	Kombinierte Störformen . . . . .	81
6.1.8	Abschalten der Störungseingabe . . . . .	84
6.1.9	Zusammenfassung . . . . .	87
6.2	Ablöseblase in Profilmitte . . . . .	88
6.2.1	Zur Eignung des Interaktionsmodells . . . . .	88
6.2.2	Rechnung ohne Wandstörung . . . . .	92
6.2.3	Untersuchungen zur Sekundärinstabilität . . . . .	94
6.2.4	Umschlag durch schräglauende Wellen . . . . .	98
<b>7</b>	<b>Untersuchungen zur Rezeptivität</b>	<b>101</b>
<b>8</b>	<b>Aktive Strömungsbeeinflussung</b>	<b>109</b>
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>115</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>

# Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen

## Lateinische Buchstaben

$a$	Schallgeschwindigkeit
$A$	Ablösestelle
$A^2$	sekundäre Ablösestelle
$A_u, A_v$	Amplitude der $u$ - bzw. $v$ -Störung in der linearen Stabilitätstheorie
$A_{v,k}$	Amplitude der Ausblasegeschwindigkeit an der Wand für die Spektralmode $k$
$c$	Profiltiefe
$c_a$	Auftriebsbeiwert des Profils
$c_{gr}$	Gruppengeschwindigkeit der Störungen $c_{gr} = \partial\beta/\partial\alpha$
$c_p$	Druckbeiwert $c_p = (p - p_\infty)/\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$
$c_r$	Phasengeschwindigkeit der Störungen $c_r = \beta/\alpha$
$c_w$	Widerstandsbeiwert des Profils
DNS	Direkte Numerische Simulation auf der Basis der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen
$H_{12}$	Grenzschicht-Formparameter $H_{12} = \delta_1/\delta_2$
$H_{32}$	Grenzschicht-Formparameter $H_{32} = \delta_3/\delta_2$
$i$	imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$
$k$	spektraler Wellenzahl-Index in Querrichtung
$k_r$	Rezeptivitätskoeffizient
$K$	größter zur Diskretisierung der Querrichtung verwendeter Wellenzahl-Index
$l$	Zeitindex
$L$	Referenzlänge zur Normierung der Ergebnisse
$M$	Druckminimum entlang der Profilkontur
$n$	Frequenzindex im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum
$p$	Druck
$p_w$	Wanddruck
$p30, p40, \dots$	Bezeichnung der 30., 40., usw. Störperiode
$R_k^l$	Residuum der $k$ -ten Querharmonischen der Wirbeltransportgleichung am Zeitschritt $l$
$Re$	Reynolds-Zahl $Re = U_\infty L/\nu$
$\overline{Re}$	Reynolds-Zahl in Wellenausbreitungsrichtung

$Re_{\delta_1}$	mit der lokalen Verdrängungsdicke gebildete Reynolds-Zahl $Re_{\delta_1} = U_{\infty}\delta_1/\nu$
$s$	Koordinate entlang der Profilkontur
$s_{tr}$	entlang der Profilkontur gemessene Strecke bis zum „Umschlagpunkt“
$t$	Zeit
<b>T</b>	Umschlagstelle (Transition)
$T$	Periode der Störungen
TS	Tollmien-Schlichting
$U, V$	Geschwindigkeitskomponenten der stationären Grundströmung
$U_r$	maximale stationäre Rückströmamplitude in der Ablöseblase
$U_M$	stationäre Längsgeschwindigkeit am oberen Rand des Integrationsgebiets
$U_{\infty}$	Anströmgeschwindigkeit
$u, v, w$	Geschwindigkeitskomponenten in $x, y$ und $z$ -Richtung
$u', v', w'$	Störgeschwindigkeitskomponenten
$U_k, V_k, W_k$	Geschwindigkeitskomponenten im Spektralraum
$u_s$	Geschwindigkeitsverteilung der Schallwelle
$v_w$	Ausblasegeschwindigkeit an der Wand zur Modellierung der Verdrängungsdicke
<b>W</b>	Wiederanlegestelle
$W'$	momentane Wiederanlegestelle bei instationärer Strömung
$W^2$	sekundäre Wiederanlegestelle
$x$	Koordinate in Strömungsrichtung
$x_a$	Beginn des Störstreifens an der Wand
$x_A$	$x$ -Koordinate des Ablösungspunkts
$x_b$	Ende des Störstreifens an der Wand
$x_N$	Ende des Integrationsgebiets
$x_W$	$x$ -Koordinate der Wiederanlegestelle
$x_0$	Beginn des Integrationsgebiets
$x_1$	Beginn des Druckabfalls am oberen Rand
$x_2$	Ende des Druckabfalls am oberen Rand
$x'_2$	Ende des Druckabfalls am oberen Rand nach Modifikation
$y$	Koordinate senkrecht zur Wand
$y_M$	Abstand des oberen Randes von der Wand
$y_z$	zusätzlich eingefügter Wandabstand für Stabilitätsuntersuchungen
$z$	Koordinate in Quer- bzw. Spannweitenrichtung
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Anstellwinkel bzw. Wellenzahl in $x$ -Richtung $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$
$\bar{\alpha}$	Wellenzahl in Wellenausbreitungsrichtung
$\alpha_i$	räumliche Anfachungsrate
$\tilde{\alpha}_i$	näherungsweise berechnete räumliche Anfachungsrate
$\alpha_r$	Realteil der Wellenzahl in $x$ -Richtung
$\alpha_T$	(fiktiver) Ausbreitungswinkel der Turbulenz in der Wiederanlegezone
$\beta$	dimensionslose Kreisfrequenz der Störung $\beta = (2\pi) \cdot f \cdot \nu / U_{\infty}^2 \cdot Re$ , wobei $f$ die Störfrequenz in $Hz$ ist
$\beta_i$	zeitliche Anfachungsrate
$\beta_h$	Hauptfrequenz bei Pulsstörung
$\beta_H$	Hartree-Parameter
$\gamma$	Wellenzahl in Querrichtung
$\delta$	Grenzschichtdicke
$\delta_1$	Verdrängungsdicke der Grenzschicht
$\delta_2$	Impulsverlustdicke der Grenzschicht
$\delta_3$	Energieverlustdicke der Grenzschicht
$\Delta U_M$	Geschwindigkeitsabfall am oberen Rand
$\Delta U_{zu s}$	zusätzlich eingefügter Geschwindigkeitsabfall am oberen Rand
$\varepsilon$	kleine Amplitude in der linearen Stabilitätstheorie
$\epsilon_s$	Amplitude der Schallwelle
$\phi$	Schräglaufwinkel dreidimensionaler Störungen relativ zur Anströmung
$\kappa$	Frequenzparameter der Zweiten Stokes'schen Lösung $\kappa = \sqrt{\beta/2\nu}$
$\lambda_x, \lambda_z$	Wellenlänge der Störungen in $x$ - bzw. $z$ -Richtung
$\nu$	kinematische Viskosität des Fluids
$\omega_w$	Wandwirbelstärke
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Komponenten der Wirbelstärke ( $\vec{\omega} = -\text{rot } \vec{u}$ )
$\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z$	Komponenten der Stör-Wirbelstärke
$\Omega_{xk}, \Omega_{yk}, \Omega_{zk}$	Wirbelstärkekomponenten im Spektralraum
$\Omega_z$	Wirbelstärke der stationären Grundströmung
$\psi$	Stromfunktion
$\vartheta$	Winkel zwischen Trennstromlinie und Wand am Ablösungspunkt
$\Theta$	Phase der Störungen in der linearen Stabilitätstheorie

# 1 Einleitung

Der Reibungseinfluß ist in vielen praktischen Strömungsproblemen auf die unmittelbare Umgebung der ruhenden Berandungen des Strömungsfelds beschränkt. Man kann deshalb das Strömungsfeld in einen wandfernen, reibungsfreien Bereich, die sogenannte *Potentialströmung* und in einen wandnahen, sogenannten *Grenzschichtbereich* aufteilen. Beide Gebiete sind über Druck- und Geschwindigkeitsrandbedingungen so miteinander gekoppelt, daß es zu keinen Unstetigkeiten an der Übergangsstelle kommt. Dies heißt einerseits, daß die Potentialströmung der Grenzschicht den Geschwindigkeitsverlauf und damit den Druckverlauf entlang der Potentialstromlinien aufprägt. Andererseits sorgt das an der Wand verzögerte Fluidmaterial über die Aufdickung der Grenzschicht für eine Verdrängung der Potentialströmung, so daß sich eine Druckverteilung einstellt, in der Grenzschichteffekte berücksichtigt sind. Die von der Potentialströmung „wahrgenommene“ Kontur weicht von der realen insbesondere dann stark ab, wenn sich die Grenzschichtdicke durch Ablösung oder den laminar-turbulenten Strömungsumschlag (Transition) plötzlich stark ändert.

Laminare Grenzschichten können in der Regel nur eine geringe Geschwindigkeitsverzögerung (bzw. Druckanstieg) in Strömungsrichtung überwinden, bevor sie ablösen. Als *Ablösungspunkt* definiert man diejenige Stelle, an der der Geschwindigkeitsgradient senkrecht zur Wand bzw. die Wandschubspannung verschwindet ( $\partial u / \partial y|_{y=0} = \omega_w = 0$ ). Abbildung 1.1 a) zeigt Stromlinien und Wandschubspannungsrichtung in der Umgebung einer Ablösestelle im Detail. Im Ablösungspunkt (A) verläßt die *Trennstromlinie* die Wand. Sie trennt das anströmende vom rückströmenden Fluid an der Wand. Der Ablöswinkel  $\vartheta$  liegt über das lokale Verhältnis von Wandschubspannungsgradient zu Druckgradient fest. In den Arbeiten von van Ingen (vergl. [85]) findet man eine experimentelle Verifizierung

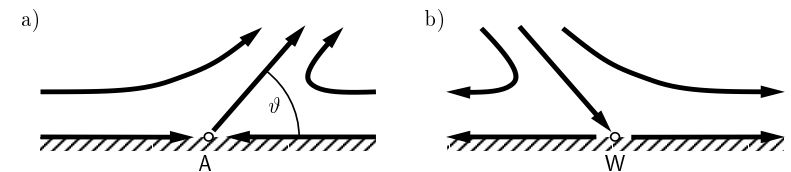


Abbildung 1.1: Stromlinien und Wandschubspannungsrichtungen in der Umgebung eines Ablösungspunktes (a) und eines Stau- bzw. Wiederanlegepunktes (b).

dieser aus einer analytischen Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen in der Umgebung des Ablösungspunkts ermittelten Bedingung.

Durch Umkehrung der Strömungsrichtung in Abbildung 1.1 a) erhält man die ebene Staupunktströmung. Liegt dieses Strömungsfeld stromabwärts einer Ablösestelle, so spricht man vom Wiederanlegen. Der Staupunkt wird zum *Wiederanlegepunkt (W)*, siehe Abb. 1.1 b). Das zwischen A und W durch die Trennstromlinie von der Wand abgetrennte Fluid ist jetzt in einer Art „Wirbel“ (*Ablösewirbel* bei Rannacher, 1969 [66]) eingefangen und die Grenzschicht gleitet über eine sogenannte *Ablöseblase* hinweg. Je nach Grenzschichtzustand entsteht so eine *laminare*, *transitionale* oder eine *turbulente Ablöseblase*. Da in der vorliegenden Schrift der Strömungsumschlag in laminaren Ablöseblasen behandelt werden soll, spielt die turbulente Ablöseblase im weiteren keine Rolle. Neben der in Abbildung 1.1 a) skizzierten Ablösung längs einer glatten Wand gibt es aber auch noch die Ablösung an einer Kante. Da dort die Ablösung fixiert ist, spricht z.B. Leder (1992) [49] in seiner Abhandlung abgelöster Strömungen vom „Strömungsabriß“.

Damit die Strömung im Fall 1.1 b) wieder anliegt, wird eine lokale Beschleunigung benötigt. Diese kann bei laminarer Strömung beispielsweise durch eine Konturänderung, durch Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung oder aber durch den Strömungsumschlag (*Transition*) erfolgen. Alle drei Fälle sind in Abbildung 1.2 skizziert. Das Beispiel der Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung dient hier jedoch nur zur Illustration des Phänomens, es wird im folgenden nicht weiter diskutiert.

Laminare Ablöseblasen treten in zahlreichen technischen Anwendungen auf, so z.B. bei der Umströmung von Fahrzeugen und Flugzeugen, Windkraftanlagen, Turbomaschinen, oder ganz allgemein, bei der Umströmung von Hindernissen (vergl. Leder, 1992 [49]). Transitionale laminare Ablöseblasen, die das Thema der vorliegenden Arbeit sind, findet man vorwiegend bei Segel- und Modellflugzeugen sowie an Verdichterschaufeln (Rannacher, 1969 [66]). Sie äußern sich in der Geschwindigkeits- oder Druckverteilung längs der Profilkontur anhand eines charakteristischen Plateaus zwischen Ablösestelle (A) und Transitionsstelle (T), das in Abbildung 1.3 skizziert ist. Dies rührt daher, daß die Strömungsgeschwindigkeit in der Ablöseblase so gering ist, daß der Druck längs der Trennstromlinie praktisch konstant und gleich dem Druck der sehr langsamen „Totwasserströmung“ ist. Am Ende der Blase erfolgt ein starker Druckanstieg bis zur Wiederanlegestelle (W). Dieser beruht auf einer Umlenkung der zeitlich mittleren Strömung zur Wand aufgrund der verstärkten Durchmischung des Fluids quer zur Hauptströmungsrichtung durch die turbulente Schwankungsbewegung. Stark vereinfacht ausgedrückt breitet sich die Turbulenz

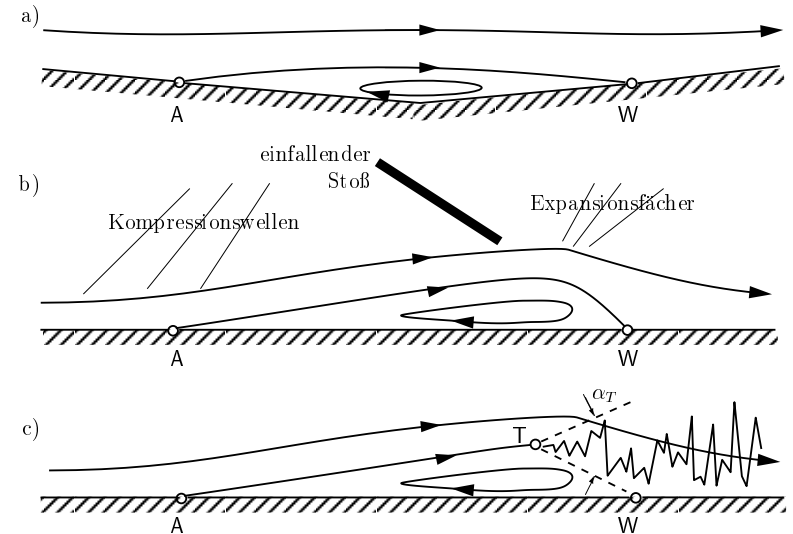


Abbildung 1.2: Beispiele für laminare Ablöseblasen. a) Strömung über eine Delle oder eine Ecke; b) Überschallströmung mit Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung; c) transitionale laminare Ablöseblase. A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt, T = Transition,  $\alpha_T$  = Ausbreitungswinkel der Turbulenz (Modellvorstellung!).

unter einem bestimmten Winkel ( $\alpha_T$ ) vom Umschlagpunkt (T) ausgehend keilförmig in die Potentialströmung und zur Wand hin aus. Der turbulenten Grenzschicht gelingt es

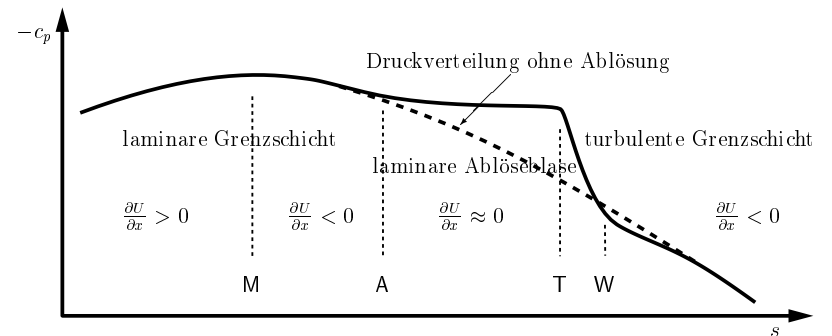


Abbildung 1.3: Druckverteilung einer Tragflügelgrenzschicht mit laminarer Ablöseblase; M = Druckminimum; A = Ablösungspunkt; T = Transition (Strömungsumschlag); W = Wiederanlegepunkt.

dann, den von der Potentialströmung vorgegebenen Druckgradienten zu überwinden. Typischerweise schwingt der reale Druckverlauf dabei über den Druckverlauf ohne Ablösung hinaus. Die genaue Lage des Wiederanlegepunktes (Schnittstelle mit der „reibungsfreien“ Druckverteilung oder Knick in der Druckverteilung?) ist unklar.

In Wandanstrichbildern, wie in Abbildung 1.4, kann man den Wandschubspannungsverlauf der laminaren Ablöseblase im Detail studieren. Wenn das zu untersuchende Flügelprofil, so wie hier, senkrecht stehend im Windkanal eingebaut wird, dann unterliegt der Petroleum-Rußanstrich nicht nur der von der Strömung erzeugten Wandschubspannung sondern auch der Schwerkraft, die bei dieser Einbaulage in Spannweitenrichtung zeigt. So erkennt man außer den deutlich abgezeichneten Ablöse- und Wiederanlegelinien auch die örtliche Strömungsgeschwindigkeit, zumindest qualitativ, anhand der Ablenkung der Wandstromlinien in Richtung der Schwerkraft. Bis zur Ablösung nimmt die Strömungsgeschwindigkeit stetig ab und das beim Anlaufen der Strömung im vorderen Teil der Ablöseblase angesammelte Anstrichmaterial fließt als Ganzes, nach Ablösung der Strömung, nach unten weg, bevor das Petroleum verdunstet und Rußpartikel in Form von Wandstromlinien hinterläßt. So entsteht der weiße Streifen in der Ablöseblase. Die Wiederanlegelinie ist ebenfalls heller als ihre unmittelbare Umgebung, da sich hier die Strömung in einen stromauf- und einen stromabwärts fließenden Anteil aufspaltet, die den Petroleum-Rußanstrich abtragen, solange dieser noch flüssig ist. Sowohl die unterschiedliche Schwärzung als auch der unterschiedliche Schwerkrafteinfluß weisen darauf hin, daß die Rückströmung im hinteren Blasenenteil wesentlich langsamer ist als die wiederanliegende turbulente Grenzschicht. Die erhöhte Wandschubspannung in der turbulenten Grenzschicht hinter der Blase ist so stark, daß die Wandschubspannungslinien keinen Schwerkrafteinfluß aufweisen und größtenteils parallel zur Anströmung verlaufen.

Im Vergleich zur Ablöselinie verläuft die turbulente Wiederanlegelinie deutlich unregelmäßiger. Dies könnte eine Folge dreidimensionaler oder aber auch instationärer Effekte der turbulenten Grenzschicht sein. Momentaufnahmen, wie z.B. Abbildung 1.5, zeigen großskalige Strukturen, die sich in der Scherschicht über der Ablöseblase bilden und den Wiederanlegevorgang und die anschließende turbulente Grenzschicht dominieren. Die Wiederanlegestelle wandert deshalb zeitlich und örtlich mit der Frequenz dieser Strukturen hin und her. Das Strömungsfeld einer transitionalen laminaren Ablöseblase ist also, zumindest in seinem hinteren Teil, hochgradig instationär, da in der turbulenten Grenzschicht starke zeitliche Schwankungen großer Amplitude auftreten.

In Abbildung 1.6 sind die von Dovgal *et al.* (1994) [19] identifizierten Mechanismen skiz-



Abbildung 1.4: Wandanstrichbild einer Tragflügelprofilströmung mit transistionaler laminarer Ablöseblase (W. Würz, Universität Stuttgart). Ablöselinie A, Wiederanlegelinie W.

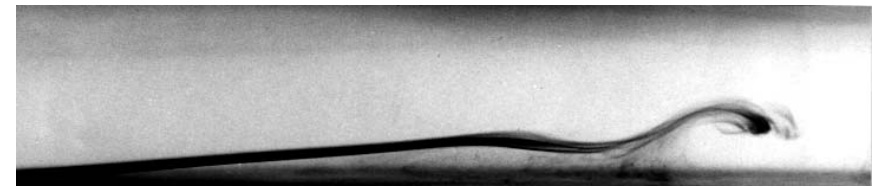


Abbildung 1.5: Momentaufnahme einer Strömung mit laminarer Ablöseblase im Wasserkanal (Strunz & Wortmann, 1973).

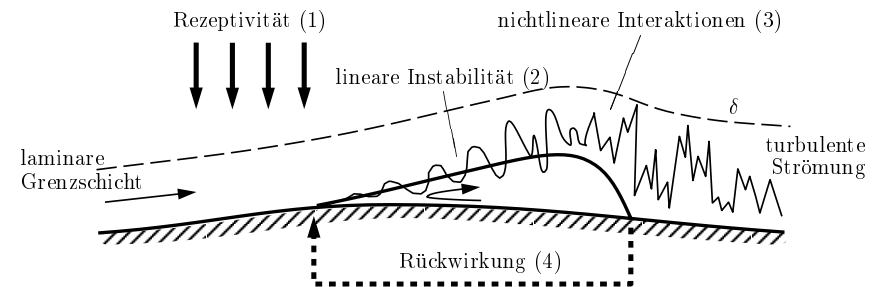


Abbildung 1.6: Instabilität und Transition in einer laminaren Ablöseblase nach Dovgal *et al.*, 1994 [19].

ziert, die zur Transition in einer laminaren Ablöseblase führen. Zunächst muß man sich fragen, woher die Störungen kommen, die in der Blase angefacht werden. Den dazugehörigen Vorgang, also das Umsetzen externer Störungen (z.B. Schall, Anström-Turbulenz oder Vibrationen) in Grenzschichtstörungen (TS-Wellen), bezeichnet man nach Morkovin (1969) (vergl. Reshotko, 1976 [67]) mit *Rezeptivität* (1). Dovgal *et al.* (1994) [19] und Dovgal & Kozlov (1995) [20] stellen fest, daß es bei Ablöseblasen zwei Möglichkeiten gibt: Rezeptivität in der anliegenden Grenzschicht etwa bei der Profilmgrenzschicht in der Umgebung des Druckminimums, oder, als zweite Möglichkeit, in der Umgebung der Ablösestelle. Der zweite Fall tritt insbesondere an Ablöseblasen vor und hinter Hindernissen und Stufen auf. Dabei ist die rückspringende Stufe etwa doppelt so rezeptiv wie die vorspringende.

Am Ablösungspunkt bildet sich eine „freie Scherschicht“, d.h. das Wirbelstärkemaximum der Strömung liegt in der Trennschicht oberhalb der Ablöseblase (in Abb. 1.5 erscheint die Scherschicht als breiter weißer Streifen). In Experimenten beobachtet man, daß freie Scherschichten dazu neigen, sich in zweidimensionale „Wirbel“ aufzurollen, deren Achse parallel zur Ablöselinie verläuft. Es wurde deshalb schon recht früh vermutet, daß sich die Strömung über einer laminaren Ablöseblase genauso verhält (Schmitz, 1942 [77]).

Andererseits weiß man aus Untersuchungen mit der *Linearen Stabilitätstheorie* [57, 76], daß die zu freien Scherschichten gehörenden Geschwindigkeitsverteilungen mit einem Wendepunkt sehr instabil gegenüber kleinen Störungen sind, wodurch sich sogen. *Tollmien-Schlichting- (TS)-Wellen* bilden. Dieser Vorgang wird in Abbildung 1.6 mit „linearer Instabilität (2)“ bezeichnet. Das Wort „linear“ bedeutet hierbei, daß die Störampplitude so klein ist, daß die Entwicklung der Störungen weder von ihr, noch von der Art abhängt, wie die Störungen erzeugt wurden (Schall, Anström-Turbulenz oder Vibrationen).

Nachdem die Störungen mehr als  $1\% u'_{max}/U_\infty$  erreicht haben, vermutet man nichtlineare Interaktionen einzelner Störungsanteile (3). Über die Art dieser Interaktionen in einer laminaren Ablöseblase kann man bisher jedoch nur spekulieren, genauso, wie über die unmittelbar anschließende Entstehung der Turbulenz. In freien Scherschichten beobachtet man zunächst eine nichtlineare Generierung einer zweidimensionalen subharmonischen Störung, die zu einer „Verschmelzung“ von Wirbeln (engl. *Vortex Pairing*) führt. Dreidimensionale Effekte spielen in der realen freien Scherschicht erst in zweiter Linie eine Rolle, da diese erst nach dem Einsetzen zweidimensionaler Nichtlinearität auftreten. Auf transitionale laminare Ablöseblasen lassen sich diese Beobachtungen eventuell nur bedingt übertragen, da die turbulente Wiederanlegeströmung dreidimensional ist. Es ist leicht

möglich, daß die Anwesenheit einer festen Wand sowohl auf die lineare Instabilität als auch auf die nichtlinearen Wechselwirkungen einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß hat, der in einer freien Scherschicht grundsätzlich nicht auftreten kann.

Auch über den vierten Vorgang, der in Abbildung 1.6 mit „Rückwirkung“ bezeichnet wird, wird bisher viel spekuliert. Grundsätzlich besteht aufgrund der Rückströmung an der Wand die Möglichkeit, daß Störungen aus dem hinteren Bereich der Ablöseblase erneut Störungen an der Ablösestelle erzeugen oder deren Anfächung stromabwärts beeinflussen. Genauso gut könnte es aber auch sein, daß, wie in vielen Nachlaufströmungen, Störungen zeitlich anwachsen und so zu den in Abbildung 1.5 gezeigten Strukturen führen. Bei Betrachtung lokaler Geschwindigkeitsverteilungen<sup>1</sup> nennt man diesen Vorgang *Absolute Instabilität*, bei Betrachtung der Nachlaufregion als Ganzes *Globale Instabilität* (Huerre & Monkewitz, 1990 [39]).

Dovgal *et al.* berichten jedoch über eine nochmals andere Art von Rückwirkung (4), die sich in einer Veränderung der Grundströmung äußert, die um eine Größenordnung größer ist als die lokale Störampplitude. In detaillierten Experimenten konnten sie nachweisen, daß diese Rückwirkung nur dann auftritt, wenn die Störampplituden am Wiederanlegepunkt bei  $u'/U_\infty \approx 1\%$  liegen ([19], [20]). Andere Forscher haben unseres Wissens bisher noch nicht über diesen Vorgang berichtet.

## 1.1 Laminare Ablöseblasen in Profilmgrenzschichten

Wie in Abbildung 1.3 bereits skizziert, erkennt man laminare Ablöseblasen an einem charakteristischen Plateau in der Druckverteilung eines Profils mit anschließendem starken Druckanstieg im turbulenten Wiederanlegegebiet. Hier soll nun anhand von Windkanalmessungen aufgezeigt werden, wie sich die Lage und die Ausdehnung laminarer Ablöseblasen mit dem Anstellwinkel und der Reynolds-Zahl der Anströmung ändern. Zur Illustration dienen Ergebnisse von McCullough & Gault (1951) [56] und Horstmann & Quast (1981) [38], die in den Abbildungen 1.7 und 1.8 wiedergegeben sind. Gleichzeitig werden Begriffe wie *Vorderkantenblase*, *Blase in Profilmitte*, *kurze Blase*, *lange Blase* und *Aufplatzen* eingeführt.

Bei McCullough & Gault liegt die Ablöseblase in unmittelbarer Umgebung der Profil-

<sup>1</sup>Um Verwechslungen mit dem Begriff „Tragflügelprofil“ zu vermeiden, wird in der vorliegenden Arbeit anstelle von Geschwindigkeits- oder Grenzschichtprofil überwiegend der Ausdruck Geschwindigkeitsverteilung verwendet.



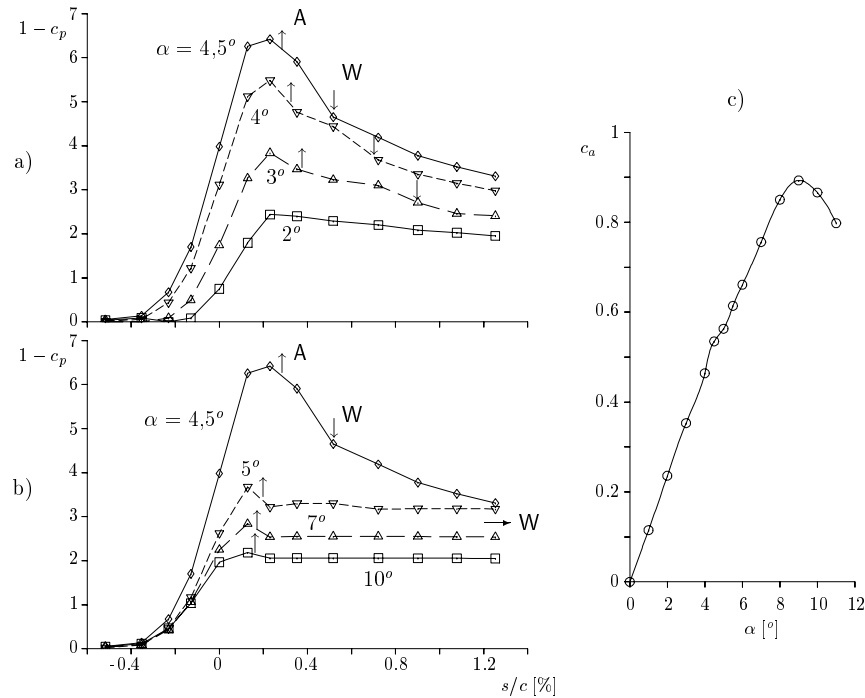


Abbildung 1.7: Druckverteilung in der Umgebung der Vorderkante (a, b) und Auftriebspolare (c) eines NACA 64A006-Profiles bei Variation des Anstellwinkels  $\alpha$  und  $Re = 5,8 \cdot 10^6$  nach Messungen von McCullough und Gault (1951) [56]; A, ↑ = Ablösungspunkt; W, ↓ = Wiederanlegestelle.

nase. Deshalb sind die  $c_p$ -Werte in Abbildung 1.7 über dem entlang der Profilkontur gemessenen Abstand von der Vorderkante  $s/c$  aufgetragen. Positive  $s/c$ -Werte liegen auf der Profیلoberseite, negative auf der Unterseite. In dieser Strömung tritt ab einem Anstellwinkel  $\alpha = 3^\circ$  erstmals eine laminare Ablöseblase auf. Die als auf- oder abwärtsgerichtete Pfeile eingezeichnete Lage der Ablösungs- (A) und der Wiederanlegestelle (W) wurde über Messungen der Wandschubspannungsrichtung ermittelt. Da die Ablöseblase in einem Bereich starken Druckanstiegs liegt und außerdem sehr kurz ist, ist das Druckplateau hier weniger stark ausgeprägt als in Abbildung 1.3 skizziert (vergl. auch Wortmann, 1974 [89]).

Der Staupunkt ( $1 - c_p = 0$ ) verschiebt sich mit zunehmendem  $\alpha$  auf der Unterseite nach hinten (negatives  $s/c$ ) und die Saugspitze an der Profیلnase wächst schnell an. Die Ablöseblase wandert daraufhin stromauf, da die laminare Grenzschicht aufgrund des zunehmend stärkeren Druckgradienten früher ablöst. Daß dabei der Wiederanlegestpunkt W

immer näher an die Ablösestelle rückt, erscheint ebenfalls plausibel, da mit stärkerem positivem Druckgradienten TS-Störungen schneller anwachsen und zum Umschlag führen als bei geringerem Druckanstieg, so daß sich die Blase schneller schließt.

Bei weiterer Erhöhung des Anstellwinkels wird die Ablöseblase zwischen  $\alpha = 4,5^\circ$  und  $5^\circ$  in Abb. 1.7 b) plötzlich so lang, daß der Wiederanlegestpunkt außerhalb des gezeigten Ausschnitts liegt, man sagt, sie „platzt auf“. Dadurch verschwindet die extreme Saugspitze an der Profیلoberseite zugunsten einer gleichförmigeren Druckverteilung. In der Auftriebspolare ( $c_a$  über  $\alpha$ ) beobachtet man bei diesem Profil jedoch lediglich kleine Unregelmäßigkeiten im betreffenden Anstellwinkelbereich, siehe Abb. 1.7 c). Die Wiederanlegestelle wandert mit zunehmendem Anstellwinkel immer weiter stromab (bei  $\alpha = 6^\circ$ :  $x/c = 22,5\%$ ;  $\alpha = 7^\circ$ :  $x/c = 35\%$ ;  $\alpha = 8^\circ$ :  $x/c = 57\%$ ;  $\alpha = 9^\circ$ :  $x/c \rightarrow 100\%$ ) und sobald die Ablöseblase an der Hinterkante ankommt, ist der Maximalauftrieb des Profils erreicht. Eine weitere Anstellwinkelerhöhung kann den Auftrieb nur noch verringern, da der maximale Unterdruck an der Profیلnase zunehmend geringer wird und auf der gesamten Profیلoberseite eine abgelöste „Totwasserströmung“ mit geringem Druckunterschied in Strömungsrichtung herrscht.

Je nach Profیلform und Anstellwinkel liegt der Druckanstieg in der Geschwindigkeitsverteilung, bei dem die laminare Grenzschicht ablöst, in der Nähe der Nase oder in Profیلmitte. Man erhält entweder *Vorderkantenblasen* (engl. *Leading-Edge Separation Bubbles*) oder *Blasen in Profیلmitte* (engl. *Mid-Chord Bubbles*). Letztere sind für sogenannte *Laminar-profile* typisch, da dort das Druckminimum sehr weit hinten liegt, so daß über weite Teile der Oberfläche eine beschleunigte hydrodynamisch stabilere laminare Grenzschicht vorliegt, damit der Strömungsumschlag möglichst weit hinten erfolgt. Vom Druckminimum zur Hinterkante erfolgt der Druckanstieg dann relativ rasch, so daß dort laminare Ablöseblasen auftreten können. Dies kann sowohl für die Profیلoberseite als auch für die Unterseite gelten, wie Abbildung 1.8 aus Horstmann & Quast (1981) [38] zeigt.

Außerdem erkennt man in Abbildung 1.8 den Einfluß der Reynolds-Zahl: bei kleinen Reynolds-Zahlen sind die Ablöseblasen länger als bei großen. Dies liegt daran, daß die abgelöste Grenzschicht mit Erhöhung der Re-Zahl früher umschlägt. Dies kann so weit führen, daß die Ablöseblase ganz verschwindet, und zwar dann, wenn der Grenzschichtumschlag vor der laminaren Ablösestelle erfolgt. Die turbulente Grenzschicht kann der Konturänderung weiter folgen ohne abzulösen als die laminare Strömung. So erhält man einen Druckverlauf mit deutlich verringertem Grenzschichteinfluß. Bei großen Reynolds-Zahlen (vergl. Abb. 1.7) treten nur noch Vorderkantenblasen auf.

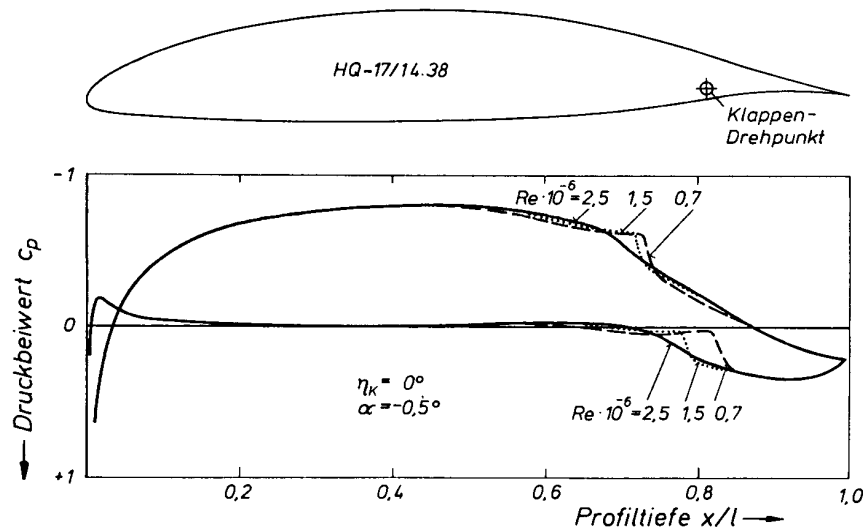


Abbildung 1.8: Druckverteilung des Profils HQ-17/14.38 für verschiedene Reynoldszahlen; Horstmann & Quast (1981) [38].

Laminarprofile weisen durch lange laminare Laufstrecken der Grenzschicht eine sogenannte *Laminardelle*, d.h. einen Bereich besonders geringen Widerstandsbeiwerts, auf. Abbildung 1.9 zeigt als Beispiel im linken Bildteil die Polare des Profils FX-66-S-196 bei  $Re = 10^6$ . Der rechte Bildteil zeigt qualitativ die schädlichen Auswirkungen laminarer Ablöseblasen sowohl auf der Oberseite als auch auf der Unterseite auf den minimalen Profilwiderstand. Die quantitative Größe des Effekts hängt jedoch von der Profilform und der Reynolds-Zahl ab.

Mit steigendem Auftriebsbeiwert  $c_a$  nimmt der durch die Oberseitenblase verursachte Widerstandsanteil zu. Kurz vor dem Erreichen der oberen Laminardellengrenze kann er auch kurzfristig wieder geringer werden, wenn die Ablöseblase in Profilmittte verschwindet, da die Saugspitze bei hohem  $c_a$  zur Profilnase wandert. Auf der Profilunterseite verlaufen die Vorgänge genau entgegengesetzt zur Oberseite. Beide Effekte können sich jedoch überlagern, so wie hier gezeigt. Horstmann & Quast (1981) [38] schlagen deshalb vor, die laminaren Ablöseblasen durch sogenannte *Blasturbulatoren* zu beseitigen. Hierbei handelt es sich um kleine Löcher in der Profilkontur, durch die Luft zur Instabilisierung der Grenzschicht kurz vor der laminaren Ablöselinie ausgeblasen wird. Die Grenzschicht schlägt um und folgt der Kontur, so wie sie es sonst bei Erhöhung der Reynolds-Zahl tun würde, allerdings ohne die Wandreibung im vorderen Profiltteil zusätzlich zu erhöhen.

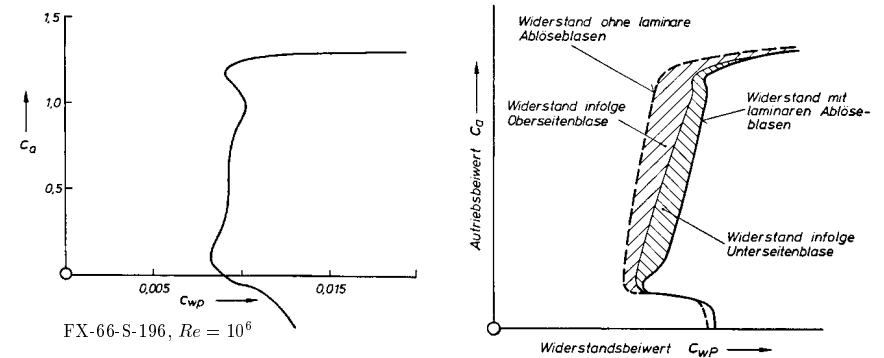


Abbildung 1.9: Auswirkungen laminarer Ablöseblasen auf die Profilpolare eines Laminarprofils nach Horstmann & Quast (1981) [38];  $c_{wP}$  = Profilwiderstandsbeiwert.

## 1.2 Stand der Forschung

Die Erforschung laminarer Ablöseblasen hat in der Vergangenheit immer wieder einzelne Phasen intensiver Anstrengungen erlebt, die aufgrund neuer technischer Anforderungen auftraten. Eine Übersicht über die ganz frühen Untersuchungen gibt Tani (1964) [81]. Demnach wurden erste Untersuchungen laminarer Ablöseblasen vor 1930 zunächst am strömungsphänomenologisch sehr ähnlichen ebenen Kreiszyylinder durchgeführt. Damals ging es um die Verbesserung umströmter Verstreubungen oder von Schornsteinen. Die erste Skizze einer laminaren Ablöseblase findet man bei von Doenhoff (1938) [18], erste Sichtbarmachungen nebst einer ausführlichen Beschreibung des beobachteten „Umschlagwirbels“ bei Schmitz (1942) [77].

Ende der vierziger bis Mitte der fünfziger Jahre wurde das Hochauftriebsverhalten dünner Profile wichtig, die wegen der gesteigerten Fluggeschwindigkeiten zunehmend verwendet werden mußten und bei Start und Landung schwer zu beherrschen waren. So konnte beispielsweise in den oben schon zitierten Experimenten von McCullough und Gault [27, 56] ein Zusammenhang zwischen dem bereits seit Beginn der dreißiger Jahre bekannten charakteristischen Abreißverhalten unterschiedlicher Profile bzw. Anströmbedingungen mit Ablöseblasen in der Wandgrenzschicht hergestellt und dokumentiert werden. Außer den oben gezeigten, sogenannten „kurzen“ und „langen“ Blasen (engl. *Short* bzw. *Long Bubbles*), die sich dadurch unterscheiden, daß sie nur einen geringen bzw. eine großen Einfluß auf die Gesamtauftriebsverteilung des Profils haben (Tani [81]), wurde auch das „Aufplatzen“ der kurzen in die lange Blase entdeckt, aber noch nicht näher eingegrenzt.

Erste systematische Grundlagenexperimente fanden Ende der fünfziger bis Anfang der sechziger Jahre statt. Die erfolgreichste Forschergruppe jener Zeit arbeitete unter A.D. Young am Queen Mary College der University of London. Eine Übersicht über die wichtigsten Arbeiten und Ergebnisse gibt Young (1977) [93]. Es gelang, eine Reihe empirischer Formeln zur Abschätzung laminarer Ablöseblasen, wie auch zum „Aufplatzen“ (engl. *Bursting*) aufzustellen. Speziell Gaster (1966) [25] hat eine große Meßreihe an einem ebenen Plattenmodell mit lokaler Verzögerung durchgeführt, nachdem klar war, daß der entscheidende Effekt der Druckanstieg entlang der Wand und nicht der Wandkonturverlauf selbst ist. Auf diese Weise ließen sich Druckgradient und Reynolds-Zahl leichter variieren als bei Verwendung eines Tragflügelprofils. Diese Arbeiten orientierten sich vermutlich bereits am zunehmenden Interesse an Laminarprofilen für den Segelflugzeugbau. Durch die Entwicklung neuer Bauweisen waren die für einen Laminarflügel erforderliche hohe Formtreue und Oberflächengüte technisch machbar geworden. Die große Dickenrücklage, die möglichst lange laminare Laufstrecke, die moderaten Profiltiefen-Reynolds-Zahlen beim Segelflug und die störungs- und vibrationsarmen Flugbedingungen begünstigen die Ausbildung transistionaler laminarer Ablöseblasen beim Laminarprofil (vergl. Abschnitt 1.1).

Theoretisch ließen sich laminare Ablöseblasen lange nicht untersuchen, da bei Verwendung der Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen unter Vorgabe des Geschwindigkeits- bzw. Druckverlaufs längs der Kontur nicht über die Ablösestelle (A) hinaus gerechnet werden kann (sog. *Goldstein-Singularität* [29]). Fortschritte konnten erst durch die Entwicklung sogenannter *inverser Grenzschicht-Berechnungsverfahren* erzielt werden, bei denen Grenzschichtgrößen vorgegeben werden (z.B. der Verlauf der Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$ , der Wandschubspannung, o.ä.). Ein Zentrum der nächsten Phase (siebziger und achtziger Jahre) entstand wohl deshalb an der TU Delft, weil dieses Verfahren mit der dort entwickelten  $e^n$ -Methode kombiniert wurde, mit der der Strömungsumschlag halbempirisch vorhergesagt werden kann (v. Ingen, 1990 [85]). Beide Neuerungen werden von der Gruppe in Delft bis heute noch zur Vorhersage laminarer Ablöseblasen beim Profilentwurf eingesetzt.

In den achtziger Jahren wurden dann an weiteren Orten Experimente und theoretische Untersuchungen bei kleinen bzw. moderaten Profil-Reynolds-Zahlen durchgeführt (Müller, 1989 [61]). Dieser Abschnitt war durch den Einsatz von Laminarprofilen bei RPVs (*Remotely Piloted Vehicles*), Turbomaschinen, Segelflugzeugen, Windkraftanlagen, u.s.w. motiviert. In dieser Zeit mußte man wiederholt feststellen, daß die einmal aufgestellten Korrelationen nicht beliebig übertragbar sind, daß es also keine universellen Gesetzmäßig-

keiten für laminare Ablöseblasen gibt. Dabei wurde auch mehr und mehr klar, daß man dieses Strömungsphänomen genauer erforschen sollte.

Der experimentellen Untersuchung abgelöster und hydrodynamisch äußerst instabiler instationärer Strömungen sind jedoch in der Praxis enge Grenzen gesetzt. So können herkömmliche (Hitzdraht-)Sonden nur den Betrag und nicht die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit feststellen, das Einbringen von Sonden kann die Strömung beeinflussen und modernere optische Methoden, wie LDA (*Laser-Doppler-Anemometry*) oder PIV (*Particle-Image-Velocimetry*) sind auf ausreichend hohe Partikeldichten in der Strömung angewiesen, die in Wandnähe und in Ablösezonen schwer zu erreichen sind.

Hier können sogenannte *Direkte Numerische Simulationen (DNS)* auf der Basis der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen weiterhelfen: Das Strömungsfeld kann sehr fein aufgelöst werden, es gibt keine Zonen, in denen nicht „gemessen“ werden kann, die „numerischen Meßwerte“ sind nicht durch Meßsonden verfälscht und es können beliebig viele Strömungsgrößen simultan aufgezeichnet werden. Dies ist insbesondere für instationäre Strömungen sehr wichtig. Andererseits muß der Einfluß numerischer Randbedingungen sorgfältig kontrolliert werden.

Erste DNS laminarer Ablöseblasen wurden von Briley (1971) [10] vorgestellt. Durch Vorgabe einer linearen Geschwindigkeitsverzögerung, gefolgt von einer konstanten Geschwindigkeit am oberen Rand des Integrationsgebiets, löst die so erzeugte Howarth-Grenzschicht zunächst ab, legt aber im Gebiet ohne Geschwindigkeitsgradient erneut an, so daß eine geschlossene laminare, jedoch keine transitionale Ablöseblase entsteht. In jener Zeit war es wichtig, die Unterschiede der DNS-Lösung zur Lösung der Grenzschichtgleichungen aufzuzeigen. Es tritt keine Goldstein-Singularität auf, und man beobachtet eine physikalisch richtige, elliptische Stromaufwirkung der Ablösung, die von der Stärke des Druckgradienten abhängt. Über instationäre Effekte wird nicht direkt berichtet, sie werden aber für große Reynolds-Zahlen erwähnt, da bei diesen dann offenbar keine stationäre Lösung mehr berechnet werden konnte.

Von Briley & McDonald (1975) [11] wird daraufhin eine weiterentwickelte numerische Methode vorgestellt, die auf den Navier-Stokes- bzw. Grenzschichtgleichungen für laminare und turbulente Grenzschichten und dem McDonald-Fish-Turbulenzmodell basiert und für höhere Reynolds-Zahlen geeignet ist. Der Strömungsumschlag wird dabei empirisch angenommen. Damit konnte dann wieder eine stationäre (genauer gesagt: zeitlich mittlere) Strömung berechnet werden. Ein Einblick in instationäre Details war aber damit vom

Ansatz her ausgeschlossen. Ziel dieser Arbeit war daher, eher ein Beitrag zur Vorhersage laminarer Ablöseblasen als zu deren detailliertem Studium zu leisten.

Der gegenwärtige Stand der Vorhersage laminarer Ablöseblasen ist trotz aller seit Jahrzehnten unternommenen Anstrengungen immer noch relativ unbefriedigend. Dies hängt direkt mit dem eingangs schon skizzierten unzulänglichen Wissen um den laminar-turbulenten Strömungsumschlag in laminaren Ablöseblasen zusammen. „Gute Blasenmodelle“ sind für den Entwurf neuer Profile sehr wichtig, sie dienen zur Vorhersage der Lage und Abmessungen der Ablöseblase. Ein Einblick in die Entstehung der Turbulenz kann indes nicht über empirische Ansätze, sondern nur über die DNS der instationären Vorgänge gewonnen werden, so daß uns eine Diskussion der Details dieser Modelle hier nicht weiter helfen kann. Dem an diesem Thema interessierten Leser seien jedoch Arbeiten von Drela (1989) [21], Dini *et al.* (1992) [17] und Dini & Maughmer (1994) [16] sowie die darin zitierte Literatur empfohlen.

Die Vorhersagequalität eines „Blasenmodells“ hängt entscheidend von der Zuverlässigkeit des verwendeten Umschlagsmodells ab. In Abbildung 1.10 aus [91] wird deshalb die mit unterschiedlichen Transitionsmodellen ermittelte Umschlagslage ( $s_{tr-Rech}$ ) mit Messungen im Laminarwindkanal des Instituts für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart ( $s_{tr-Mess}$ ) verglichen. Die als Häufigkeitsverteilung aufgetragene Differenz  $s_{tr-Rech} - s_{tr-Mess}$  weist Abweichungen im Bereich von  $\pm 5\%$  der Profiltiefe auf. Bei typischen Blasenlängen von ca. 10% der Profiltiefe ist dies unannehmbar, ganz abgesehen davon, daß in einigen Fällen die Umschlagslage gar nicht vorhergesagt wird.

Erste sehr detaillierte instationäre DNS einer laminaren Ablöseblase wurden von Gruber und Fasel in Stuttgart durchgeführt [30, 31]. Es wurden zwei Varianten eines numerischen Verfahrens zur direkten Lösung der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen vorgestellt, das auf dem Verfahren von Fasel (1976) [23] aufbaut, einem Verfahren zur DNS von Grenzschichtinstabilitäten (TS-Wellen). Mit der ersten Verfahrensvariante lassen sich durch Vorgabe einer verzögerten Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand des Integrationsgebiets laminare Ablöseblasen erzeugen. Bei der zweiten Variante wird durch viskose-nichtviskose Interaktion zwischen Grenzschichtverdrängungsdicke und Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand, basierend auf der Theorie dünner Profile (Veldman, 1981 [83]), eine Wandkontur simuliert, die ebenfalls zu lokalen Ablöseblasen führt, z.B. in einer Delle oder hinter einer abgerundeten Stufe. Mit diesen Ansätzen wurden zunächst stationäre Ablöseblasen berechnet und durch Vergleiche mit der Literatur verifiziert. Bei der Erhöhung des Druckgradienten wurde in Übereinstimmung mit allen verfügbaren An-

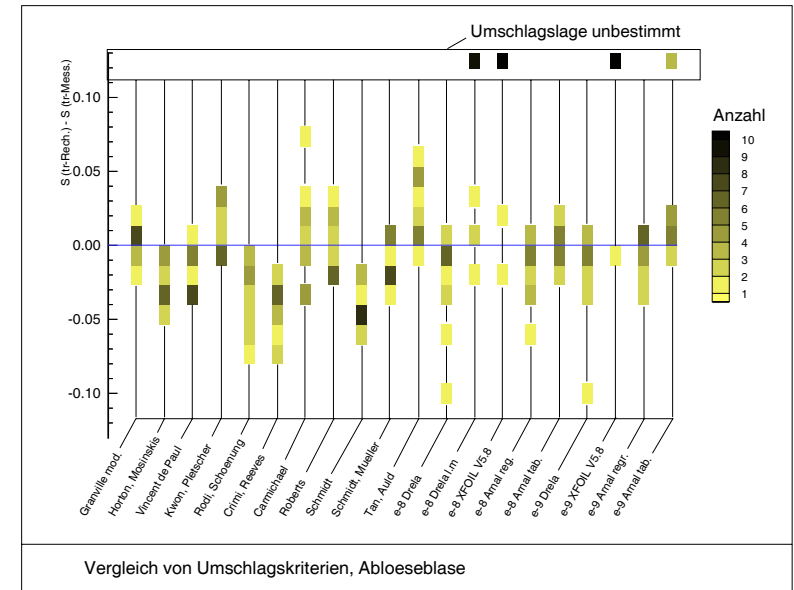


Abbildung 1.10: Differenz zwischen gemessener und berechneter Umschlagslage für 14 verschiedene Testfälle mit laminaren Ablöseblasen (Würz, 1995 [90]).

gaben aus der Literatur festgestellt, daß die Strömung von selbst instationär wird, daß es sozusagen eine Stabilitätsgrenze für die Existenz stationärer Ablöseblasen gibt. Im weiteren werden dann instationäre Untersuchungen vorgestellt: zum Anfahrvorgang beim plötzlichen Aufprägen des Druckgradienten bis zum Entstehen einer stationären Ablöseblase, zur Grenze der Existenz einer stationären Lösung trotz stationärer Randbedingungen sowie zur instationären Wechselwirkung eines mit der Anströmung mitschwimmenden Wirbels mit der Wandgrenzschicht.

Im letzten Teil der Arbeit von Gruber [30] wird über die Wechselwirkung einer TS-Welle mit einer Ablöseblase berichtet. Dabei wird festgestellt, daß die Anfachung der TS-Welle um eine Größenordnung stärker ist als in der anliegenden (Blasius-)Grenzschicht. Die Ursache dieser Instabilität ist die lokale Instabilität der Grundströmung, wie die gute Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse mit Stabilitätsberechnungen nach der linearen Stabilitätstheorie [76] zeigen. Außerdem wird festgestellt, daß sich die zuvor beobachtete Instationarität bei stationären Randbedingungen durch Anfachung von TS-Störungen aus dem Rundungs- und Abbruchfehler der numerischen Simulation erklären

lassen. Die Strömung ist demnach bei Überschreiten eines bestimmten Druckgradienten in Strömungsrichtung so instabil, daß die unvermeidlichen numerischen Fehler durch hydrodynamische Instabilität um mehrere Größenordnungen bis auf 20 – 30% der Anströmgeschwindigkeit angefacht werden. Dies äußert sich dann in einem ständigen Bilden und Abschnüren von „Wirbeln“ am hinteren Ende der Ablöseblase.<sup>2</sup> Den damaligen Möglichkeiten entsprechend (Rechner: CDC 6600, Cray-1M) konnten nur zweidimensionale Simulationen durchgeführt werden.

Pauley *et al.* (1990) [65], Ripley & Pauley (1993) [68] und Lin & Pauley (1993) [50] untersuchen ebenfalls in 2D-Simulationen laminare Ablöseblasen in verschiedenen Grundströmungen. Sie stellen periodische, instationäre „Wirbel“ hinter der Blase (also TS-Wellen, s.o.) fest. In allen gezeigten Fällen läßt sich die zeitlich mittlere Strömung gut mit Experimenten vergleichen, so z.B. mit Gaster (1966) [25]. Sie schließen daraus, daß die Strömung im Experiment ebenfalls von zweidimensionalen Wirbeln großer Amplitude dominiert wird, und daß deshalb die Turbulenz nur eine untergeordnete Rolle spielt. In Pauley (1994) [64] wird diese These durch entsprechende Simulationen mit 3D-Hintergrundstörungen bestätigt. In dieser Untersuchung wird aber auch über die Anfachung einer am Einströmrand aufgeprägten, in Spannweitenrichtung sinusförmigen, Störung berichtet, die stark angefacht wird (ca. 200-fach) und das Aufrollen der Scherschicht verzögert, wodurch die Ablöseblase dann etwas länger wird. Die Behauptung, daß es sich bei dieser Störung um „Görtlerwirbel“ handelt, ist in [64] nicht ganz nachzuvollziehen. Eine tiefergehende Auswertung, z.B. durch eine Analyse der Störspektren und eingehende Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie, fehlt in all diesen Arbeiten.

Elli & van Dam (1991) [22] stellen eine zu Gruber *et al.* (1987) [31] analoge Simulation zur Interaktion einer Tollmien-Schlichting-Welle mit einer laminaren Ablöseblase vor. Strömungsparameter und Randbedingungen stimmen mit Gruber *et al.* (1987) überein. Zusätzlich zur stationären Lösung ohne Störungseingabe wird ein Momentanbild der Strömung gezeigt, in dem man eine TS-Welle großer Amplitude hinter der Ablöseblase erkennt. Die TS-Welle führt zu starken Schwankungen der momentanen Ablöse- und Wiederanlegelinien. Bei der instabilsten TS-Welle kommt es zu nichtlinearer Sättigung der Amplitude, wie die gezeigten Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie belegen. In diesem Fall ist die Oszillation der Ablöseblase am größten und die Blase selbst ist auch kürzer als in den anderen Fällen.

<sup>2</sup>Da Tollmien-Schlichting-Wellen großer Amplitude im Strömungsfeld ebenfalls wie „Wirbel“ aussehen, kann es sich bei dem hier zitierten Phänomen genauso gut um TS-Wellen handeln.

Von Michalke wurden in jüngster Zeit zahlreiche Untersuchungen mit der linearen Stabilitätstheorie für Geschwindigkeitsverteilungen nahe Ablösung und mit Rückströmung an der Wand durchgeführt, die auch dreidimensionale Störungen berücksichtigen, allerdings ohne nichtlineare Interaktion mit anderen Störungen (siehe Michalke, 1990 [58]; Dovgal *et al.*, 1994 [19]; Michalke *et al.*, 1995 [60]; Michalke, 1997 [59]). In den in [19] verwendeten, analytisch erzeugten Geschwindigkeitsverteilungen wurde der Abstand des Wendepunkts von der festen Wand und die maximale Rückströmung in Wandnähe zur Modellierung laminarer Ablöseblasen über Parameter kontrolliert. Ähnlich sind Hammond & Redekopp (1998) [33] vorgegangen. Sie haben zusätzlich aus lokalen Verteilungen ein Strömungsfeld mit Ablöseblase konstruiert, um dieses auf globale Instabilität zu untersuchen. Leider erfüllen derartige Geschwindigkeitsverteilungen weder die Navier-Stokes- noch die Grenzschichtgleichungen. Wie die Ergebnisse aber zeigen, sollten die damit erzielten Resultate der linearen Stabilitätstheorie jedoch qualitativ richtig sein. In der Ablöseblase erhält man  $u'$ -Eigenfunktionen mit drei Maxima, vergleichbar zu den DNS von Gruber (1988) [30] oder Messungen von Würz (1995) [90]. Außerdem sind die ermittelten Anfachungsraten um ungefähr eine Größenordnung größer als in der Blasius-Grenzschicht. Dreidimensionale Störungen hoher Frequenz werden mit zunehmendem Schräglaufwinkel (Abweichung von der Strömungsrichtung in Querichtung) weniger stark angefacht als zweidimensionale Störungen, die in Strömungsrichtung laufen. Bei niedrigeren Frequenzen gibt es einen Bereich, in dem dreidimensionale Störungen geringfügig stärker angefacht werden als zweidimensionale. Die dabei erzielten maximalen Anfachungsraten liegen aber deutlich unter denen für höhere Frequenzen.

Erste Ergebnisse zum nichtlinearen Verhalten dreidimensionaler Störungen in einer Ablöseblase hinter einem flachen Hindernis werden von Nayfeh *et al.* (1990) [62] und Masad & Nayfeh (1992) [52] angegeben, die Untersuchungen zur subharmonischen Sekundärinstabilität (nichtlineare Interaktion einer zweidimensionalen Störung großer Amplitude mit dreidimensionalen subharmonischen Wellen) durchgeführt haben. Dabei zeigt sich eine mit steigender Frequenz der 2D-Störung zunehmende Anfachungsrate der dreidimensionalen Störungen. Sowohl die Primärinstabilität (Anfachung nach der linearen Stabilitätstheorie) als auch die Sekundärinstabilität ist in den Ablösezonen wesentlich größer als außerhalb. Nichtlineare Effekte über die Sekundärinstabilität hinaus konnten in diesen Untersuchungen aber nicht erfaßt werden, da diese in den verwendeten Gleichungen nicht berücksichtigt sind. Hier geht die vorliegende Arbeit in Kapitel 6 wesentlich weiter.

Ergebnisse Direkter Numerischer Simulationen zur dreidimensionalen linearen wie auch

nichtlinearen Störungsentwicklung wurden zuerst von Rist (1993) [70] veröffentlicht<sup>3</sup>. In Rist & Maucher (1994) [73], Rist *et al.* (1996) [74], Maucher *et al.* (1998) [54] und Maucher *et al.* (1998) [55] werden die nichtlinearen Untersuchungen weiter fortgesetzt<sup>4</sup>. Bei der Simulation von Ablöseblasen in Tragflügelgrenzschichten stellt man in Maucher *et al.* (1994) [53] ebenfalls periodische TS-Wellen („Wirbel“) hinter der Ablöseblase fest, trotz durchweg stationärer Randbedingungen. Inzwischen hat sich jedoch in Untersuchungen zum Einfluß des Abbruchfehlers bei der Lösung der  $v$ -Poissongleichung gezeigt, daß streng periodische Störungen mit einer Frequenz nur in den Fällen auftreten, in denen die Lösung nicht vollständig auskonvergiert ist. Bei auskonvergierter Poissongleichung treten instationäre TS-Wellenpakete auf, also ein breites Band instabiler TS-Frequenzen. Dieses Ergebnis stimmt mit Gruber (1988) [30] und mit der linearen Stabilitätstheorie eher überein als die zuvor beobachteten harmonischen Wellen, da ohne einen Rückkopplungsmechanismus eher ein ganzer Frequenzbereich angefacht wird als eine einzelne Welle. Betrachtet man die von Pauley *et al.* verwendeten numerischen Verfahren genauer, so ist es durchaus möglich, daß dort ebenfalls solche Restfehler eine Rolle spielen, da in allen angegebenen Fällen ein Iterationsverfahren verwendet wurde und immer periodische Störungen mit einer dominanten Frequenz aufgetreten sind.

Aufgrund der Angaben in Rist & Maucher (1994) [73] hat Hildings [35] an der KTH/FFA in Stockholm zweidimensionale DNS laminarer Ablöseblasen durchgeführt und mit [73] sowie mit unveröffentlichten Experimenten der KTH und Transitionsmodellen verglichen. Leider tritt darin eine bisher unerklärte Diskrepanz zwischen Experiment und Simulation beim Vergleich von Grundströmung und Anfachungsraten auf.

Spalart & Strelets (1997) [79] führen dreidimensionale DNS und zweidimensionale RANS- (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) Rechnungen in Anlehnung an die Arbeiten von Pauley *et al.* durch. Dabei wird das DNS-Verfahren von Spalart verwendet, bei dem trotz periodischer Randbedingungen in Strömungsrichtung durch Zwischenschalten einer Pufferzone eine räumliche Strömungs- und Störungsentwicklung simuliert werden kann. Die Parameter zur Dämpfung der Störungen sind aber offenbar, im Unterschied zu Hildings [35], sehr schwach eingestellt, so daß die *rms*-Werte der Störungen bereits in der Anströmung größer  $3 \cdot 10^{-4}$  sind. Außerdem ist nicht dokumentiert, wie sich diese zusammensetzen (räumlich-

<sup>3</sup>Die vorliegende Schrift baut unmittelbar auf diesen Arbeiten auf, sie werden deshalb nicht hier, sondern erst weiter hinten im Zusammenhang mit weiteren Ergebnissen eigener Untersuchungen diskutiert.

<sup>4</sup>Untersuchungen zur zeitlich angefachten Sekundärinstabilität in [55] werden hier ausgeklammert, sie bleiben der Dissertation von U. Maucher (1999) vorbehalten.

zeitliches Spektrum). Die Störungen werden über Zufallszahlen in den Anfangswerten initialisiert und dann, aufgrund der periodischen Randbedingungen, so lange wiederholt durch das Integrationsgebiet konvektiert bis periodische Verhältnisse herrschen. Detaillierte quantitative Darstellungen zum Transitionsmechanismus und Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie fehlen ebenfalls. Somit ist unklar, ob die in der DNS beobachteten Störungen durch Stromaufwirkungen oder Reflexionen an den Rändern verursacht wurden. Stattdessen wird ein Vergleich integraler Grenzschichtparameter mit den RANS-Ergebnissen vorgestellt, der zum Teil gute Übereinstimmungen zeigt. Lediglich beim Vergleich der Wärmeübergangszahlen an der Wand fallen unakzeptabel hohe Unterschiede auf. Die unerwartet gute Übereinstimmung der modellierten mit der direkten Lösung kann jedoch auch an den vergleichsweise hohen Störampplituden in der Anströmung liegen, die das verwendete Turbulenzmodell im Unterschied zu kleinen Störungen gut modellieren kann.

In den Arbeiten von Alam & Sandham (1997) [1, 2] geht es vorwiegend um die Weiterentwicklung der turbulenten Grenzschicht hinter einer transitionalen laminaren Ablöseblase, obwohl auch über Untersuchungen zur *absoluten Instabilität* im Zusammenhang mit dem Aufplatzen der kurzen in eine lange Blase berichtet wird. In den zeitgleich durchgeführten Arbeiten von Wasistho (1997) [86, 87] werden die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen verwendet. Für kleine Mach-Zahl wird neben dem Einfluß unterschiedlicher oberer Randbedingungen auch die Anfachung von am Einströmrand vorgegebenen TS-Wellen betrachtet und mit Ergebnissen der linearen Stabilitätstheorie und den *Parabolized Stability Equations* (PSE-Gleichungen) verglichen. Für letztere wird das zeitlich mittlere Strömungsfeld der DNS verwendet. Dreidimensionale Störungen werden in beiden Arbeiten durch schräglaufige Wellen großer Amplitude eingeleitet, die so stark sind, daß die Ablöselinie in Spannweitenrichtung wellig wird und oszilliert. Die Strömung wird daraufhin rasch „turbulent“ und das Strömungsfeld in [86] zeigt deutliche Anzeichen zu grober Raumschrittweiten. Die von Alam & Sandham gezeigten Bilder weisen hinter der Wiederanlegeline stochastisch verteilte Längsstrukturen (sog. „*Streaks*“) auf, die man von DNS turbulenter Grenzschichten her kennt. In beiden Fällen kann die Entstehung einer turbulenten Grenzschicht beobachtet werden, die dem logarithmischen Wandgesetz folgt. Hier bestätigen sich eigene Beobachtungen, wonach zur Simulation realistischer Geschwindigkeits-, *rms*- und Reynoldsscher Schubspannungsverteilungen eine grobe Diskretisierung des Strömungsfeldes ohne Verwendung eines *Subgrid-Scale*-Turbulenzmodells (im Unterschied zur *Large-Eddy Simulation, LES*) genügt. Die Momentanbilder derartiger

Strömungen sind dann allerdings von zweifelhaftem Wert, da sie nicht, wie vermeintlich angenommen, die Grobstrukturen der Strömung darstellen, sondern durch Aliasing-Fehler hervorgerufene Scheinstrukturen oder „Gitterpunktoszillationen“<sup>5</sup>. Die entscheidende Frage, wie die inhärent dreidimensionale Turbulenz in laminaren Ablöseblasen entsteht, ist bis heute ungeklärt.

Im Rahmen der vorliegenden Übersicht ist es nicht möglich, alle *experimentellen Untersuchungen* des Problems aufzuführen, weil diese zu zahlreich sind. Einen Einblick in den bis vor ca. zehn Jahren erreichten Stand gibt der von T.J. Mueller (1989) herausgegebene Tagungsband [61]. Zentren der aktuellsten experimentellen Forschung zum Thema laminare Ablöseblasen in Profilgrenzschichten sind das ITAM (Institut für Theoretische und Angewandte Mechanik) der russischen Akademie der Wissenschaften in Novosibirsk (Dovgal & Kozlov), die Universität Stuttgart (Althaus & Würz, 1993 [5]) und die TU Delft (van Ingen *et al.*).

Die Betrachtung des aktuellen Stands der Forschung soll mit der Diskussion der jüngsten russischen Arbeiten enden. Diese sind in den Übersichtsartikeln von Dovgal *et al.* (1994) [19] bzw. Dovgal & Kozlov (1995) [20] dargelegt. Dabei spielt auch die Tatsache eine Rolle, daß gerade in diesen Arbeiten, mehr als in anderen, versucht wird, die experimentellen Ergebnisse durch Vergleiche mit Rechnungen von Michalke (die weiter oben schon zitiert wurden) zu untermauern.

In der laminaren Ablöseblase beobachten Dovgal *et al.* (1994) [19] einen ganzen Bereich instabiler Störungen, der vermutlich auf die lineare Instabilität zurückgeht, in [19] aber zunächst mangels quantitativer Vergleiche mit den Ergebnissen der linearen Instabilitätstheorie nicht eindeutig belegt ist. Gleichzeitig tritt ein niederfrequenter Frequenzbereich auf, der mit einer in der Literatur als *Flapping* bezeichneten langwelligen vertikalen Oszillation der abgelösten Scherschicht in Zusammenhang gebracht wird und bisher von keiner Theorie erklärt werden kann. Die anschließend gezeigten quantitativen Vergleiche gemessener Anfachungsraten und Phasengeschwindigkeiten mit den Rechnungen für eine freie *tanh*-Scherschicht zeigen zwar gute Übereinstimmung, die Vergleichbarkeit der zugrunde liegenden Geschwindigkeitsverteilungen ist jedoch unklar. Außerdem bleiben mögliche Einflüsse der sich räumlich entwickelnden Grundströmung auf die Störungen (sog. *nicht-parallele Effekte*) gänzlich unerwähnt, da nur lokale Vergleiche an nicht näher bezeichneten *x*-Stellen durchgeführt werden.

Nachdem die Störungen endliche Amplituden in der Gegend von  $u'/U_\infty \approx 1\%$  erreicht haben, setzen nichtlineare Vorgänge ein: die primäre Anfachungsrate wird geringer und subharmonische Störungen treten in den von Dovgal *et al.* gemessenen Frequenzspektren auf. Es wird vermutet, daß diese aus nichtlinearen Interaktionen nach der Art der Sekundärinstabilität von Herbert (1988) [34] oder Masad & Nayfeh (1992) [52] hervorgehen. Mangels experimenteller Daten kann aber nicht überprüft werden, ob die subharmonischen Störungen zwei- oder dreidimensional sind. Wie weiter oben schon erwähnt wurde, ist in einer „freien Scherschicht“ eher eine zweidimensionale Subharmonische zu erwarten. Andererseits ist jedoch Würz (1996) [91] und van Hest (1996) [84] ein indirekter Nachweis dreidimensionaler subharmonischer Störungen bei der Transition in stark verzögerten Grenzschichten gelungen und zwar durch quantitative Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie und mit Ergebnissen der Sekundärinstabilität, die von Rist zur Verfügung gestellt wurden. Man kann deshalb annehmen, daß die Interpretation von Dovgal *et al.* richtig ist.

Zuletzt zeigen Dovgal *et al.*, daß sich die subharmonische Störung durch eine harmonische Störung großer Amplitude unterdrücken läßt. In diesem Fall tritt im Spektrum nur die Fundamentale mit ihren Höherharmonischen auf und der Strömungsumschlag verschiebt sich gegenüber dem ungestörten Fall stromabwärts. Diesen Effekt beobachtet man auch in der Strömung hinter einem Hindernis [20]: niederfrequente Störungen werden durch Zugabe einer harmonischen (Schall-) Störung großer Amplitude kleiner. Dovgal *et al.* vermuten einen Zusammenhang mit der nichtlinearen Rückwirkung der Störungen auf die Grundströmung im vorderen Blasenteil (4). Generell belegen diese Untersuchungen aber auch, daß abgelöste Strömungen gegenüber äußerer Beeinflussung äußerst empfindlich sind und nichtlinear reagieren.

<sup>5</sup>Den qualitativen Unterschied zu den „Eigenstrukturen der Grenzschicht“ kann man anhand von Kloker (1998) [45] erkennen.

## 2 Aufgabenstellung und Übersicht

In dieser Schrift soll über numerische Untersuchungen instationärer Strömungsvorgänge in laminaren Ablöseblasen berichtet werden. Es werden erprobte und bewährte Ansätze aus der Transitionsforschung verwendet: die lineare Stabilitätstheorie, die Sekundärinstabilität nach Herbert (Floquet-Theorie) und die Direkte Numerische Simulation (*DNS*). Damit sollen Beiträge zur Beantwortung einer Reihe offener Fragestellungen zu diesem bisher im Detail noch wenig erforschten Strömungsproblem geleistet werden.

Ein Studium der Literatur zeigt, daß es kaum theoretische Untersuchungen zur linearen und nichtlinearen Störungsentwicklung in Ablöseblasen gibt. Dies mag wohl daran liegen, daß entsprechende Grenzschichtströmungen nur durch Lösung der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen zuverlässig berechnet werden können. In den wenigen bisherigen Arbeiten, in denen dies erfolgt ist, werden dann entweder vorwiegend zweidimensionale Störungen betrachtet oder nur statistische Auswertungen der sich einstellenden turbulenten Grenzschicht vorgenommen. Aussagen zur Entstehung der Turbulenz sind so leider nicht möglich.

DNS anderer Forschergruppen enthalten in der Regel keinen detaillierten Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie, so daß die Herkunft instationärer Störungen nicht zurückverfolgt werden kann. Andererseits findet man aber auch kaum quantitative Angaben zur linearen Instabilität laminarer Ablöseblasen in der Literatur, höchstens für Ablöseblasen hinter Hindernissen (z.B. [52]), für Hartree-Geschwindigkeitsprofile nahe Ablösung, für *tanh*-Abschnitte mit und ohne Rückströmung (Michalke in [19]) oder für modifizierte Falkner-Skan-Geschwindigkeitsprofile (Hammond & Redekopp [33]). Untersuchungen zur Sekundärinstabilität für Geschwindigkeitsverteilungen mit Ablösung gibt es lediglich von Nayfeh *et al.* (1990) [62] und von Masad & Nayfeh (1992) [52].

Fairerweise sollte man bei dieser Diskussion aber auch berücksichtigen, daß es die laminare Ablöseblase schlechthin nicht gibt, sondern daß jeder Strömungsfall letztendlich seine eigenen Grundströmungsverteilungen aufweist, die es zu berechnen oder messen und zu analysieren gilt. Nachteilig an den oben genannten Untersuchungen ist jedoch, daß üblicherweise nur die Ergebnisse einer Methode für das betreffende Strömungsproblem vorgestellt werden, und ein quantitativer Vergleich mit einer anderen Methode oder mit Experimenten für genau denselben Strömungsfall, also eine Validierung, fehlt (auch Masad & Nayfeh (1992) [52] vergleichen lediglich die Anfachung ihrer primären Störungen



mit Dovgal & Kozlov). Um diesem Mißstand abzuhelpfen, wurde 1990 an der Universität Stuttgart damit begonnen, dreidimensionale direkte numerische Simulationen von Grenzschichtströmungen mit Ablöseblasen durchzuführen.

In der vorliegenden Arbeit wird in erster Linie die DNS verwendet, weil nur so mögliche nichtlineare Interaktionen berücksichtigt werden können. Das numerische Verfahren wird in Kapitel 3 vorgestellt. Zur Validierung der Ergebnisse in den Kapiteln 4 – 6 werden Vergleiche mit der linearen und der sekundären Stabilitätstheorie (Eigenwertanalysen) durchgeführt. Dabei ist eine Aufteilung in Untersuchungen zur *Vorderkantenblase* und zur *Ablöseblase in Profilmitte* in diesen drei Kapiteln zu beachten. Die erst in jüngster Zeit neu hinzugekommene *PSE*-Methode (Lösung der parabolisierten Stabilitätsgleichungen [8]) steht nicht zur Verfügung. Hein in Göttingen und Hanifi in Stockholm haben inzwischen für den in Unterabschnitt 4.1.1 vorgestellten Strömungsfall PSE-Simulationen mit kleinen Störampplituden im linearen Bereich der Störungsentwicklung durchgeführt und eine sehr gute Übereinstimmung mit den DNS in Abschnitt 5.1 festgestellt. Die nichtlineare Störungsentwicklung konnte bisher noch nicht mit den PSE-Gleichungen berechnet werden, da die Lösung ab einem bestimmten Stadium der Nichtlinearität divergiert. Auch Wasistho *et al.* (1997) [87] geben lediglich eine lineare PSE-Lösung an, die sie auf der Basis der zeitlich gemittelten DNS-Lösung erhalten haben.

Vollkommen neu in der Literatur zur laminaren Ablöseblase ist die von Dovgal *et al.* (1994) [19] beschriebene Rückwirkung *instationärer* Störungen im Wiederanlagegebiet auf die *stationäre* Grundströmung im Ablösebereich. Eigene Beobachtungen hierzu werden in Abschnitt 4.2.2 im Zusammenhang mit der Diskussion der Grundströmung in Kapitel 4 geschildert.

Da es außer aus den lokalen Stabilitätsanalysen von Michalke oder Hammond & Redekopp mit approximierten Grundströmungsverteilungen, die keine Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen sind, für Ablöseblasen an einer glatten Wand keine Übersichten zur linearen Instabilität gegenüber zwei- insbesondere aber dreidimensionalen Störungen gibt, ist allein schon die Bereitstellung solcher Ergebnisse einen Beitrag wert. Dieser erfolgt in Kapitel 5.

Hinzu kommt, daß man über nichtlineare Mechanismen zu Beginn dieser Arbeit (ca. 1990) fast überhaupt nichts wußte. Diese wurden zuvor nur in Experimenten beobachtet. Dort hat man aber das Problem, daß es sehr schwierig ist, das dreidimensionale, instationäre Strömungsfeld so fein aufzulösen, daß eine Zerlegung in zwei- und dreidimensionale Anteile möglich ist. Nichtlineare Interaktionen waren deshalb nur in Frequenzspektren zu beob-

achten. Die DNS kann hierzu zusammen mit der Sekundärinstabilitätstheorie nach Herbert [34] wesentlich tiefer gehen. Entsprechende Untersuchungen und Ergebnisse finden sich im Hauptteil der Schrift in Kapitel 6.

Ein weiteres interessantes dreidimensionales Phänomen ist die Entstehung von Längswirbeln hinter der Ablöseblase, über das einzelne Experimentatoren (z.B. Althaus, 1981 [4] oder Guglielmo & Selig, 1996 [32]) berichten und zu dem Inger (1986) [40] theoretische Überlegungen angestellt hat. Eigene Untersuchungen hierzu findet man in Unterabschnitt 6.1.5. Dieses Phänomen scheint sehr generell zu sein, da es selbst bei Hyperschallströmung hinter einer stoßinduzierten Ablöseblase auftritt (vergl. Kreins *et al.*, 1996 [48]).

Da das Strömungsfeld in laminaren Ablöseblasen Geschwindigkeitsverteilungen mit Rückströmung enthält, die qualitative Ähnlichkeit mit der Strömung über eine Stufe oder mit Nachlaufströmungen aufweisen, besteht eine gewisse Unsicherheit darüber, ob diese Strömung konvektiv oder absolut instabil ist. Im ersten Fall würden kleine Störungen räumlich in Strömungsrichtung vom Einbringungsort weg angefacht werden, im zweiten würden sie innerhalb der Ablöseblase am Entstehungsort zeitlich angefacht. Auch zu dieser Problematik wird eine Stabilitätsanalyse und eine numerische Simulation in den Abschnitten 5.4 bzw. 6.1.8 vorgestellt.

Schließlich sollen auch noch zwei ganz aktuelle Problemstellungen, Rezeptivität in Kapitel 7 und aktive Strömungsbeeinflussung in Kapitel 8 betrachtet werden. Im ersten Fall geht es um die Fragestellung, ob die laminare Ablöseblase einen Ort erhöhter Grenzschichtrezeptivität gegenüber akustischen Störungen in der Anströmung darstellt. Im zweiten Fall werden Möglichkeiten zur Beeinflussung der laminaren Ablöseblase durch Wandstörungen betrachtet. Eine Zusammenfassung in Kapitel 9 schließt die Schrift ab.

### 3 Numerisches Verfahren

Wie im vorigen Kapitel bereits erwähnt wurde, soll für die hier beabsichtigten Untersuchungen auf ein erprobtes numerisches Verfahren aus der Umschlagforschung zurückgegriffen werden. Es handelt sich dabei um das von Kloker (1993) [44] beschriebene Verfahren, das auf Vorarbeiten von Rist (1990) [69] und Konzelmann (1990) [47] bzw. Fasel (1976) [23] aufbaut. Da das Verfahren in der angegebenen Literatur, wie auch in Rist & Fasel (1995) [71] eingehend beschrieben ist, soll hier zunächst nur auf die wesentlichen Grundzüge, dann auf die durchgeführten Modifikationen eingegangen werden.

#### 3.1 Grundgleichungen und Diskretisierung

Die *Grundgleichungen* gehen von den vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömung in Wirbeltransport-Geschwindigkeitsformulierung aus:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(v\omega_x - u\omega_y) - \frac{\partial}{\partial z}(w\omega_z - w\omega_x) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial \omega_y}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(v\omega_x - u\omega_y) + \frac{\partial}{\partial z}(w\omega_y - v\omega_z) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\omega_z - w\omega_x) - \frac{\partial}{\partial y}(w\omega_y - v\omega_z) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial \omega_y}{\partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \quad (3.4)$$

Dabei bezeichnen  $u, v, w$  die Geschwindigkeits- und  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  die Wirbelstärkekomponenten<sup>1</sup> in einem kartesischen Koordinatensystem. Der Druck  $p$  taucht in dieser Formulierung nicht auf, da er bei der Herleitung der Wirbeltransportgleichungen (3.1) aus den Impulsgleichungen eliminiert wurde. Er kann aber bei Bedarf nachträglich aus dem Geschwindigkeitsfeld über die sog. *Druck-Poissongleichung* berechnet werden:

$$\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.5)$$

---

<sup>1</sup> $\vec{\omega} = -\text{rot } \vec{u}$

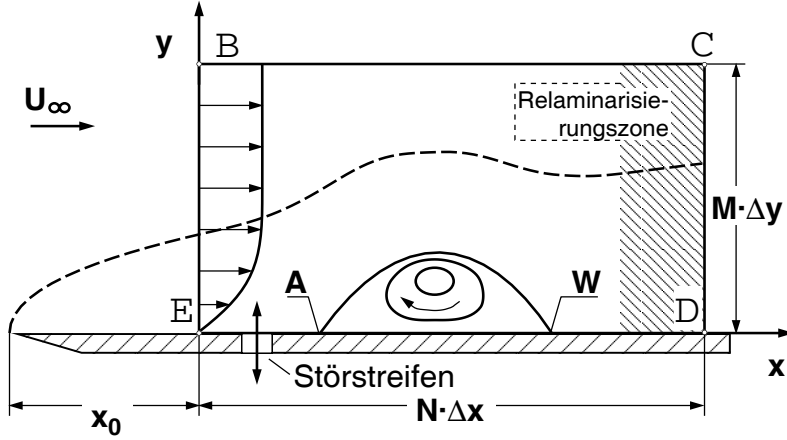


Abbildung 3.1: Integrationsgebiet zur Direkten Numerischen Simulation (DNS) laminarer Ablöseblasen; **A**: Ablösungs-, **W**: Wiederanlegepunkt.

Zur Integration der Gleichungen wird ein Integrationsgebiet längs einer ebenen Platte verwendet, wobei die  $x$ -Achse an der Plattenvorderkante beginnt und in Plattenspannenrichtung zeigt. Die  $y$ -Achse beginnt an der Wand und die  $z$ -Achse weist in Spannenrichtung (Abbildung 3.1). Für die hier durchzuführenden Untersuchungen dreidimensionaler Störungen in einer zweidimensionalen Grenzschicht wird Periodizität in Spannenrichtung mit einer Wellenlänge  $\lambda_z$  vorausgesetzt. Diese Bedingung läßt sich sehr effizient über einen Spektralansatz in Form einer Fourier-Reihe erfüllen

$$f(x, y, z, t) = \sum_{k=-K}^K F_k(x, y, t) \cdot e^{ik\gamma z}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad \gamma = \frac{2\pi}{\lambda_z}, \quad (3.6)$$

wobei  $f$  für  $u, v, w, \omega_x, \omega_y$  bzw.  $\omega_z$  im physikalischen Raum und  $F_k$  für deren Fourier-Transformierte  $U_k, V_k, W_k, \Omega_{x_k}, \Omega_{y_k}$  bzw.  $\Omega_{z_k}$  steht. Die partiellen Ableitungen von (3.6) lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \sum_{k=-K}^K \frac{\partial F_k}{\partial x} \cdot e^{ik\gamma z}, & \frac{\partial f}{\partial y} &= \sum_{k=-K}^K \frac{\partial F_k}{\partial y} \cdot e^{ik\gamma z}, \\ \frac{\partial f}{\partial z} &= i \sum_{k=-K}^K k\gamma F_k \cdot e^{ik\gamma z}, & \frac{\partial f}{\partial t} &= \sum_{k=-K}^K \frac{\partial F_k}{\partial t} \cdot e^{ik\gamma z}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \sum_{k=-K}^K \frac{\partial^2 F_k}{\partial x^2} \cdot e^{ik\gamma z}, & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= \sum_{k=-K}^K \frac{\partial^2 F_k}{\partial y^2} \cdot e^{ik\gamma z}, \\ \text{und} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} &= - \sum_{k=-K}^K (k\gamma)^2 F_k \cdot e^{ik\gamma z}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nach Einsetzen von (3.6) und (3.7) in (3.1) – (3.4) erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_{x_k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (V_k \Omega_{x_k} - U_k \Omega_{y_k}) - ik\gamma (U_k \Omega_{z_k} - W_k \Omega_{x_k}) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \Omega_{x_k}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega_{x_k}}{\partial y^2} - \frac{(k\gamma)^2}{Re} \Omega_{x_k} \\ \frac{\partial \Omega_{y_k}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (V_k \Omega_{x_k} - U_k \Omega_{y_k}) + ik\gamma (W_k \Omega_{y_k} - V_k \Omega_{z_k}) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \Omega_{y_k}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega_{y_k}}{\partial y^2} - \frac{(k\gamma)^2}{Re} \Omega_{y_k} \\ \frac{\partial \Omega_{z_k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (U_k \Omega_{z_k} - W_k \Omega_{x_k}) - \frac{\partial}{\partial y} (W_k \Omega_{y_k} - V_k \Omega_{z_k}) &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \Omega_{z_k}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega_{z_k}}{\partial y^2} - \frac{(k\gamma)^2}{Re} \Omega_{z_k} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} - (k\gamma)^2 U_k = -ik\gamma \Omega_{y_k} - \frac{\partial^2 V_k}{\partial x \partial y} \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 V_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_k}{\partial y^2} - \frac{(k\gamma)^2}{Re} V_k = ik\gamma \Omega_{x_k} - \frac{\partial \Omega_{z_k}}{\partial x} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 W_k}{\partial x^2} - (k\gamma)^2 W_k = \frac{\partial \Omega_{y_k}}{\partial x} - ik\gamma \frac{\partial V_k}{\partial y} \quad (3.11)$$

Dies stellt ein System zweidimensionaler, nichtlinear gekoppelter Differentialgleichungen dar, das in einem ebenen Rechengitter numerisch gelöst werden muß. Aus Symmetriegründen bezüglich  $z = 0$  und  $k = 0$  müssen nur die Fourier-Harmonischen  $k = 0, 1, \dots, K$  berechnet werden, außerdem sind die Größen  $U_k, V_k, \Omega_{z_k}$  reell und  $W_k, \Omega_{x_k}, \Omega_{y_k}$  imaginär. Zur Diskretisierung von (3.8) – (3.11) werden im wesentlichen zentrale Differenzen vierter Ordnung verwendet, mit Ausnahme der Ränder und der  $x$ -Konvektionsterme. An der Plattenoberfläche und am Ausströmrand werden einseitige Differenzen dritter bis fünfter Ordnung verwendet, und am oberen Rand bei  $y = y_M$  Differenzen zweiter Ordnung, da dort nur sehr geringe Gradienten auftreten, so daß kein Genauigkeitsverlust eintritt (Rist, 1990 [69]).

Als Zeitintegrationsschema wird das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung eingesetzt:

$$\begin{aligned} \Omega_k^{l+\frac{1}{2}*} &= \Omega_k^l + \frac{1}{2} \Delta t R_k^l \\ \Omega_k^{l+\frac{1}{2}} &= \Omega_k^l + \frac{1}{2} \Delta t R_k^{l+\frac{1}{2}*} \\ \Omega_k^{l+1*} &= \Omega_k^l + \Delta t R_k^{l+\frac{1}{2}} \\ \Omega_k^{l+1} &= \Omega_k^l + \frac{1}{6} \Delta t \left( R_k^l + 2R_k^{l+\frac{1}{2}*} + 2R_k^{l+\frac{1}{2}} + R_k^{l+1*} \right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

dabei steht  $R_k^l$  für die Differenz der Diffusions- und Konvektionsterme der  $k$ -ten Wirbeltransportgleichung an der diskreten Zeitstufe  $l$ .

Die  $x$ -Ableitungen der Konvektionsterme  $(V_k \Omega_{x_k} - U_k \Omega_{y_k})$  und  $(U_k \Omega_{z_k} - W_k \Omega_{x_k})$  in Gleichung (3.8) werden im ersten und vierten Runge-Kutta-Schritt zentral und in den beiden

anderen abwechselnd vorwärts und rückwärts diskretisiert. Dies erhöht die numerische Stabilität des Verfahrens gegenüber [69] um den Faktor fünf (Kloker, 1990 [44]).

Durch Einführung des Spektralansatzes (3.6) hat sich die Dimension aller ursprünglichen Gleichungen um eins reduziert. Dieser Vorteil zahlt sich bei der Lösung der Poissongleichungen (3.9) – (3.11) aus: Gln. (3.9) und (3.11) sind nur noch ein- und Gl. (3.10) zweidimensional. Durch Diskretisierung mit zentralen Differenzen vierter Ordnung erhält man deshalb aus den  $U_k$ - und  $W_k$ -Poissongleichungen pentadiagonale lineare Gleichungssysteme, die direkt und für jede  $y$ -Stelle unabhängig von den anderen gelöst werden können. Die  $V_k$ -Poissongleichung (3.10) wird mit einem Gauß-Seidel-Linieniterationsverfahren direkt in  $y$ -Richtung und iterativ in  $x$ -Richtung gelöst, das durch ein *Multigrid-Verfahren* über vier Gitterebenen in einer Reihe von  $V$ -Zyklen beschleunigt wird. Fünf  $V$ -Zyklen genügen zur iterativen Lösung jeder  $V_k$ -Poissongleichung.

Die Wirbeltransportgleichungen unterschiedlicher  $k$ -Indizes sind über die nichtlinearen Konvektionsterme miteinander gekoppelt. Aufgrund der expliziten Zeitintegration (3.12) können diese Terme jedoch ohne Iteration zu Beginn eines jeden Runge-Kutta-Schritts berechnet werden. Man verwendet hierzu die sog. *Pseudospektral-Methode* nach Orszag (1971) [63], bei der über (3.6) zunächst die Geschwindigkeits- und Wirbelstärkekomponenten und dann daraus die nichtlinearen Terme im physikalischen Raum berechnet werden. Zur Vermeidung von *Alias-Effekten* müssen in  $z$ -Richtung mindestens  $3(K+1)$  Stützstellen verwendet werden. Durch Fourier-Analyse (Umkehrung von Gl. 3.6) erhält man die nichtlinearen Terme im Spektralraum, so wie sie zur Fortsetzung der Berechnung benötigt werden.

Im folgenden müssen zwei Fälle betrachtet werden. Dies basiert auf der Beobachtung von Gruber (1988) [30], daß nach Überschreiten eines gewissen Druckgradienten in Strömungsrichtung keine stationäre Strömung mehr berechnet werden kann, da immer vorhandene (in diesem Fall numerische, im Experiment zufällige) Schwankungen durch die gesteigerte hydrodynamische Instabilität so stark angefacht werden, daß sie das Strömungsfeld im Wiederanlegebereich dominieren. Dieses Phänomen wurde auch von anderen Forschern (z.B. Ripley & Pauley (1993) [68]) festgestellt und in jüngster Zeit von Maucher, ausgehend von Maucher *et al.* (1994) [53], eingehend untersucht. Hier muß ein Lösungsverfahren in *Gesamtströmungsformulierung* verwendet werden. Andererseits gibt es aber auch den Fall, daß vorab eine stationäre Grundströmung berechnet werden kann, insbesondere, wenn die Grenzschicht bis zur Ablösung noch „jung“ ist, dies trifft bei sog. *Vorderkan-*

*tenblasen* zu. Hierfür kann man deshalb ein Verfahren in *Störströmungsformulierung*<sup>2</sup> verwenden.

Für die hier geplanten Untersuchungen an Vorderkantenblasen kann deshalb das vorhandene und für Strömungsinstabilität und Transition in anliegenden Grenzschichten erprobte und validierte Verfahren (siehe Rist & Fasel, 1995 [71] und Rist & Kachanov, 1995 [72] für Vergleiche mit Experimenten) direkt verwendet werden. Für starke Druckgradienten, hohe Reynolds-Zahlen oder Blasen in Profilmitteln mußte dieses auf Gesamtströmungsformulierung umgeschrieben werden. Mehr dazu in Abschnitt 3.3.

## 3.2 Randbedingungen

Zur Simulation laminarer Ablöseblasen muß eine Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand vorgeschrieben werden, die dafür sorgt, daß die laminare Grenzschicht ablöst. Dies erfolgt durch Vorgabe eines Geschwindigkeitsabfalls  $\Delta U_M$  zwischen zwei Gitterstellen  $x_1$  und  $x_2$ . Zur Vermeidung von Unstetigkeiten in den höheren Ableitungen wird ein Polynom fünfter Ordnung zur Approximation der  $U_M(x)$ -Verteilung verwendet, das an den Rändern bis zur zweiten Ableitung stetig in die angrenzende konstante Geschwindigkeitsverteilung übergeht (Abbildung 3.2). Um den so vorgegebenen Druckgradienten weiter beeinflussen zu können, d.h. um möglichst lange Ablöseblasen zu erhalten, in denen Störungen besser zu studieren sind, wurde als erste Modifikation in die Mitte des Druckanstiegsgebiets bei  $(x_1 + x_2)/2$  ein Geradenstück mit der Steigung des Polygons am Wendepunkt bei  $x = (x_1 + x_2)/2$  und mit dem Geschwindigkeitsabfall  $\Delta U_{zus}$  eingefügt, siehe Abbildung 3.2 (rechts).

Die restlichen Randbedingungen sind schnell zusammengefaßt: am Einströmrand B–E des Integrationsgebiets (Abbildung 3.1) wird die Blasius-Lösung der Grenzschichtgleichungen vorgeschrieben [76], am Freistromrand B–C gilt  $\omega = 0$ ,  $\partial v / \partial y = -dU_M/dx$ , an der Wand (D–E) und am Ausströmrand C–D die Bedingungen aus [71] bzw. [44]. Die am Ausströmrand zur fast vollständigen Elimination ankommender Störungen verwen-

<sup>2</sup>Bei der Störströmungsformulierung wird die Gesamtströmung zu jedem Zeitpunkt als Summe einer stationären Grundströmung und einer instationären Störströmung aufgefaßt. Die Grundströmung wird vor Beginn der eigentlichen Simulation aus den stationären Navier-Stokes-Gleichungen berechnet. Während der numerischen Simulation werden dann nur noch die Gleichungen für die Störströmung gelöst, wobei Störungen erst entstehen können, wenn man z.B. durch simuliertes Absaugen und Ausblasen an der Wand die Anfangs- und Randbedingungen (alle Störungen ursprünglich exakt Null) verändert. Diese Aufspaltung ist so lange zulässig, wie die Grundströmung die vollständigen (stationären) Navier-Stokes-Gleichungen erfüllt.

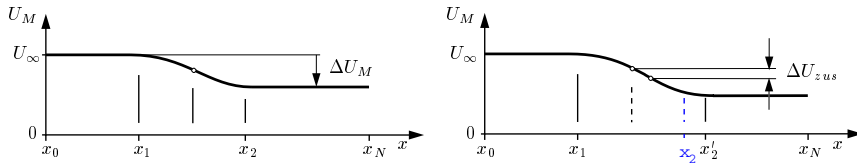


Abbildung 3.2: Geschwindigkeitsverteilung  $U_M(x)$  am oberen Rand zur Erzeugung einer laminaren Ablöseblase nach Gruber (1988) [30] (links) und deren Modifikation durch Einschieben eines Zwischenstücks (rechts).

dete *künstliche Relaminarisierungszone* wurde von Kloker *et al.* (1993) [46] entwickelt und eingehend verifiziert. Sie erlaubt es, Langzeitintegrationen mit einem endlichen Integrationsgebiet durchzuführen, ohne daß es zu unerwünschten Reflexionen nichtlinear generierter Störungsanteile kommt, die die stromaufwärts gelegenen Teile des Rechengebiets aufgrund der elliptischen Natur der inkompressiblen Strömung beeinflussen würden.

Derartige „Pufferzonen“ werden seit ihrer Einführung durch Spalart (1988) [78] inzwischen von fast allen Forschergruppen in der Transitionsforschung, die DNS-Verfahren einsetzen, ebenfalls verwendet. Sie erlauben selbst die Verwendung eines Verfahrens mit periodischen Randbedingungen in Strömungsrichtung [7, 35, 75, 79]. Das vorliegende Verfahren hat im Vergleich zu diesen anderen Ansätzen jedoch den Vorteil, daß insgesamt weniger Gitterpunkte in den Randzonen verwendet oder aber eine stärkere, gezielte Reduktion der Störungen im Dämpfungsgebiet erreicht werden kann, da keine periodischen Randbedingungen in  $x$ -Richtung verwendet werden, bei denen die am Ausströmrand austretenden Störungen zwangsläufig am Einströmrand wieder eintreten. Außerdem ist unser Ansatz sehr viel einfacher zu implementieren und numerisch effizienter, da er sich auf die Multiplikation der Störwirbelstärke mit einer Funktion beschränkt, die in der „Pufferzone“ kontinuierlich von 1 auf 0 abnimmt. Weitere Eingriffe in das ursprüngliche Verfahren waren für die Untersuchungen an Vorderkantenblasen nicht erforderlich.

### 3.3 Numerisches Verfahren in Gesamtströmungsformulierung

Für die Untersuchung einer Ablöseblase in Profilmittte in den Abschnitten 4.2 und 6.2 hat es sich als notwendig erwiesen, das ursprüngliche Verfahren durch Übergang von der Störformulierung auf eine Gesamtströmungsformulierung weiter zu modifizieren, da keine stationäre Grundströmung vorab berechnet werden konnte (vergl. weiter oben).

Diese Weiterentwicklung des Verfahrens hat dazu geführt, daß jetzt die Bedingungen

$$U_k(x, y_M, k = 0, t) = U_M(x), \quad \frac{\partial V_k(x, y_M, k = 0, t)}{\partial y} = -\frac{dU_M(x)}{dx} \quad (3.13)$$

als Randbedingung am oberen Rand des Integrationsgebiets verwendet werden müssen. Da dies zur Folge hat, daß dort keine zweidimensionale  $u$ -Störgeschwindigkeitskomponente mehr auftreten kann, wird hier noch eine weitere Randbedingung angegeben, bei der über eine viskose-nichtviskose Interaktion eine instationäre Aktualisierung der oberen Randbedingung stattfindet. Diese berücksichtigt die zu jedem Zeitschritt jeweils aktuelle Verdrängung der reibungsfreien Potentialströmung durch die Grenzschicht. Sie wird als Quell-Senkenverteilung an der Wand und durch eine daraus abgeleitete wandnormale Geschwindigkeitsverteilung

$$v_w(x, t) = V_k(x, y_M, k = 0, t) - V_k(x_0, y_M, k = 0) + y_M \frac{dU_M}{dx}, \quad (3.14)$$

berücksichtigt [30], aus der man die Geschwindigkeit am oberen Rand berechnen kann

$$U_k(x, y_M, k = 0, t) = U_M(x) + \frac{1}{\pi \sqrt{Re}} \int_{x_0}^{x_N} \frac{v_w(\xi, t)}{x - \xi} d\xi. \quad (3.15)$$

Im Unterschied zu Gruber [30] wird hier in (3.14) durch Subtraktion von  $V_0(x_0, y_M)$  am Einströmrand auch die dort schon vorhandene endliche Verdrängungsdicke berücksichtigt. Die Implementierung, wie auch die Lösung des sog. *Cauchy-Integrals* in (3.15) sind ausführlich in [30] beschrieben. Beide Formulierungen, Gl. (3.13) und (3.15), werden im Ergebnisteil im Unterabschnitt 6.2.1 miteinander verglichen.

Eine zusätzliche, geringfügige Vereinfachung des ursprünglichen numerischen Verfahrens konnte durch Verwendung der Kontinuitätsgleichung anstelle von (3.9) zur Berechnung von  $U_k$  erreicht werden

$$\frac{\partial U_k}{\partial x} = -\frac{\partial V_k}{\partial y} - ik\gamma W_k. \quad (3.16)$$

Diese Gleichung wird über eine einseitige kompakte Differenz vierter Ordnung diskretisiert, die sich einfach nach  $U_k$  auflösen läßt, vollkommen analog zur Vorgehensweise bei der Berechnung der Wandwirbelstärke in Bestek (1980) [9].

### 3.4 Störungserzeugung

Durch zeitlich periodisches Absaugen und Ausblasen in einem Störstreifen an der Wand werden kontrollierte Störungen in die Grenzschicht vor der Ablösestelle eingeleitet. Dies

erfolgt durch Vorgabe inhomogener Randbedingungen für die  $V_k$ -Poissongleichungen im Bereich  $x_a \leq x \leq x_b$ :

$$\begin{aligned} V_k(x, y = 0, t) &= \sqrt{Re} A_{vk} v_w(x) \sin \beta_k t, & (3.17) \\ \text{wobei } v_w(x) &= \frac{1}{16} (243 \xi^5 - 567 \xi^4 + 324 \xi^3) \quad \text{für } 0 \leq \xi \leq 1 \\ \text{und } v_w(x) &= -\frac{1}{16} (243 (2 - \xi)^5 - 567 (2 - \xi)^4 + 324 (2 - \xi)^3) \quad \text{für } 1 < \xi \leq 2, \\ \text{mit } \xi &= 2 \frac{x - x_a}{x_b - x_a} \text{ ist.} \end{aligned}$$

Der Abstand  $x_b - x_a$  wird üblicherweise so gewählt, daß er gerade der Wellenlänge  $\lambda_x = 2\pi/\alpha_r$  der erwarteten Störung entspricht. Die Amplitude  $A_{vk}$  und die Frequenz  $\beta_k$  können für beliebige  $k$ -Harmonische unabhängig voneinander vorgegeben werden. Dies gestattet die Untersuchung nichtlinearer Wechselwirkungen unterschiedlicher Störwellen. Störungen mit  $k = 0$  sind zweidimensional und Störungen mit  $k > 0$  erzeugen ein dreidimensionales, zu  $z = 0$  symmetrisches Paar schrägläufiger Wellen, das sich unter den Winkeln

$$\phi_{\pm} = \pm \arctan \frac{k \gamma}{\alpha_r(k)} \quad (3.18)$$

zur  $x$ -Achse im Integrationsgebiet stromabwärts ausbreitet. Dabei ist  $\alpha_r(k) = 2\pi/\lambda_x$  die Wellenzahl in  $x$ -Richtung der  $k$ -ten Querharmonischen.

## 4 Grundströmung

Als Grundströmung wird hier zunächst die zweidimensionale stationäre Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet. Sie wird, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, durch Vorgabe einer lokal verzögerten, stationären Anströmgeschwindigkeit erzeugt. Da die Grundströmung durch instationäre Störungen nichtlinear verändert wird, kann auch das zeitlich gemittelte Strömungsfeld als Grundströmung bezeichnet werden. Im Versuch hat man in der Regel wenig Möglichkeiten, zwischen beiden zu unterscheiden, da sich eine störungsfreie, und somit stationäre Strömung nur bei äußerst schwachen Druckgradienten und sehr kleinen Reynolds-Zahlen realisieren läßt.

In allen hier vorgestellten Ergebnissen wird eine Normierung der Daten mit der Anströmgeschwindigkeit  $\bar{U}_{\infty}$  und einer festen Referenzlänge  $\bar{L}$  vorgenommen. Wie in der Grenzschichttheorie üblich, wird die  $y$ -Koordinate mit  $\sqrt{Re}$  gestreckt. Im Einzelnen erhält man dann

$$\begin{aligned} x &= \bar{x}/\bar{L}, & y &= \sqrt{Re} \bar{y}/\bar{L}, & z &= \bar{z}/\bar{L}, \\ u &= \bar{u}/\bar{U}_{\infty}, & v &= \sqrt{Re} \bar{v}/\bar{U}_{\infty}, & w &= \bar{w}/\bar{U}_{\infty}, \\ t &= \bar{t} \bar{U}_{\infty}/\bar{L}, & Re &= \bar{U}_{\infty} \bar{L}/\bar{\nu}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Dabei wurden dimensionsbehaftete Größen mit einem Balken versehen. Die kinematische Viskosität des Fluids wird mit  $\bar{\nu}$  und die Reynolds-Zahl mit  $Re$  bezeichnet. In allen hier vorgestellten Untersuchungen ist  $Re = 100000$ . Zur Umrechnung einzelner Ergebnisse in eine lokale Normierung (\*) können die in den nachfolgenden Diagrammen gezeigten lokalen Größen, wie z.B.  $\delta_1(x)$ , verwendet werden

$$y^* = y/\delta_1, \quad \beta^* = \beta \cdot \delta_1/\sqrt{Re}, \quad \gamma^* = \gamma \cdot \delta_1/\sqrt{Re}, \quad Re_{\delta_1} = \sqrt{Re} \cdot \delta_1. \quad (4.2)$$

In der vorliegenden Arbeit sollen zwei verschiedene Grundströmungsfälle untersucht werden – eine *Vorderkantenblase* in den Abschnitten 4.1, 5.1 und 6.1 sowie eine *Blase in Profilmitte* in den Abschnitten 4.2, 5.5 und 6.2.<sup>1</sup> Beim ersten Fall handelt es sich um eine Ablöseblase in einer dünnen Grenzschicht, die wesentlich näher am Ursprung der Grenzschicht liegt als die zweite. Die mit der Verdrängungsdicke am Einströmrand des Integrationsgebiets gebildeten lokalen Reynolds-Zahlen betragen  $Re_{\delta_1} = 330$  im ersten und  $Re_{\delta_1} = 1722$  im zweiten Fall.

<sup>1</sup>Die Bezeichnungen wurden in Anlehnung an die englischen Begriffe *Leading-Edge Bubble* und *Mid-Chord Bubble* gewählt.

## 4.1 Vorderkantenblase

Das Integrationsgebiet für diesen Fall beginnt bei  $x_0 = 0,37$  und erstreckt sich bis  $x_N = 5,06$ . In  $y$ -Richtung wird der Bereich von  $y = 0$  an der Wand bis  $y_M = 18,8$  betrachtet. Dies entspricht 18 Verdrängungsdicken  $\delta_1$  am Einströmrand, für den  $Re_{\delta_1} = \frac{U_\infty \delta_1}{\nu} = 330$  gilt. Zwischen  $x_1 = 0,71$  und  $x'_2 = 2,43$  wird ein Geschwindigkeitsabfall von  $\Delta U_M = 8\%$  und  $\Delta U_{zus} = 1\%$  vorgeschrieben (vergl. Abbildung 3.2). Zur Diskretisierung werden 97 Gitterpunkte in  $y$ -Richtung und 698 in  $x$ -Richtung verwendet. Die stationäre Strömung wird mit einem ADI-Verfahren aus den vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen ermittelt (Kloker, 1993 [44]).

Im vorliegenden Fall wurde beobachtet, daß das zur Überprüfung der Konvergenz verwendete Residuum der  $v$ -Poissongleichung nicht beliebig klein wird, sondern nach mehreren Tausend Iterationsschritten des ADI-Verfahrens zu schwingen beginnt. Die stationäre Strömung befindet sich demnach sehr nahe an der von Gruber festgestellten Grenze zu einer instationären Lösung. Dieser Sachverhalt wurde inzwischen von Hildings [35] bestätigt, der anhand der Angaben in [73] versucht hat, die hier beschriebenen Simulationen nachzurechnen. Die Iteration der Grundströmung wurde daher zunächst bei endlichem, aber minimalem Residuum abgebrochen. In der Abnahmephase des neuen SERVus-Workstation-Clusters der Universität Stuttgart wurde dann zur Kontrolle eine instationäre Langzeitintegration für diesen Fall mit dem Verfahren in Gesamtströmungsformulierung durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, daß die zwischendurch auftretenden instationären Wellenpakete immer schwächer werden bis sie nach langer Zeit (Hunderterte von Störzyklen) ganz verschwinden. Dabei wurde so lange gerechnet, bis die Instationarität im numerischen Abbruchfehler verschwand.

### 4.1.1 Die stationäre Lösung

Geschwindigkeitsverteilungen, Stromlinien und Wirbelstärkeverteilung in Abbildung 4.1 geben einen ersten qualitativen Eindruck von der so erhaltenen Grundströmung. In der Potentialströmung ist der Abstand der mit  $\Delta\psi = 1$  gezeichneten Stromlinien konstant, da  $U = \text{const}$  ist. Vor der Ablöseblase ist der Abstand geringfügig kleiner als dahinter, da sich  $\partial\psi/\partial y = U$  um  $\Delta U = 9\%$  unterscheidet. An der Wand erkennt man die mit  $x$  steigende Verdrängung der Potentialströmung durch Grenzschicht und Ablöseblase. Die maximale Rückströmamplitude in der Ablöseblase von  $U_r \approx 1\%$  ist so gering, daß sie nur erahnt werden kann.

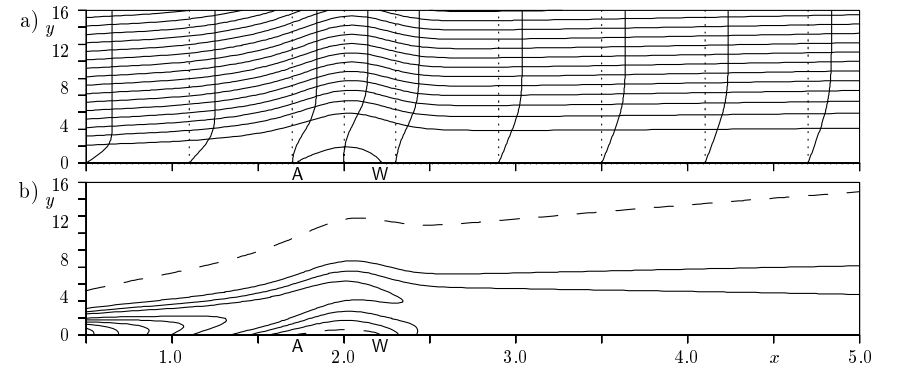


Abbildung 4.1: Grundströmung für den Fall „Vorderkantenblase“, a) Stromlinien ( $\psi = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) und Geschwindigkeitsverteilungen; b) Höhenlinien der Wirbelstärke ( $\omega_z = 0,0001, 0,05, 0,10, 0,15, \dots$ ;  $\omega_z = 0,0001$  gestrichelt).

Die Wirbelstärke nimmt unter dem Einfluß der Verzögerung rasch ab, und zwar an der Wand schneller als im Feld. Dies führt dazu, daß sich über der Blase eine abgelöste Scherschicht bildet. Da  $\omega_w = \partial u/\partial y$  ist, liegen Ablöse- und Wiederanlegepunkt (A bzw. W) an den Stellen mit  $\omega_w = 0$ . Innerhalb der Ablöseblase ist die Wirbelstärke negativ.

Interessant ist auch der Zusammenhang unterschiedlicher Grenzschichtgrößen in Abbildung 4.2. Der negative Geschwindigkeitsgradient in  $U_M(x)$  am oberen Rand erzeugt einen positiven Druckgradienten im Wanddruckverlauf  $p_w(x)$ . In der in der Aerodynamik gebräuchlichen Darstellung des Wanddrucks als  $1 - c_p$  über  $x$  erkennt man die qualitative Übereinstimmung des Wanddruckverlaufs mit dem Geschwindigkeitsverlauf  $U_M$  am oberen Rand.<sup>2</sup> Gleichzeitig mit der Geschwindigkeit nimmt die Wandwirbelstärke  $\omega_w$  (d.h. die Wandschubspannung) rasch bis auf Null am Ablösungspunkt ab. Im Bereich der Ablöseblase ist sie negativ und dahinter steigt sie auf einen in etwa konstanten Wert an. Dabei liegt die Wandwirbelstärke deutlich unterhalb des Blasius-Wertes, der zum Vergleich mit-eingezeichnet wurde. Sie zeigt so an, daß die vorliegende Grenzschicht durch die Ablöseblase schneller „älter“, d.h. dicker wird also ohne Ablösungs- und Wiederanlegepunkt der Trennstromlinie ( $\psi = 0$ ) stimmen exakt mit den Stellen  $\omega_w = 0$  überein.

Die zusätzliche Verdickung der Grenzschicht durch die Ablöseblase im Vergleich zur Blasius-Lösung wird durch den Vergleich der Verdrängungsdicken  $\delta_1$  in Abbildung 4.2 b) bestätigt: stromab von  $x \approx 3$  verbleibt eine nahezu konstante Differenz der aktuel-

<sup>2</sup>Man kann hier lediglich eine *qualitative* Übereinstimmung erwarten, da  $p \sim U_\infty^2$  ist.

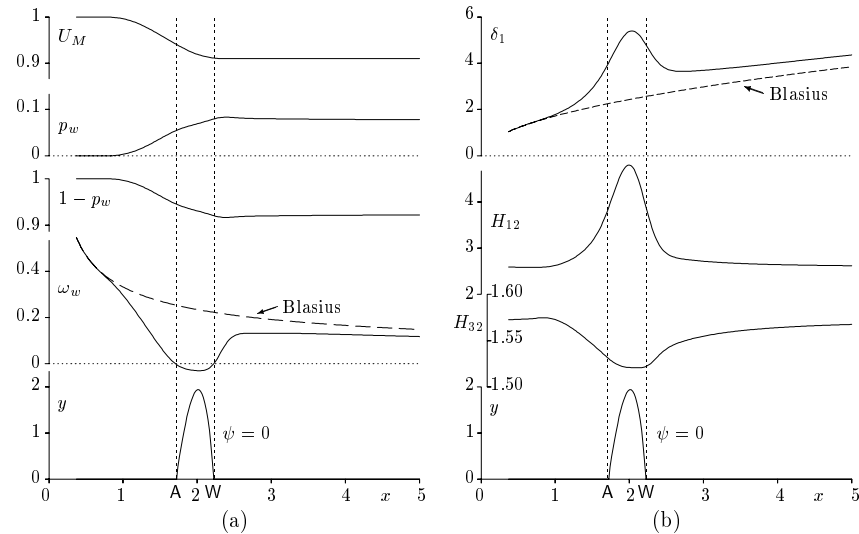


Abbildung 4.2: Grenzschichtparameter der stationären Grundströmung. a) Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand  $U_M$ , Wanddruck<sup>3</sup>  $p_w$ , Wandwirbelstärke  $\omega_w$  und Trennstromlinie  $\psi = 0$ ; b) Verdrängungsdicke  $\delta_1$ , Formfaktoren  $H_{12}$  und  $H_{32}$ , Trennstromlinie  $\psi = 0$ ; (A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt).

len Verdrängungsdicke zur Blasius-Strömung. Der Formparameter steigt ausgehend vom Blasius-Wert  $H_{12} = 2,59$  am linken Rand auf Werte bis über 5,0 in der Ablösezone an, um darauf wieder rasch auf den Blasius-Wert abzufallen. Ablösung bzw. Wiederanlegen erfolgt in der numerischen Simulation bei  $H_{12} = 3,824$  bzw. 3,885. Bei einer Falkner-Skan-Grenzschicht mit Hartree-Parameter  $\beta_H = -0,1988$ , die für alle  $x$  gerade ablöst, beträgt  $H_{12} = 4,029$ . Der zweite Formparameter ( $H_{32}$ ) erreicht den theoretischen Wert von  $H_{32} = 1,515$  für Ablösung nicht ganz. Die Ablöseblase ist im Bildteil (b) zum besseren Vergleich nochmals mit eingezeichnet. Die Unterschiede zur Hartree-Lösung sind nicht verwunderlich, da es sich hier um keine Ähnlichkeitslösung handelt. Briley (1971) [10] stellt ebenfalls Abweichungen seiner DNS-Lösung zur Grenzschichtlösung fest und schiebt dies auf die Unzulänglichkeit der Grenzschichtgleichungen für das vorliegende physikalische Problem.

<sup>3</sup>Bei der numerischen Integration ist der Druck bis auf eine Konstante bestimmt. Hier wurde der Wanddruck am Einströmrand des Integrationsgebiets zu Null gesetzt.

#### 4.1.2 Einfluß periodischer Störungen auf die Grundströmung

Durch die Eingabe periodischer Störungen, die in Kapitel 6 beschrieben wird, verändert sich die zuvor gezeigte Grundströmung, sobald aufgrund großer Störampplituden nichtlineare Effekte auftreten. Die veränderte Grundströmung existiert jedoch nur im zeitlichen Mittel, die Momentanströmung sieht in der Regel ganz anders aus (vergl. Abbildung 1.5).

Vorrangiges Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung instationärer Störungen und nichtlinearer Wechselwirkungen in den Kapiteln 5 und 6. Daß dabei auch Aussagen zum zeitlich mittleren Strömungsfeld abfallen, liegt daran, daß aus Kenntnis des Zeitverlaufs der Störströmungsgrößen  $u'(t)$ ,  $v'(t)$  und  $\omega'_z(t)$  der nichtlineare Term<sup>4</sup>

$$\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} \left( \frac{\partial}{\partial x} u' \omega'_z + \frac{\partial}{\partial y} v' \omega'_z \right) dt \quad (4.3)$$

berechnet werden kann, der in der zeitlich gemittelten Wirbeltransportgleichung auftaucht und die stationäre Lösung verändert. Dabei ist  $T$  die Periode der Störung.

Hier sei ein Vergleich zur Berechnung laminarer Ablöseblasen gestattet, bei der man zur Reduzierung des Rechenaufwands stationäre oder gemittelte Gleichungen verwendet und die instationäre Entwicklung entweder gar nicht oder über ein Turbulenzmodell berücksichtigt. Da die tatsächliche Strömung aus einer zeitlichen Abfolge voneinander abhängiger Strömungsphänomene besteht, die so nicht erfaßt werden können, ist es nicht verwunderlich, wenn derartige Modelle nur in den Fällen „funktionieren“, für die sie über empirisch ermittelte Modellkonstanten kalibriert wurden. Zur Kalibrierung würde man im vorliegenden Fall zum Beispiel die mittlere Blasenlänge ( $x_W - x_A$ ) verwenden, die man aber nach Gl. (4.3) erst angeben kann, wenn man die instationäre Lösung kennt.

So gesehen ist die gebräuchliche Vorgehensweise, das zeitlich mittlere Strömungsfeld durch Lösung der stationären Gleichungen, ergänzt durch eine Modellierung von Gl. (4.3), zu berechnen, ein riskantes Unterfangen. Wie die Ergebnisse weiter unten zeigen, sind die stationären Lösungen und das zeitliche Mittel so signifikant verschieden, wie beispielsweise eine zweidimensionale Strömung und die Strömung in einer Symmetrieebene (z.B. Mittelschnitt) eines dreidimensionalen Strömungsproblems, in dem die  $w$ -Komponente der Geschwindigkeit zwar verschwindet, man aber zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung  $\partial w / \partial z \neq 0$  benötigt.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts stammen aus den Simulationen zur Sekundärinstabilität in Abschnitt 6.1.1 (Fall S). Am Störstreifen bei  $x \approx 0,6$  wird eine Tollmien-Schlichting-

<sup>4</sup>Der analoge Term in den Impulsgleichungen führt auf die *Reynoldsschen Schubspannungen*.



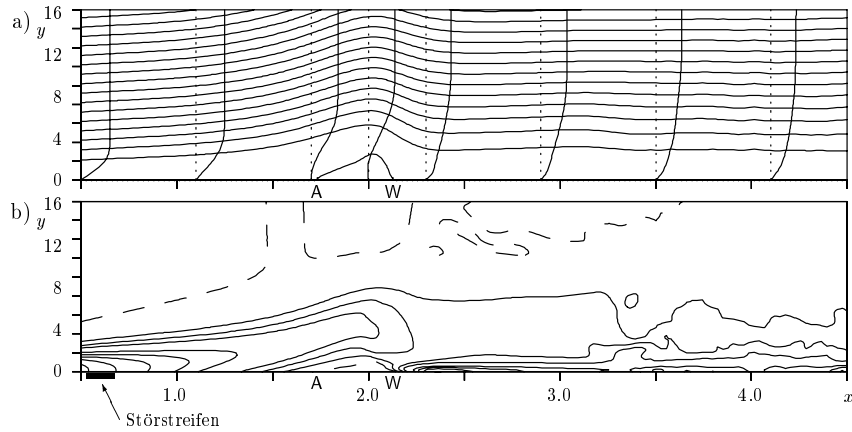


Abbildung 4.3: Zeitlich mittlere Strömung der Vorderkantenblase unter dem Einfluß periodischer Störungen. a) Stromlinien ( $\psi = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) und Geschwindigkeitsverteilungen; b) Höhenlinien der Wirbelstärke ( $\omega_z = 0,0001, 0,05, 0,10, 0,15, \dots$ ;  $\omega_z = 0,0001$  gestrichelt).

Welle der dimensionslosen Frequenz  $\beta = 18$  und  $u'_{max} \approx 10^{-4}$  eingeleitet. Diese wächst dann bis  $x \approx 2,0$  auf  $u'_{max} \approx 0,3$  an und hält dieses Niveau bis zum Ausströmrand. Schräglaufige Wellen der Frequenz  $\beta = 9$  beginnen bei  $x \approx 0,8$  mit  $u'_{max} \approx 10^{-9}$ , erreichen bei  $x \approx 2,2$   $u'_{max} \approx 10^{-5}$  und bei  $x \approx 3,3$   $u'_{max} \approx 0,1$ .

Im hinteren Teil des Strömungsfelds in Abbildung 4.3 liefert der zeitlich gemittelte nicht-lineare Konvektionsterm der Störung (4.3) einen erheblichen Beitrag zur zweidimensionalen, zeitlich mittleren Grundströmung, wie ein Vergleich mit Abbildung 4.1 zeigt. Im vorderen Teil sind die Störampplituden so klein, daß (4.3) nicht ins Gewicht fällt. Die Ergebnisse mit Störung unterscheiden sich deshalb hier nicht von denen ohne. Weiterhin fällt beim direkten Vergleich beider Abbildungen auf, daß sich der Wiederanlagepunkt  $W$  stromaufwärts verlagert, wodurch die Ablöseblase kürzer wird. Außerdem ist der Abstand der ersten Stromlinie von der Wand hinter der Blase geringer als ohne Störung. Der Umriß der Ablöseblase wird unter dem Einfluß der Störung dreieckig, die Wirbelstärke nimmt oberhalb von  $W$  in Strömungsrichtung plötzlich rasch auf einen weiträumig konstanten Wert ab und an der Wand tritt stromab vom Wiederanlagepunkt im Unterschied zu zuvor ein starkes Maximum auf. Letzteres weist auf eine starke Erhöhung der Wandreibung hin. Die Wandwirbelstärke wird dabei fast so groß wie am Einströmrand. Unregelmäßigkeiten, die man für  $x > 3,3$  erkennt, sind auf den Einfluß dreidimensionaler Störungen zurückzuführen, die für große  $x$  nicht mehr zu vernachlässigende Amplituden aufweisen.

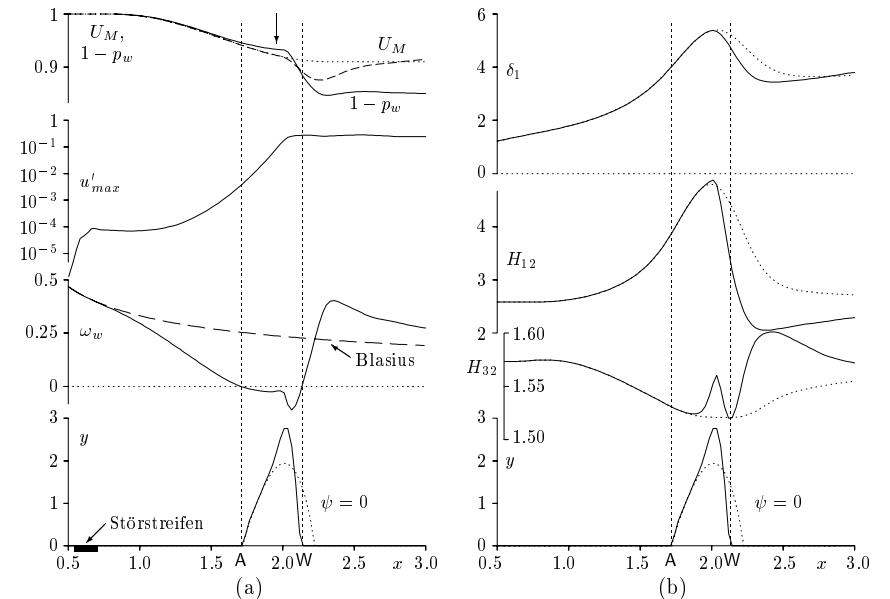


Abbildung 4.4: Grenzschichtparameter der zeitlich mittleren Strömung. a) Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand  $U_M$ , Wanddruck  $p_w$ , Störgeschwindigkeit  $u'_{max}$ , Wandwirbelstärke  $\omega_w$  und Trennstromlinie  $\psi = 0$ ; b) Verdrängungsdicke  $\delta_1$ , Formfaktoren  $H_{12}$  und  $H_{23}$ , Trennstromlinie  $\psi = 0$ . A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlagepunkt, Null-Linien und stationäre Ergebnisse aus Abbildung 4.2 als punktierte Linien. Der Pfeil weist auf das Druckplateau der Ablöseblase hin.

Die Auswirkung der Störung auf die zeitlich mittlere Geschwindigkeitsverteilungen in Abb. 4.3 ist beachtenswert. Obwohl hier im wesentlichen nur eine ebene Tollmien-Schlichting-Welle und keinesfalls eine turbulente Strömung simuliert wird, weist das gemittelte Strömungsfeld im Wiederanlegebereich und hinter der Ablöseblase eine gute qualitative Übereinstimmung mit turbulenten Geschwindigkeitsverteilungen auf: starker Wandgradient, gefolgt von einem Gebiet konstanter Steigung  $\partial U / \partial y$  und einer Vergrößerung der Grenzschichtdicke.

Da die Störung beim Verfahren in Störformulierung auch am oberen Rand ungleich Null ist, tritt in Abbildung 4.4 eine Abweichung zur vorgegebenen Geschwindigkeitsverteilung in  $x$  auf. Diese resultiert ebenfalls aus den nichtlinearen Termen in Gleichung (4.3).  $U_M$  (gestrichelte Linie) wird hinter dem Wiederanlagepunkt am kleinsten.

Äußerst interessant ist auch die miteingezeichnete Veränderung im Wanddruckverlauf. Die „Vorderkantenblase“ zeichnet sich durch ein kurzes Druckplateau (Pfeil) mit einem

anschließenden, starken „transitionalen“ Druckanstieg ab (vergl. Abb. 1.3). Ein Vergleich mit den Ergebnissen von McCullough & Gault in Abbildung 1.7 zeigt, daß es qualitativ richtig ist, daß der Druck im vorderen Teil der Ablöseblase weiter ansteigt. Wortmann (1974) [89] weist ebenfalls auf diese Eigenheit hin. Außerdem ist noch zu bemerken, daß die Wiederanlegestelle hier ungefähr in der Mitte des Druckanstiegsgebiets liegt.

Die Amplitude der bei  $x \approx 0,6$  eingeleiteten harmonischen Störung (Tollmien-Schlichting-Welle) wird durch ihr  $u'$ -Maximum wiedergegeben. Die Anfachung der Welle ist gewaltig; gut zwei Größenordnungen über die Blasenlänge. Da die Störampplitude aufgrund nichtlinearer Vorgänge nicht beliebig anwachsen kann, kommt es zu der oben schon erwähnten Sättigung bei  $u'_{max} \approx 30\%$ . Im vorliegenden Fall beginnt diese innerhalb der Ablöseblase. Man beobachtet, daß das Druckplateau im Wanddruckverlauf fast ortsgleich mit dem Erreichen der nichtlinearen Sättigung der Störung endet.

In Wandnähe sorgt die Störung für eine Beschleunigung der Strömung im Wiederanlegebereich und somit zu einer Veränderung der Wandwirbelstärke.  $\omega_w$  weist aufgrund des rückwärts gerichteten Teils der Strömung kurz vor dem Wiederanlegepunkt eine negative Spitze auf. Anschließend steigt sie rasch auf den schon in Abb. 4.3 beobachteten hohen Wert an, der deutlich oberhalb des Blasius-Wertes liegt. Die Bereiche vor und hinter der Wiederanlegestelle waren in Abbildung 1.4 deshalb gut voneinander zu unterscheiden.

Die in Abbildung 4.3 schon beobachtete Veränderung des Blasenumriß zeigt der direkte Vergleich der Trennstromlinien hier am deutlichsten. Die neue Kontur läßt sich auch im Windkanal (Althaus & Würz, 1993 [5]) nachweisen. Die Strömung mit einer TS-Welle weist im zeitlichen Mittel alle qualitativen Eigenschaften einer transitionalen laminaren Ablöseblase auf.

Der Zusammenhang zwischen dem Druck- und dem Wirbelstärkefeld an der Wand soll hier noch etwas eingehender betrachtet werden. Unter Berücksichtigung der Haftbedingung erhält man aus der  $x$ -Impulsgleichung die Beziehung

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (4.4)$$

In der Umgebung des Wiederanlegepunkts ist der Gradient  $\partial p/\partial x$  positiv. Demnach muß der Wandwirbelstärkegradient  $\partial \omega_z/\partial y$  ebenfalls positiv sein, d.h. die Wandwirbelstärke  $\omega_w$  muß merklich kleiner sein als im Feld. Betrachtet man Abbildung 4.3 in der Umgebung von  $W$  nochmals etwas genauer, so erkennt man, daß das Wirbelstärkemaximum dort tatsächlich nicht direkt an der Wand sondern dicht daneben im Strömungsfeld liegt.

Analog erhält man aus der  $y$ -Impulsgleichung für den Druckgradienten senkrecht zur Wand

$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right|_{y=0} = - \left. \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \right|_{y=0}. \quad (4.5)$$

Da im Wiederanlegebereich  $\partial \omega_z/\partial x \gg 0$  ist, nimmt der Druck von der Wand weg stark ab. Dies ist kinematisch plausibel, da die Strömung in der Umgebung von  $W$  zur Wand hin gerichtet ist, wo es zu einem Aufstau kommt, der logischerweise mit einer örtlichen Druckerhöhung verbunden sein muß. Ein genauer Vergleich mit dem Stromlinienbild zeigt, daß der Wiederanlegepunkt ziemlich genau in der Mitte des starken Druckanstiegsgebiets liegt. Die bei der Herleitung der Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen getroffene Annahme  $\partial p/\partial y = 0$  ist hier nicht erfüllt. Auch dies ist ein Hinweis darauf, daß die Grenzschichtgleichungen bei der transitionalen laminaren Ablöseblase nicht angebracht sind.

Die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  in Abbildung 4.4 b) ändert sich unter dem Einfluß der Störung ausschließlich im Wiederanlegebereich. Der Formfaktor  $H_{12}$  geht jedoch deutlich unter den Blasius-Wert zurück, wo er auch bleibt. Bei Vorgabe dreidimensionaler Störungen in Unterabschnitt 6.1.4 sinkt  $H_{12}$  auf einen für turbulente Plattengrenzschichten ganz typischen Wert von  $H_{12} \approx 1,5$ , doch dazu mehr in Unterabschnitt 6.1.6. Der Formparameter  $H_{32}$  weist sowohl im vorderen, wie auch im hinteren Teil der Ablöseblase ein Minimum auf, in dem er dem theoretischen Wert für Ablösung aus der Ähnlichkeitslösung ( $H_{32} = 1,515$ ) sehr nahe kommt, allerdings ohne den stationär berechneten Wert aus Abbildung 4.2 jemals zu unterschreiten. Die Trennstromlinien mit und ohne Störung sind zum besseren Vergleich mit den Grenzschichtparametern in der rechten Bildhälfte nochmals miteingezeichnet.

Bevor wir den zweiten Grundströmungsfall im nächsten Abschnitt betrachten, halten wir fest, daß die Grundströmung unter dem Einfluß von Störwellen dem experimentellen Befund qualitativ sehr nahe kommt. Das heißt, alle in der Einleitung angesprochenen Phänomene, wie laminare Ablösung, Strömungsumschlag (hier  $\equiv$  nichtlineare Sättigung der Störwelle), schwache Rückströmung an der Wand und rasches, instationäres Wiederanlegen der Grenzschicht treten in Abbildung 4.3 auf.

## 4.2 Ablöseblase in Profilmitte

Das Integrationsgebiet für diesen Fall erstreckt sich von  $x_0 = 10,01$  bis  $x_N = 16,73$  und bis  $y_M = 87,13$ , entsprechend 16 Verdrängungsdicken am linken Rand ( $Re_{\delta_1} = 1722$ ). Der

Geschwindigkeitsabfall am oberen Rand liegt zwischen  $x_1 = 10,43$  und  $x_2 = 13,20$  und beträgt  $\Delta U_M = 10\%$  mit  $\Delta U_{zus} = 0$ . Da es für diesen Fall nicht gelang, eine stationäre Strömung zu berechnen, mußte das Verfahren in Gesamtströmungsformulierung verwendet werden (Abschnitt 3.3). Ohne Eingabe von Störungen, d.h. mit stationären Randbedingungen, stellen sich instationäre Störungen ein, vergleiche Unterabschnitt 6.2.2. Hierbei handelt es sich um den bereits von Gruber (1988) [30] beschriebenen Vorgang, bei dem die hydrodynamische Instabilität der Ablöseblase so groß wird, daß Schwankungen des numerischen Abbruch- und Rundungsfehlers bis zur nichtlinearen Sättigung angefacht werden. Zusätzlich verändert sich die Blase ständig. Sie wird kleiner, wenn die Amplituden der Schwankungen größer werden, und sie wird wieder größer, wenn die Störungen kleiner werden, weil die Grundströmung unter dem Einfluß der nichtlinearen Störungen zwischenzeitlich hydrodynamisch weniger instabil wurde. Dieser Vorgang läßt sich auch in den Untersuchungen von Maucher *et al.* (1994) [53] beobachten, er führt dazu, daß die abgelöste Grenzschicht, lokal betrachtet, langsam auf- und abwärts schwingt. In der Literatur wird dieser Vorgang mit „Flapping“ bezeichnet. Er ist für das Amplitudenmaximum bei niedrigen Frequenzen verantwortlich, siehe Dovgal *et al.* (1994) [19].

Die unregelmäßigen Schwankungen und das „Flapping“ werden jedoch unterdrückt, sobald man eine periodische (zweidimensionale) Störung oberhalb des numerischen Abbruchfehlers eingibt. Diese wird im Störstreifen zwischen  $x_a = 10,44$  und  $x_b = 10,85$  ( $x_b - x_a \approx \lambda_x$ ) mit der Frequenz  $\beta_0 = 5$  und der Amplitude  $A_{v0} = 10^{-6}$  nach Gleichung (3.17) eingeleitet. So stellt sich eine periodische Strömung ein, die anschließend in einer Fourieranalyse in ihre Harmonischen zerlegt wird. Das zeitliche Mittel kann für weiterführende Stabilitätsberechnungen als Grundströmung verwendet werden, es soll im folgenden analog zum vorangegangenen Unterabschnitt noch etwas näher betrachtet werden.

### 4.2.1 Die zeitlich gemittelte Strömung

In Abbildung 4.5 erkennt man die „Ablöseblase in Profilmittte“ anhand der Geschwindigkeits-, Stromlinien- und Wirbelstärkeverteilung. Zunächst fällt auf, daß diese Blase nicht nur absolut, sondern auch im Verhältnis zu  $\delta_1$  an der Ablösestelle, länger ist als die Ablöseblase in Unterabschnitt 4.1.2 ( $(x_W - x_A)/\delta_{1A} = 0,17$  statt 0,12). An ihrem hinteren Ende entsteht eine Zone erhöhter Zirkulation, die man anhand der Stromlinie  $\psi = -0.5$  erkennt. Außerdem tritt ein zusätzliches Ablöse-Wiederanlegestellenpaar ( $W^2$  und  $A^2$ ) auf. Beide Strukturen sind jedoch nur im zeitlichen Mittel vorhanden! Momentan treten dort, wie im gesamten Bereich hinter der Blase, laufende Wellen großer Amplitude auf.

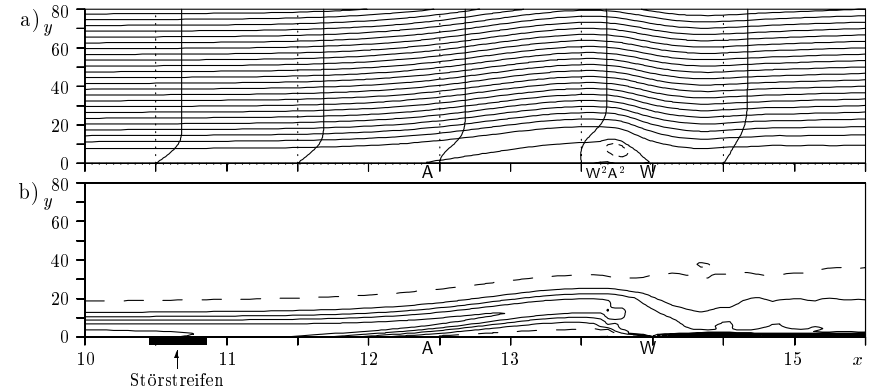


Abbildung 4.5: Zeitlich gemitteltes Strömungsfeld der Blase in Profilmittte bei  $A_{v0} = 10^{-6}$ ; a) Stromlinien ( $\psi = -0,5, 0, 3, 6, 9, \dots$ ) und Geschwindigkeitsverteilungen; b) Höhenlinien der Wirbelstärke ( $\omega_z = 0,001, 0,02, 0,04, 0,06, \dots$ );  $\psi = -0,5$  und  $\omega_z = 0,001$  gestrichelt.

Die Wirbelstärkeverteilung zeigt die schon von Abbildung 4.3 her bekannten Phänomene: Ablösung der Grenzschicht über einem Gebiet negativer Wandwirbelstärke gefolgt von maximaler Wandschubspannung nach dem Wiederanlegen und einer relativ geringen Änderung der Wirbelstärke weiter weg von der Wand.

Bei den Grenzschichtparametern in Abbildung 4.6 fällt zunächst die im Vergleich zur Vorderkantenblase längere und flachere Verzögerungsstrecke in der Geschwindigkeitsverteilung auf. Im Wanddruckverlauf stellt sich das charakteristische Plateau ein, das durch die nichtlineare Sättigung der Störung beendet wird, worauf sich der Druck bis zum Wiederanlegen stark erhöht. Hier liegt die Wiederanlegestelle im Unterschied zur Vorderkantenblase eher am Ende des Druckanstiegs.

Die Störung wächst ausgehend vom Störstreifen bis auf Werte von  $u'_{max} \approx 30\%$  in der Ablöseblase an. Auf die Blasenlänge bezogen erhält man hier leicht ein Amplitudenwachstum von vier Zehnerpotenzen! Damit ist auch klar, warum im vorliegenden Fall im Unterschied zur Vorderkantenblase trotz stationärer Randbedingungen keine stationäre Lösung berechnet werden konnte: zufällige Störungen, die sich aus den unvermeidlichen Abweichungen eines Zeitschritts zum nächsten ergeben, werden ausgehend von einer Anfangsamplitude bei  $u'_{max} \approx 10^{-8}$  bis zur nichtlinearen Sättigung angefacht.

Die Wandwirbelstärke ist im vorderen Teil der Ablöseblase lange negativ und konstant. Auffallend ist die starke negative Wirbelstärke Spitze stromaufwärts von  $W$ , die von dem

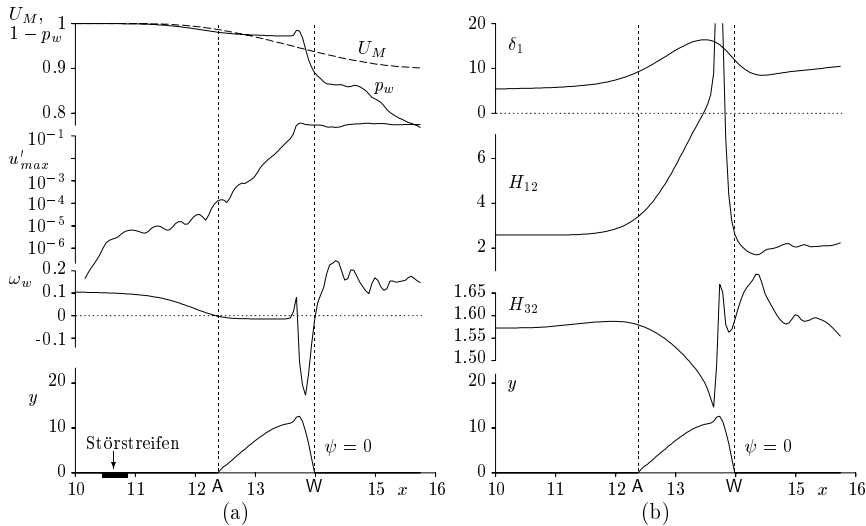


Abbildung 4.6: Grenzschichtparameter der Blase in Profilmitte mit  $A_{v0} = 10^{-6}$ . a) Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand  $U_M$ , Druckbeiwert  $1 - p_w$ , max. Störampplitude  $u'_{max}$  ( $\beta = 5$ ), Wandwirbelstärke  $\omega_w$  und Trennstromlinie  $\psi = 0$ ; b) Verdrängungsdicke  $\delta_1$ , Formfaktoren  $H_{12}$  und  $H_{32}$  und Trennstromlinie  $\psi = 0$ ; (A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt).

in Abb. 4.5 beobachteten zeitlich mittleren „Wiederanlegewirbel“ herrührt. Der Wiederanlegepunkt selbst wandert jedoch ständig mit der Frequenz der Störung hin und her. Im Momentanbild der Strömung würde man einzelne „Wirbel“ in der Grenzschicht stromabwärts von W erkennen, genauso wie in Windkanaluntersuchungen (vergl. Abb. 1.5). Auch die sekundären Ablöse- und Wiederanlegepunkte  $A^2$  bzw.  $W^2$  erkennt man im Wandwirbelstärkeverlauf: sie ist zwischen beiden kurzfristig positiv. In der Umgebung des Wiederanlegepunkts W beobachtet man erneut den von Abb. 4.4 her bekannten starken Anstieg der Wandwirbelstärke.

Auch beim Vergleich zwischen Blasengeometrie ( $\psi = 0$ ) und der am oberen Rand vorgeschriebenen Geschwindigkeitsverteilung  $U_M$  fällt auf, daß der Wiederanlegepunkt hier weit vor dem Ende des Geschwindigkeitsgradienten am oberen Rand liegt. Dies weist darauf hin, daß das Wiederanlegen unter dem Einfluß der Störung erfolgt!

Die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  in Abbildung 4.6 b) verläuft im Vergleich zu den Formparameter- und Wandwirbelstärkeverläufen überraschend glatt. Die primären Ablöse- und Wiederanlegepunkte liegen bei  $H_{12} = 3,35$ ;  $H_{32} = 1,58$  bzw.  $H_{12} = 2,55$ ;  $H_{32} = 1,60$ .

Dazwischen steigt  $H_{12}$  sehr hoch und sinkt dann hinter der Blase wieder auf  $H_{12} \approx 2,0$  ab. Der Formparameter  $H_{32}$  geht in der Ablöseblase bis auf Werte um 1,4 zurück, liegt aber dahinter wieder ungefähr beim Blasius-Wert. Die Unterschiede zur Ähnlichkeitslösung im Ablöse- und Wiederanlegepunkt ( $H_{12} = 4,029$ ;  $H_{32} = 1,515$ ) sind hier wesentlich größer als bei der Vorderkantenblase in Unterabschnitt 4.1.2. Lokale Extrema der Formparameterwerte sind auf „exotische“ Geschwindigkeitsverteilungen im Bereich des „Wiederanlegewirbels“ zurückzuführen.

Im Unterschied zu Abschnitt 4.1 ist das Strömungsfeld im vorliegenden Fall jedoch in mehrfacher Hinsicht von der Amplitude der am Störstreifen eingeleiteten Störung abhängig. Dies soll im folgenden Unterabschnitt gezeigt werden.

#### 4.2.2 Einfluß der Störampplitude auf die Grundströmung

Mit steigender Störampplitude ist zu erwarten, daß der Punkt, ab dem nichtlineare Sättigung der Störung eintritt, früher erreicht wird, so daß W stromauf wandert. In Abbildung 4.7 sind deshalb die Stromlinien der zeitlich gemittelten Strömung für drei verschiedene Störampplituden zusammengestellt, in denen man diese Veränderung tatsächlich beobachtet. Zusätzlich zeigt sich aber auch, daß die Lage des Ablösungspunkts A ebenfalls von der Störampplitude abhängt. Dieser wandert mit zunehmender Störampplitude weiter stromabwärts, und zwar ungefähr genauso schnell, wie sich der Wiederanlegepunkt von der anderen Seite her stromaufwärts schiebt.

Die Erklärung dieses Effekts liegt in der Veränderung des Druckfelds durch nichtlineare Störungen. Große Störampplituden verschieben den Druckanstieg des Wiederanlegebereichs und die Wiederanlegestelle W wie erwartet nach vorne. Dadurch wird der Druckanstieg in der Nähe des Ablösungspunkts geringfügig kleiner (Abbildung 4.8). Dies reicht dann aus, den Ablösungspunkt ebenfalls zu verschieben, da dieser nicht fixiert ist, sondern an einer glatten Wand liegt. Eine andere Erklärung ist die, daß die Ablöseblase bei größerer Störampplitude weniger dick wird, so daß die Grenzschicht die Potentialströmung weniger stark verdrängt. Dies führt dann zu einem geringeren Stromaufwärtseinfluß in der Potentialströmung.

Die Lage des Ablösungspunkts hat einen entscheidenden Einfluß auf den Geschwindigkeitsverlauf in der Blase. Ein entsprechender Vergleich der Geschwindigkeitsverteilungen bei  $x = 12,76$ , also kurz vor der Ablösestelle des Falls mit der größten Störampplitude ( $A_{v0} = 10^{-4}$ ), wird in Abbildung 4.9 a) gezeigt. Die einzelnen Kurven weisen im Bereich

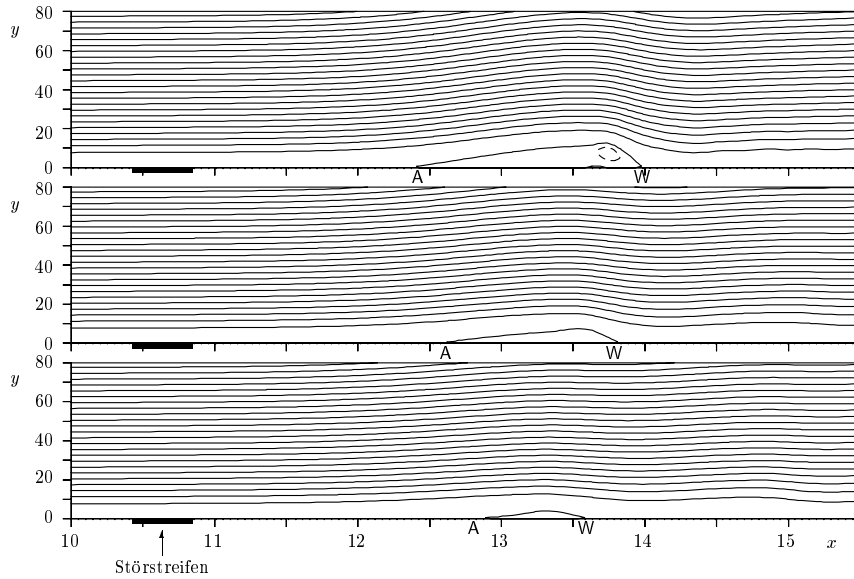


Abbildung 4.7: Zeitlich mittlere Strömung für drei verschiedene Störampplituden:  $A_{v0} = 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}$  (von oben nach unten). Stromlinien:  $\psi = -0,5$  (gestrichelt),  $0, 3, 6, 9, \dots$ ; A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt.

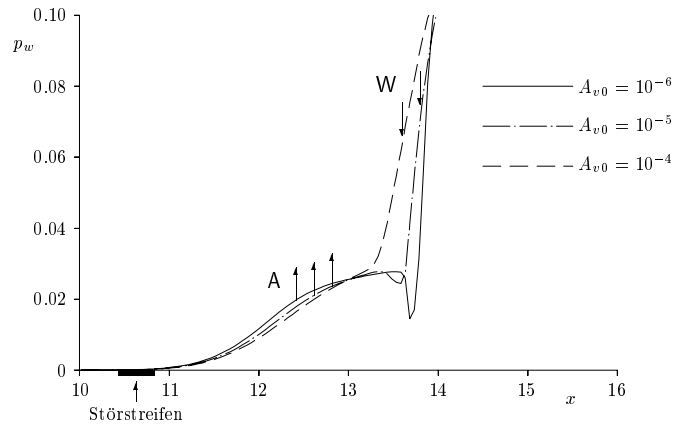


Abbildung 4.8: Vergleich des Wanddruckverlaufs für drei verschiedene Störampplituden  $A_{v0}$ ; A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt.

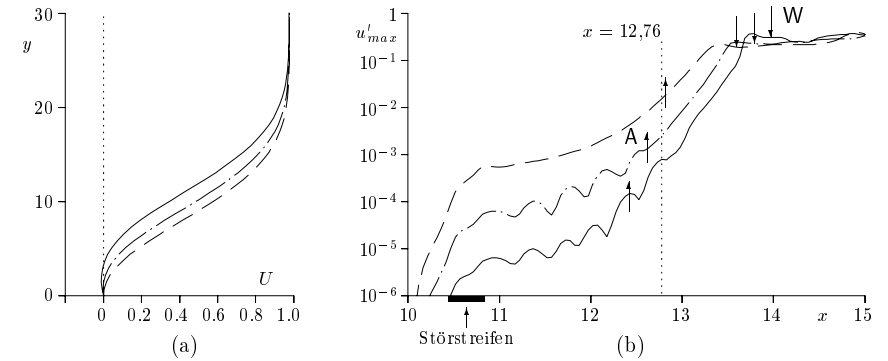


Abbildung 4.9: Vergleich dreier Simulationen mit unterschiedlichen Störampplituden ( $A_{v0} = 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}$ ). a) Grundströmungsverteilungen bei  $x = 12,76$ ; b) Störampplituden der Hauptfrequenz  $\beta = 5$ .

maximaler Scherung Geschwindigkeitsunterschiede von mehr als 10% relativ zu  $U_\infty$  auf, genau so wie in den Untersuchungen von Dovgal *et al.* [19].

Die zugehörigen Störampplituden zeigt Abbildung 4.9 b). Sie liegen bei  $x = 12,76$  im Bereich  $10^{-3}$  bis  $10^{-2}$ , also um eine Größenordnung unter der Veränderung der Grundströmung. Diese Beobachtung entspricht, nach allem was bisher bekannt ist, genau den Beobachtungen von Dovgal *et al.*, die einen derartigen Effekt als erste beschrieben haben. In Abbildung 1.6 ist dieser Effekt als Rückkopplung (4) bezeichnet worden. Er tritt nach Dovgal *et al.* erst dann auf, wenn die Störampplituden bei W 1%  $u'/U_\infty$  übersteigen. Dies trifft in den hier gezeigten Fällen zu. Unsere Beobachtung stellt somit die erste bekannte Bestätigung dieses nichtlinearen Effekts in einer theoretischen Arbeit dar.

Weiterhin beobachtet man in den Anfachungskurven in Abbildung 4.9 b), daß sich die Anfachungsrate nichtlinear in Abhängigkeit von der Störampplitude ändert: mit wachsendem  $x$  wird der Abstand unterschiedlicher Kurven geringer. Dies liegt an der oben besprochenen Veränderung der Grundströmung: mit größerer Anfangsstörampplitude wird die Ablöseblase kleiner und gleichzeitig hydrodynamisch weniger instabil. Die Anfachungsrate wird deshalb mit steigender Anfangsampieude kleiner.

## 5 Untersuchung des linearen Störungsverhaltens

Einen guten Einblick in die hydrodynamische Instabilität einer Grenzschichtströmung erhält man über die sogenannte *lineare Stabilitätstheorie* [76]. Bei dieser werden kleine periodische Störungen der Form

$$v'(x, y, z, t) = \varepsilon A_v(y) e^{i(\alpha x + \gamma z - \beta t)} \quad (5.1)$$

betrachtet ( $u', w', p'$  analog). Dabei ist  $\beta$  die Frequenz,  $\alpha$  und  $\gamma$  die Wellenzahlen in  $x$ - bzw.  $z$ -Richtung. Für räumliche, d.h. in  $x$ -Richtung anwachsende Störungen müssen wir komplexes  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  ansetzen. Die Amplituden  $A(y)$  sind ebenfalls komplex. Nach Definition (5.1) bedeutet negatives  $\alpha_i$  Anfachung, da dann  $e^{-\alpha_i x}$  für steigendes  $x$  anwächst ( $i^2 = -1$ ).

Unter Annahme einer parallelen, zweidimensionalen Grundströmung, die also nur aus dem zuvor berechneten oder gemessenen Geschwindigkeitsverlauf  $U(y)$  besteht, sowie unter Vernachlässigung aller höheren Potenzen von  $\varepsilon$ , erhält man als Stördifferentialgleichung aus den vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen die sog. *Orr-Sommerfeld-Gleichung*

$$(U - \beta/\bar{\alpha})(A_v'' - \bar{\alpha}^2 A_v) - U'' A_v = -\frac{i}{\bar{\alpha} Re} (A_v'''' - 2\bar{\alpha}^2 A_v'' + \bar{\alpha}^4 A_v). \quad (5.2)$$

Dabei ist bereits Squires Theorem berücksichtigt, das besagt, daß die Instabilität dreidimensionaler Wellen äquivalent ist zur Instabilität zweidimensionaler Wellen mit der modifizierten Wellenzahl  $\bar{\alpha} = \sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$  und der Reynolds-Zahl  $\bar{Re} = Re \cdot \alpha/\bar{\alpha}$ . Für vorgegebene Reynolds-Zahl  $Re$ , Frequenz  $\beta$  und Wellenzahl  $\gamma$  kann man somit den instabilsten Eigenwert ( $\bar{\alpha}_r, \min(\bar{\alpha}_i)$ ) dieser Gleichung suchen. Zur Eigenwertsuche steht sowohl ein Matrixverfahren, das Eigenwertrouninen aus der *EISPACK/LINPACK*-Bibliothek verwendet, als auch ein Schießverfahren zur Verfügung. Das erste Verfahren ist aufwendiger, da es für eine vorgegebene Parameterkombination alle numerischen Eigenwerte berechnet. Beim zweiten wird ausgehend von einem Schätzwert der instabilste Eigenwert gesucht. Das erste Verfahren kann in Fällen, bei denen ein geeigneter Schätzwert nicht oder nur schwer zu beschaffen ist vorteilhaft sein, das zweite ist zur Berechnung ganzer Stabilitätsdiagramme besser geeignet, da der Rechenaufwand pro Datenpunkt wesentlich geringer ist als beim ersten. Beide Verfahren verwenden Geschwindigkeitsverteilungen  $U(y)$  aus der Direkten Numerischen Simulation (*DNS*), im vorliegenden Fall also aus den in Kapitel 4

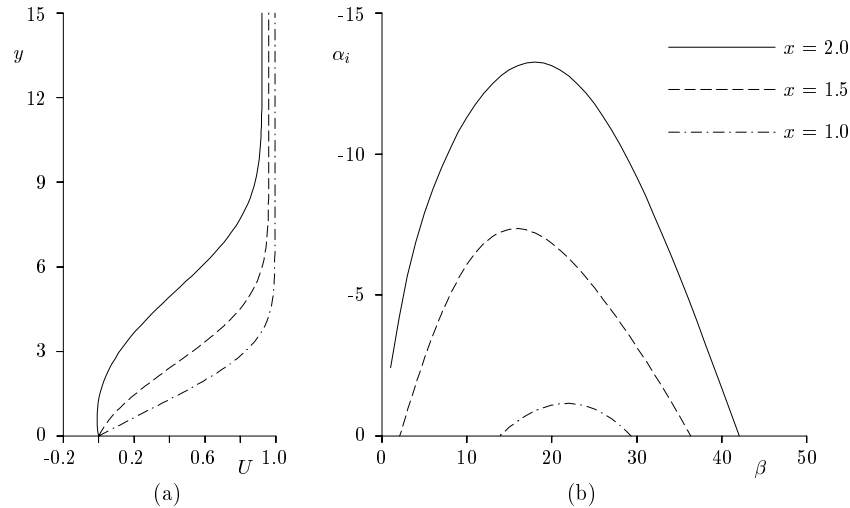


Abbildung 5.1: Grundströmungsverteilungen  $U(y)$  der Vorderkantenblase (a) und Anfachungsraten  $\alpha_i(\beta)$  nach der linearen Stabilitätstheorie (b);  $\beta$  = Störfrequenz.

durchgeführten Berechnungen. Dementsprechend wollen wir hier zunächst die Vorderkantenblase und am Ende des Kapitels dann die Ablöseblase in Profilmitte behandeln.

## 5.1 Vorderkantenblase

Zur Analyse der Vorderkantenblase aus Abschnitt 4.1 werden Geschwindigkeitsverteilungen an drei  $x$ -Stellen verwendet. Zunächst wird gefragt, welche Störfrequenzen am stärksten angefacht werden. Von Interesse sind dabei nur die Verteilungen bis zur maximalen Dicke der Ablöseblase, da in der DNS spätestens bis dorthin nichtlineare Effekte erwartet werden können. Bei der Darstellung wird die für diese Arbeit gewählte Normierung nach Gleichung (4.1) verwendet. Abbildung 5.1 zeigt neben den unterschiedlichen Geschwindigkeitsverteilungen die Anfachungsrate  $\alpha_i$  über der Frequenz  $\beta$  für diese Verteilungen. Es wird eine Verteilung nahe dem linken Rand als Vergleichsfall zur Blasius-Strömung, eine vor dem Ablösungspunkt und eine an der dicksten Stelle der Ablöseblase verwendet. Wir stellen fest, daß die maximale Anfachung bei  $\beta \approx 18 - 20$  liegt und ungefähr eine Größenordnung größer ist als in der Blasius-Grenzschicht bei  $x = 1,0$ . Der Bereich instabiler Moden bei  $x = 2,0$  beginnt schon bei  $\beta \approx 0$  und ist ca. dreimal so breit wie in der Blasius-Grenzschicht.

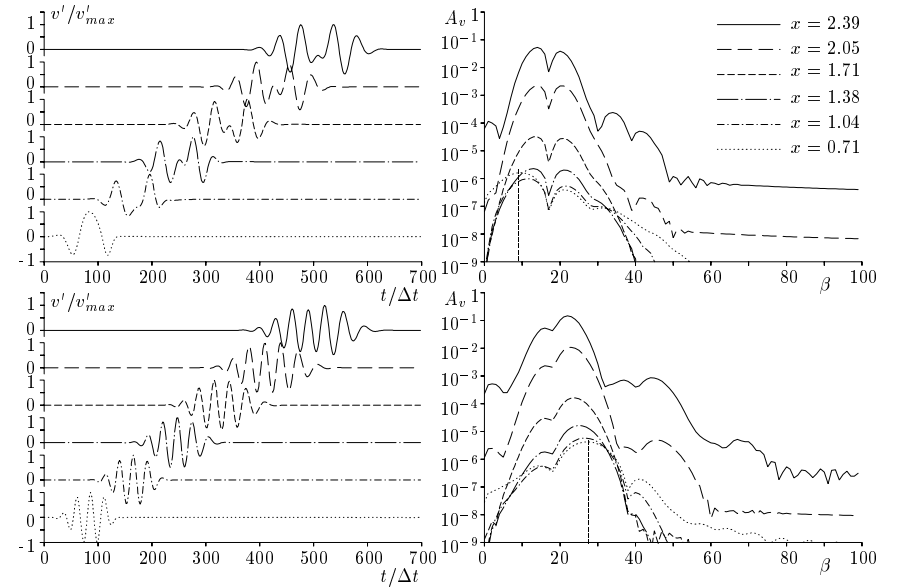


Abbildung 5.2: Zeitsignale und Frequenzspektren der  $v'$ -Geschwindigkeitskomponente bei  $y = 3,9$  aus zwei DNS mit Wellenpaketstörungen unterschiedlicher Hauptfrequenz:  $\beta_h = 9$  (oben) und  $\beta_h = 28$  (unten).

In einer realen Strömung, bei der sich, so wie hier, die Grundströmungsverteilung von  $x$ -Station zu  $x$ -Station stark ändert, muß man sich jedoch fragen, ob sich nicht eine ganz andere Störfrequenz durchsetzt, als man nach der lokalen linearen Stabilitätstheorie erwarten würde. Zur Überprüfung dieses Gedankens wurden DNS mit kleinen Störungen in der Form von Wellenpaketen durchgeführt. Dies hat den Vorteil, daß je Simulationslauf ein breites Frequenzband abgedeckt werden kann, wodurch man rasch einen Überblick über die räumlichen („nichtlokalen“) Stabilitätseigenschaften der Strömung erhält. Um Effekte auszuschließen, die durch ungünstig gewählte Anfangsstörungen auftreten könnten, wurden mehrere Simulationen mit unterschiedlicher Frequenzverteilung in den Wellenpaketen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Simulationen fassen die Abbildungen 5.2 und 5.3 zusammen. Zur Auswertung wurde die  $v$ -Komponente der Störung verwendet, weil diese im Gegensatz zu  $u'$  weniger vom Wandabstand  $y$  abhängt.

Die Störungen wurden durch kurzzeitiges Ausblasen und Absaugen (100 Zeitschritte) zwischen  $x_a = 0,545$  und  $x_b = 0,706$  an der Wand erzeugt. Die Anfangsverteilungen am Ende des Störstreifens finden sich als punktierte Linie sowohl im  $x, t$ -Diagramm als auch

im Frequenzspektrum in Abbildung 5.2 wieder. Beim Durchlaufen der Ablöseblase werden die Störungen um vier bis fünf Zehnerpotenzen angefacht. Die dabei auftretenden Veränderungen in den Wellenpaketen selbst erkennt man jedoch besser, wenn man die einzelnen Zeitsignale auf das jeweilige Zeitmaximum normiert, so wie im linken Bildteil. Bei Vorgabe einer niederfrequenten Anfangsstörung (oberer Bildteil) verlagert sich das Amplitudenmaximum im Frequenzspektrum zu höheren Frequenzen, deutlich rechts vom anfänglichen Maximum. Gegen Ende der Anfachungsstrecke treten bereits nichtlineare Effekte auf. Diese erkennt man an den zusätzlichen Maxima bei höherharmonischen Frequenzen. Außerdem ist die Dispersion der Wellenpakete zu bemerken: Beginn und Ende des Wellenzugs liegen für größere  $x$  immer weiter auseinander.

Beim Wellenpaket mit hohen Anfangsfrequenzen im unteren Bildteil sind die Veränderungen im Zeitsignal weniger auffällig als im ersten Fall. Eine Verlagerung zu niedrigeren Frequenzen als das Anfangsmaximum ist aber ebenfalls auszumachen. Allem Anschein nach scheint die größte Anfachung tatsächlich in dem von der linearen Stabilitätstheorie vorhergesagten Frequenzbereich zwischen  $\beta = 15$  und  $20$  zu liegen.

Weitere Klarheit hierüber gibt Abbildung 5.3. Hierzu wurden aus den Frequenzspektren näherungsweise Anfachungsraten nach der Formel

$$\tilde{\alpha}_i \approx -\frac{\ln [A(x_n)/A(x_{n-1})]}{x_n - x_{n-1}} \quad (5.3)$$

berechnet. Abgesehen von nichtlinearen Einflüssen an den letzten beiden  $x$ -Positionen, bei hohen wie auch niedrigen Frequenzen, sind die Ergebnisse beider Testfälle nahezu identisch. Dies wäre in den Frequenzspektren selbst nur schwer zu erkennen. Außerdem stimmen die Ergebnisse der Simulation sehr gut mit der linearen Stabilitätstheorie in Abbildung 5.1 b) überein, sowohl was die Lage der Anfachungsmaxima, wie auch die maximale Anfachungsrate ( $\alpha_{i\max} \approx -13$ ) betrifft. Die Ergebnisse der Simulationen mit Pulsstörungen sind demnach unabhängig von der Anfangsstörung und sie zeigen, daß die Untersuchung der anfänglichen Störungsentwicklung mit der linearen Stabilitätstheorie zulässig ist. Sogenannte *nichtparallele Effekte* sollten demnach trotz der nichtparallelen Veränderung der Grundströmung durch die Ablöseblase gering sein.

In Abbildung 5.4 werden Ergebnisse einer Simulation mit periodischen Störungen der Frequenz  $\beta = 18$  mit  $-f\alpha_i dx$  aus der linearen Stabilitätstheorie verglichen. Mögliche nichtparallele Effekte sollten durch die Integration der Anfachungsraten in Anfachungskurven deutlicher werden als im direkten lokalen Vergleich der Anfachungsraten. Aus der DNS werden die Anfachungskurven des  $u'$ -,  $v'$ - und, soweit vorhanden, auch des  $w'$ -

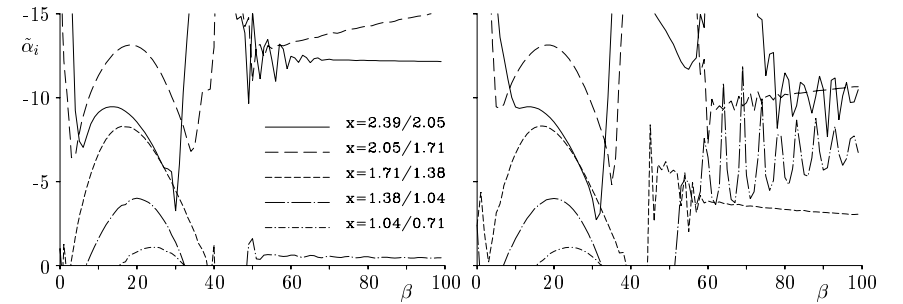


Abbildung 5.3: Anfachungsraten aus den Simulationen mit Pulsstörung; Hauptfrequenz  $\beta_h = 9$  (links) und  $\beta_h = 28$  (rechts).

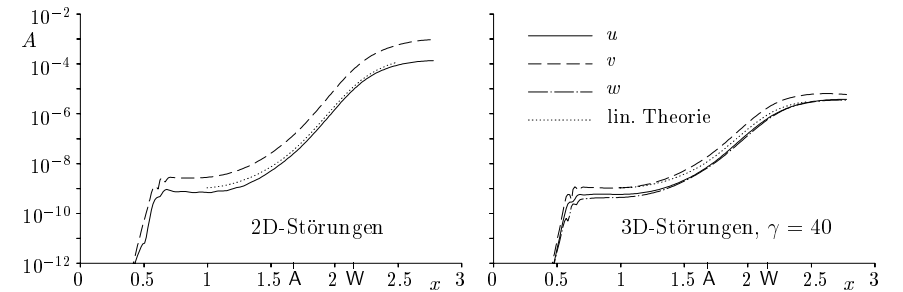


Abbildung 5.4: Vergleich unterschiedlicher Anfachungskurven aus der DNS mit der linearen Stabilitätstheorie; Störfrequenz  $\beta = 18$ .

Maximums betrachtet. Bei der zweidimensionalen Störung sind tatsächlich nur äußerst geringe Unterschiede zwischen der Anfachung von  $u'_{max}$  und  $v'_{max}$  einerseits und der linearen Stabilitätstheorie andererseits zu beobachten. Bei der dreidimensionalen Störung (schräglaufende TS-Wellen) ist der Unterschied zwischen der linearen (parallelen) Theorie und den Simulationsergebnissen, und somit der nichtparallele Effekt größer. Über ähnliche Unterschiede beim Vergleich von Windkanalmessungen mit der linearen Theorie berichten auch Kachanov & Michalke (1994) [42], allerdings nur für die ebene Plattengrenzschicht ohne Druckgradient (Blasius-Grenzschicht).

Als nächstes betrachten wir die Instabilität gegenüber schräglaufenden Wellen genauer. Dazu wird für  $\beta = 18$  die Wellenzahl  $\gamma$  in Querrichtung variiert. Die Anfachungsraten  $\alpha_i$  sind in Abb. 5.5 über dem Schräglaufwinkel  $\phi = \arctan(\gamma/\alpha_r)$  aufgetragen. Hier fällt auf, daß Störwellen mit geringem Schräglaufwinkel beinahe so instabil sind wie zweidimensionale Störungen bei  $\phi = 0$ . Dies gilt für Schräglaufwinkel bis fast 30 Grad. Wellen,



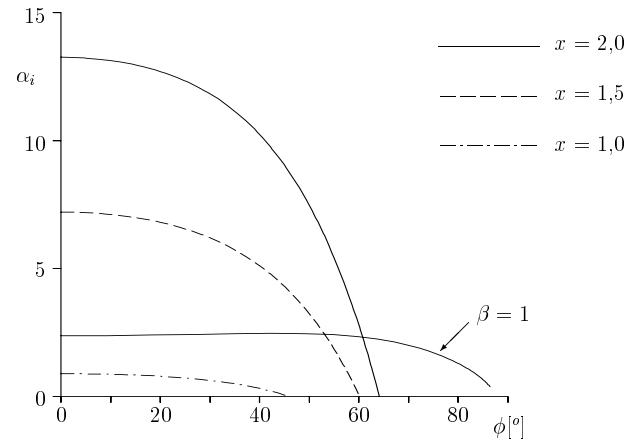


Abbildung 5.5: Anfachungsrate  $\alpha_i$  nach der linearen Theorie über Schräglaufwinkel  $\phi$  für die Störfrequenz  $\beta = 18$  an verschiedenen  $x$  und für  $\beta = 1$  bei  $x = 2,0$ .

die mit mehr als zirka  $60^\circ$  zur  $x$ -Achse laufen sind in der Regel gedämpft. Bei niedrigen Frequenzen ( $\beta = 1$ ) erkennt man den Einfluß von Squires Theorem: Schräglaufende Störungen sind geringfügig stärker angefacht als ebene. Die lokal instabilste Störung ist aber trotzdem zweidimensional ( $\beta = 18$  im vorliegenden Fall)!

Einen Überblick über die Lage der instabilsten Störfrequenz bei festgehaltener Querwellenzahl  $\gamma$  erhält man aus Abbildung 5.6. Sie liegt bei  $\beta = 18$  und  $\phi \approx 40^\circ$ . Abgesehen von der verringerten Anfachungsrate liegen die jeweiligen Maxima ungefähr bei derselben Frequenz wie bei den zweidimensionalen Störungen in Abbildung 5.1. Es bietet sich an, für zwei- und dreidimensionale Untersuchungen mit periodischen Störwellen,  $\beta = 18$  zu verwenden.

## 5.2 Einfluß der Wand auf die lineare Instabilität

Hier wird der Einfluß der ebenen Wand (Haftbedingung) auf die Instabilität der abgelösten Grenzschicht anhand der linearen Stabilitätstheorie untersucht. Hinter dieser Fragestellung stehen die in der Literatur häufig verwendeten Bezeichnungen „freie Scherschicht“ und „Scherschichtumschlag“ im Zusammenhang mit laminaren Ablöseblasen, trotz Präsenz einer festen Wand in unmittelbarer Nähe der Scherschicht.

Für die Untersuchung zum Wandeinfluß wird die Geschwindigkeitsverteilung mit der

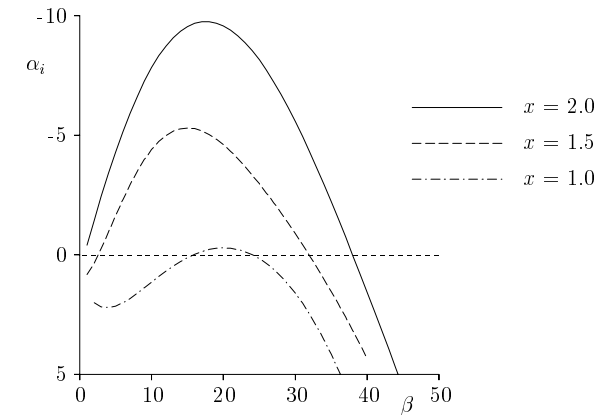


Abbildung 5.6: Anfachungsrate  $\alpha_i$  über Störfrequenz  $\beta$  für schräglaufende Störwellen mit der Querwellenzahl  $\gamma = 40$ .

maximalen Rückströmung bei  $x = 2,0$  verwendet. Durch Addition einer Konstanten wird diese so verändert, daß die Geschwindigkeit am Punkt maximaler Rückströmung ( $U_r \approx 1\% U_\infty$  bei  $x = 2,0$ ) zu Null wird. Daraufhin werden die Punkte bis zur Wand ebenfalls zu Null gesetzt. Anschließend werden dann zusätzliche Gitterpunkte mit Strömungsgeschwindigkeit Null an der Wand eingefügt, d.h. der Abstand der Wand zur Scherschichtmitte wird schrittweise erhöht, um so dessen Einfluß zu studieren. Der gegenüber der Ausgangsverteilung zusätzlich eingefügte Wandabstand wird mit  $y_z$  bezeichnet. Eine ähnliche Untersuchung wurde auch von Michalke in Dovgal *et al.* (1994) [19] publiziert. Dort wird der Wandabstand durch einen eigenen Parameter bei der Konstruktion von Geschwindigkeitsverteilungen mit Ablösung berücksichtigt, dann aber in wesentlich engeren Grenzen variiert als hier.

Die Ergebnisse unserer Untersuchungen sind in Abbildung 5.7 zusammengefaßt. Dabei werden zunächst die der Untersuchung zugrunde gelegten Grundströmungsverteilungen gezeigt, dann die Anfachungsraten nach der linearen Theorie, dann die Eigenfunktionen für die sehr instabile Frequenz  $\beta = 20$  und zuletzt die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_r$  in Abhängigkeit von der Frequenz. Man stellt fest, daß die für diese Untersuchung zunächst vorgenommene Manipulation der Grundströmungsverteilung in Wandnähe keinen nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse hat, daß dann aber mit zunehmendem Abstand der Wand deutliche qualitative und quantitative Unterschiede auftreten. Die Ergebnisse für größer werdenden Wandabstand  $y_z$  nähern sich dabei zunehmend den in einer freien

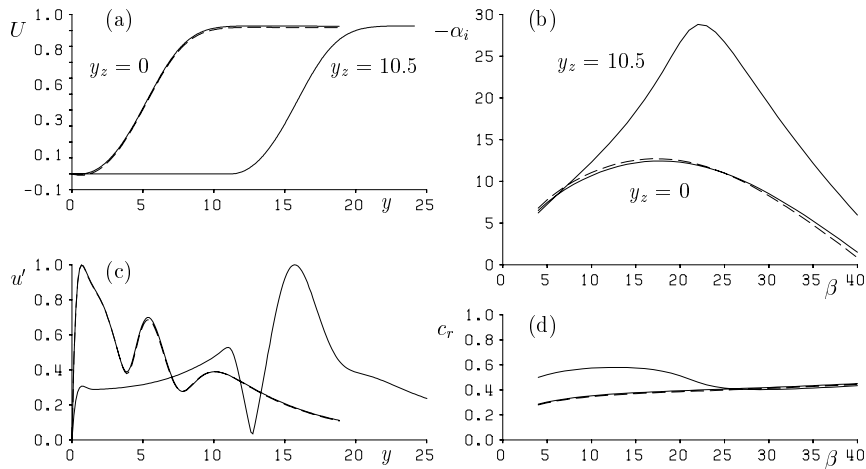


Abbildung 5.7: Untersuchung zum Einfluß der Wand auf die Instabilität der abgelösten Grenzschicht. a) Grundströmungsverteilungen; b) Anfachungsraten; c) Eigenfunktionen für die Frequenz  $\beta = 20$ ; d) Phasengeschwindigkeiten;  $y_z =$  zusätzlich eingefügter Wandabstand (gestrichelte Kurve: ursprüngliche Verteilung bei  $x = 2,0$ ).

Scherschicht ermittelten Resultaten an (vergl. Michalke, 1965 [57]). Lediglich an der Wand verbleibt aufgrund der Haftbedingung in der  $u'$ -Eigenfunktion eine sog. Stokes-Schicht und die Phasengeschwindigkeit der niederfrequenten Störungen geht nicht gegen eins. Qualitativ stimmt dies mit [19] gut überein, da die von Michalke verwendete Grundströmung die abgelöste Wandgrenzschicht offenbar gut approximiert.

Mit noch weiter zunehmendem Wandabstand würden die Unterschiede zur freien Scherschicht verschwinden. Es macht jedoch hier keinen Sinn, den zusätzlichen Wandabstand noch weiter zu erhöhen, da in einer transitionalen laminaren Ablöseblase damit zu rechnen ist, daß die Strömung bereits umschlägt bevor der in Abbildung 5.7 a) gezeigte maximale Wandabstand erreicht wird.

Die maximale Anfachungsrate kleiner Störungen in der Grundströmung aus der Navier-Stokes-Lösung ( $y_z = 0$ ) ist nicht einmal halb so groß wie die in der mit  $y_z = 10,5$  approximierten „freien Scherschicht“. Eigenfunktionen der freien Scherschicht weisen nur zwei  $u'$ -Maxima auf, abgelöste Wandgrenzschichten aber drei, da ein deutlich dominierendes Wandmaximum hinzukommt. Die oft verwendete Bezeichnung „Scherschichtumschlag“ sollte deshalb mit Vorbehalt verwendet werden.

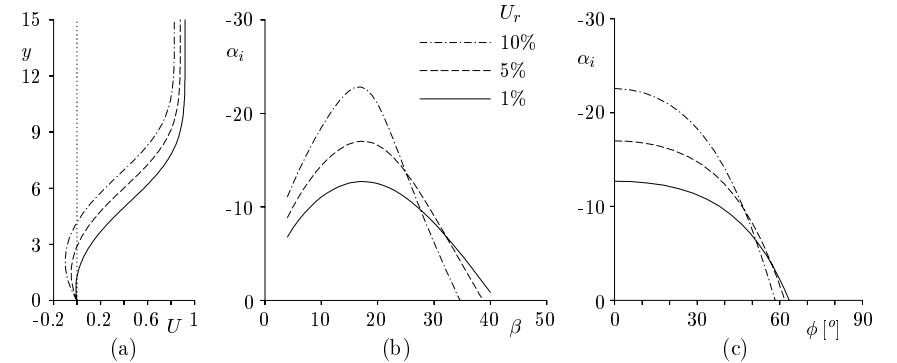


Abbildung 5.8: Untersuchung zum Einfluß der maximalen Rückströmung an der Wand auf die Instabilität der abgelösten Grenzschicht. a) Grundströmungsverteilungen; b) Anfachungsraten für ebene und c) für schräglaufende TS-Wellen,  $\beta = 18$ .

### 5.3 Einfluß der Rückströmung an der Wand

Analog zu den Untersuchungen im letzten Abschnitt wollen wir hier der Frage nachgehen, welchen Einfluß die maximale Rückströmung in der Ablöseblase hat. Diese Fragestellung ist ebenfalls von grundlegendem Interesse. So berichtet z.B. Gaster (1991) [26] von ähnlichen, theoretischen wie auch experimentellen Untersuchungen, bei denen die maximale Rückströmamplitude variiert wird, um so das Entstehen einer sog. *absoluten Instabilität* erforschen zu können. Eine absolute Instabilität könnte nach seiner Meinung für das noch ungelöste Problem des *Bubble Bursting* verantwortlich sein.

Die absolute Instabilität erkennt man daran, daß die Gruppengeschwindigkeit  $c_{gr} = \partial\beta/\partial\alpha$  verschwindet oder negativ wird. Absolute Instabilität zeichnet sich dadurch aus, daß Störungen für festgehaltenen Ort sowohl räumlich wie auch zeitlich angefacht werden. Eine einmal vorhandene Störung würde dann selbst nach Abschalten der Anregung zum Umschlag der Strömung führen. Wir werden auf diesen Sachverhalt in den Abschnitten 5.4 und 6.1.8 wieder zurückkommen.

Als Ausgangsbasis wird wieder die Grundströmungsverteilung der Vorderkantenblase bei  $x = 2,0$  verwendet. Diese wird dann sukzessive in  $U$ -Richtung zu kleineren Geschwindigkeiten verschoben, bis das Minimum beim gewünschten Rückströmungswert  $U_r$  zu liegen kommt. Die Haftbedingung an der Wand wird durch gleichzeitiges Verschieben der Verteilung in  $y$ -Richtung und Auffüllen der dabei auftretenden „Lücke“ erfüllt. Zu diesem Zweck wird die Geschwindigkeitsverteilung zwischen  $U = 0$  in der Grenzschicht, dem Mi-

nimum und der Wand durch ein Polynom vierter Ordnung ersetzt, das symmetrisch zum Minimum ist und sich in der ersten und in der zweiten Ableitung glatt an den Geschwindigkeitsverlauf bei  $U = 0$  anschmiegt. In Abbildung 5.8 werden Ergebnisse für  $U_r = 1\%$  (ursprüngliche Verteilung),  $U_r = 5\%$  und  $10\%$  gezeigt.

Mit zunehmender Rückströmamplitude nimmt die maximale Anfachungsrate zu. Der qualitative Verlauf geht, wie im vorigen Abschnitt bei der Untersuchung des Wandabstands, in Richtung einer freien Scherschicht. Dies ist bei der vorliegenden Untersuchung auch zu erwarten, da außer der Rückströmung ja auch der Wandabstand der abgelösten Scherschicht vergrößert wurde. Auffällig ist eine Verschiebung der neutralen Anfachung ( $\alpha_i = 0$ ) zu niedrigeren Frequenzen mit wachsendem  $U_r$ . Dies liegt jedoch lediglich am Rückgang der Geschwindigkeit  $U(y)$  für  $y \rightarrow \infty$ . Wenn man die Daten so normiert, daß  $\max\{U(y)\} = 1$  wird, dann liegen alle Punkte neutraler Anfachung erneut bei  $\beta > 40$ , wie in Abbildung 5.7.

Die maximale Anfachungsrate steigt bei  $U_r = 10\%$  auf den doppelten Wert gegenüber dem Ausgangsfall an. Dies gilt genauso für die Anfachung schräglaufer Störungen in Abb. 5.8 c). Erst bei großen Schräglaufwinkeln  $\phi$  geht die Anfachung gegenüber dem Ausgangsfall zurück (Effekt der Normierung, s.o.). Wir halten fest, daß selbst eine Verzehnfachung der maximalen Rückströmung gegenüber der in der Simulation gefundenen Amplitude die maximale Anfachung lediglich verdoppelt.

## 5.4 Suche nach absoluter Instabilität

Wir sind bisher davon ausgegangen, daß sich alle Grenzschichtstörungen stromabwärts durch die Ablöseblase bewegen, obwohl an der Wand Rückströmung herrscht. Viele Forscher nehmen deshalb an, daß laminare Ablöseblasen generell absolut instabil sind. Dies ist jedoch nicht richtig, wie die vorliegenden Untersuchungen und die neuesten Arbeiten in der Literatur zeigen: Bei Hammond & Redekopp (1998) [33] wird die Grundströmung durch modifizierte Falkner-Skan-Geschwindigkeitsverteilungen modelliert, bei denen über zusätzlich eingeführte Parameter die Stärke der Wandschubspannung bzw. die Rückströmamplitude sowie die Höhe der Rückströmzone variiert werden können. Damit wird dann der Einfluß beider Parameter auf die Grenze absoluter Instabilität untersucht. Auch Allen & Riley (1995) [3] und Alam & Sandham (1997) [1] stellen sich dieser Frage. In der ersten Arbeit werden Grundströmungen analysiert, die zuvor mit Hilfe eines Grenzschicht-Interaktionsmodells und eines Turbulenzmodells aus den Grenzschichtglei-

chungen berechnet wurden. Dabei werden ausschließlich konvektiv instabile Störungen mit sehr großen Anfachungsraten gefunden. Die zweite Arbeit baut unmittelbar auf den von Gaster (1991) [26] beschriebenen Untersuchungen auf.

Mit zunehmender Rückströmamplitude ist tatsächlich damit zu rechnen, daß die Geschwindigkeit, mit der sich beliebige Störungen (keine harmonischen Wellen) ausbreiten, immer kleiner wird. Diese Geschwindigkeit heißt Gruppengeschwindigkeit. Die Grenze  $c_{gr} = \partial\beta/\partial\alpha = 0$  soll hier als Grenze zur absoluten Instabilität aufgefaßt werden. Physikalisch gesprochen bedeutet dies, daß instabile Störungen örtlich stehen bleiben, so daß sie für festgehaltenen Ort zeitlich anwachsen. Dies kann in der linearen Stabilitätstheorie durch eine zeitliche Anfachungsrate  $\beta_i$  (Imaginärteil der Frequenz) berücksichtigt werden.

Das Lösungsverfahren zur Berechnung der Eigenwerte der Orr-Sommerfeld-Gleichung wurde für die hier vorgestellten Untersuchungen so umgestellt, daß für vorgegebene komplexe Wellenzahlen  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  nun komplexe Frequenzen gesucht werden. Die Querwellenzahl  $\gamma$  bleibt reell, d.h. Symmetrie und Periodizität in  $z$ -Richtung bleiben erhalten.

Unsere Bedingung zur Identifikation möglicher Bereiche absoluter Instabilität lautet

$$\alpha_i < 0, \quad \beta_i > 0, \quad \text{bei} \quad c_{gr} \leq 0. \quad (5.4)$$

Sie wird in den folgenden Abbildungen 5.9 und 5.10 zunächst für die unveränderte Grundströmung bei  $x = 2,0$  und dann für die Rückströmamplitude  $U_r = 10\%$  verwendet. Die Abbildungen zeigen Gruppengeschwindigkeiten und zeitliche Anfachungsraten räumlich angefachter Moden  $\alpha_i < 0$  im Bereich  $10 \leq \alpha_r \leq 80$ . Eine Instabilität bei  $\alpha_r = 10$  würde bedeuten, daß die gesamte Ablöseblase instabil wäre, da dieser  $\alpha$ -Wert gerade  $\lambda_x \approx 0,628$ , und somit in etwa der Länge der Ablöseblase entspricht. Die Untersuchung noch kleinerer  $x$ -Wellenzahlen macht somit keinen Sinn.

Die kleinsten Gruppengeschwindigkeiten treten in der unteren linken Ecke des gezeigten  $\alpha_r, \alpha_i$ -Bereichs auf. Starke lokale Veränderungen weisen auf Konvergenzprobleme des Eigenwertlösers in dieser Ecke hin. Diese sind jedoch nicht weiter störend, da der gesamte untere Bereich des  $c_{gr}$ -Diagramms zeitlich gedämpft ist ( $\beta_i < 0$ ), wie ein Vergleich mit Abb. 5.9 b) zeigt. Bei großen  $\alpha_r$ -Zahlen nimmt die Gruppengeschwindigkeiten zu und der Bereich zeitlicher Anfachung ( $\beta_i > 0$ ) wird dort wieder kleiner, so daß man in diese Richtung nicht weiter zu suchen braucht. Verschwindende oder negative Gruppengeschwindigkeiten sind also im Bereich positiver  $\beta_i$ -Werte für die ursprüngliche Grundströmungsverteilung nicht zu beobachten.

Wenn die Verteilung mit  $10\%$  maximaler Rückströmung verwendet wird, dann werden die

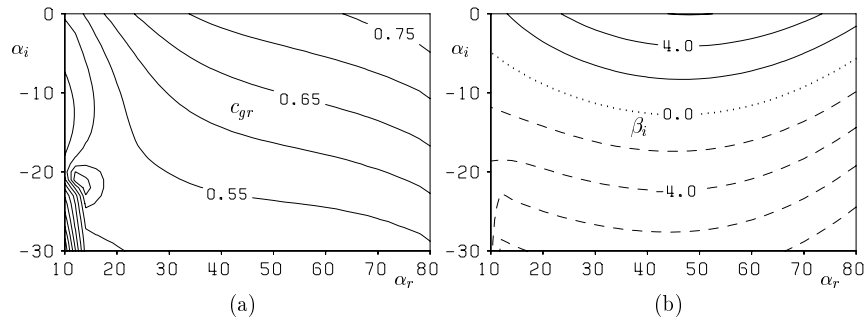


Abbildung 5.9: Gruppengeschwindigkeiten  $c_{gr} = const$  (a) und zeitliche Anfachungsraten  $\beta_i = const$  (b) aus der linearen Theorie für die unveränderte Grundströmungsverteilung bei  $x = 2,0$ .

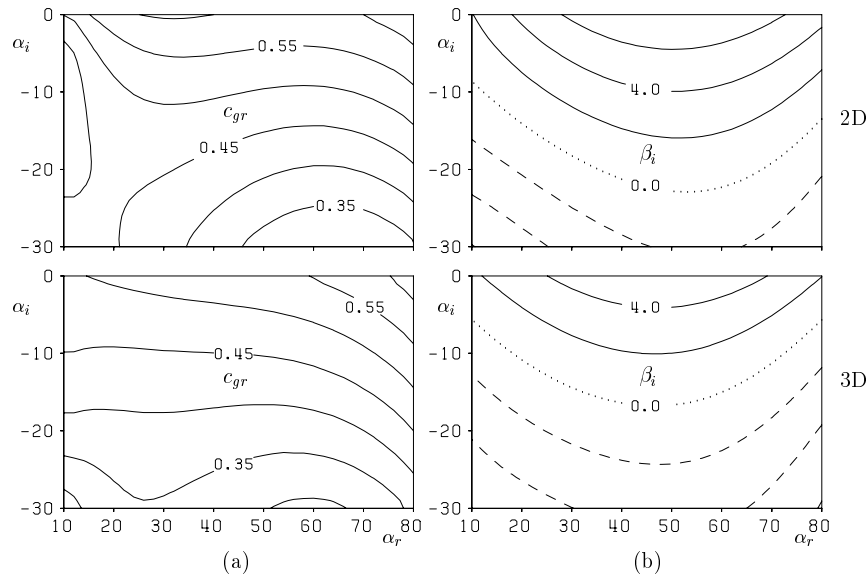


Abbildung 5.10: Gruppengeschwindigkeiten  $c_{gr} = const$  (a) und zeitliche Anfachungsraten  $\beta_i = const$  (b) aus der linearen Theorie für die auf  $u_r = 10\%$  veränderte Grundströmungsverteilung bei  $x = 2,0$ ; obere Reihe: zweidimensionale Störungen; untere Reihe: dreidimensionale Störungen mit Querwellenzahl  $\gamma = 40$ .

Gruppengeschwindigkeiten kleiner und der Bereich zeitlicher Anfachung ( $\beta_i > 0$ ) dehnt sich deutlich aus. Dies reicht jedoch nicht dazu aus, eine Region absoluter Instabilität zu bilden. Selbst bei der Berücksichtigung dreidimensionaler Störungen in Abb. 5.10 (unten) läßt sich keine absolute Instabilität finden, obwohl sich die Gruppengeschwindigkeit insgesamt etwas verringert.

Die hier erzielten Ergebnisse lassen sich qualitativ mit Gaster (1991) [26] vergleichen. Für die dort untersuchten Geschwindigkeitsverteilungen mit Rückströmung wird erst ab einer maximalen Rückströmamplitude von 20% absolute Instabilität gefunden. Nach Hammond & Redekopp (1998) [33] benötigt man, je nach Höhe der Rückströmzone, 20 – 35% Rückströmamplitude zum Erreichen der absoluten Instabilitätsgrenze. Wir halten fest, daß im vorliegenden Fall keine absolute Instabilität vorliegt, da die Rückströmung an der Wand in Übereinstimmung mit Gaster (1991) bzw. Alam & Sandham (1997) [1] und Hammond & Redekopp (1998) zu gering ist. Außerdem wollen wir bemerken, daß die konvektive Instabilität der Ablöseblase vor dem Auftreten genügend starker Rückströmamplituden bereits so stark wird, daß die laminare Strömung in der Praxis wohl eher durch konvektive Instabilität umschlägt.

## 5.5 Ablöseblase in Profilmitt

Die Stabilitätsdiagramme für den zweiten Grundströmungsfall zeigt Abbildung 5.11. Die instabilste zweidimensionale Störung liegt vor der Ablösestelle bei  $\beta \approx 4$ , also deutlich niedriger als bei der Vorderkantenblase. Dies ist typisch für die lineare Instabilität, die sich mit wachsender Grenzschichtdicke zu kleineren Frequenzen verlagert. In der Ablöseblase beobachtet man daraufhin eine rasche Verschiebung der instabilsten Frequenz zu höheren Werten:  $\beta \approx 7$  hinter der Ablösestelle bei  $x = 12,5$  und  $\beta \approx 9$  bei  $x = 13,5$ . Dies ist hingegen typisch für Strömungen mit starkem positivem Druckgradienten in Strömungsrichtung.

Bei den dreidimensionalen Störungen fällt auf, daß schräglauende Wellen bis zu einem Winkel von  $\phi \approx 45^\circ$  praktisch genauso instabil sind wie ebene. Der Bereich angefachter Störungen geht in der Ablöseblase sogar bis zu Schräglaufwinkeln von  $\phi \approx 75^\circ$ . Die Ablöseblase in Profilmitt ist somit äußerst instabil gegenüber dreidimensionalen Störungen. Dadurch eröffnen sich zahlreiche Möglichkeiten zu nichtlinearen Interaktionen, wie schon bei der Vorderkantenblase.

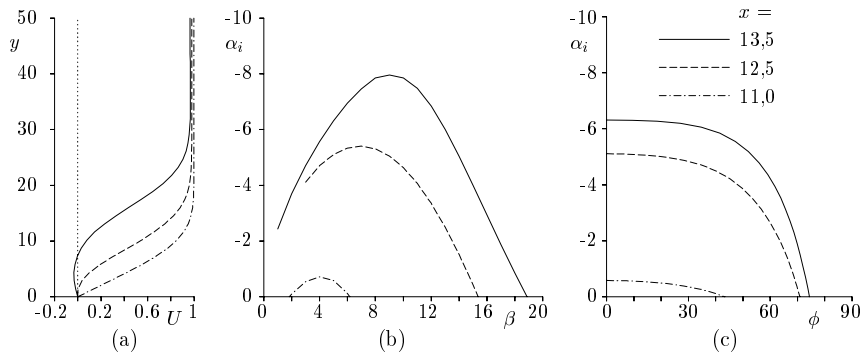


Abbildung 5.11: Ergebnisse der linearen Stabilitätstheorie für die Ablöseblase in Profilmitte. a) Grundströmungsverteilungen; b) Anfachungsraten für 2D-Störungen; c) Anfachungsraten für 3D-Störungen mit der Frequenz  $\beta = 5$ .

## 6 DNS des nichtlinearen Störungsverhaltens

Mit den hier vorgestellten Untersuchungen werden frühere Arbeiten von Gruber [30] fortgesetzt, mit dem Ziel, den Einfluß dreidimensionaler Störungen und nichtlinearer Wechselwirkungen zu untersuchen, um somit einen Einblick in die grundlegenden Strömungsvorgänge in transitionalen laminaren Ablöseblasen zu erhalten. Dies sind wichtige Arbeiten zum Verständnis der Transition in dieser Grundströmung.

Das vorliegende Kapitel gliedert sich in zwei Abschnitte. Im ersten werden zahlreiche Simulationen zur Vorderkantenblase beschrieben. Im zweiten gehen wir der Frage nach, inwieweit die im ersten Fall zur Sekundärinstabilität gewonnenen Erkenntnisse auf höhere Grenzschicht-Reynolds-Zahlen übertragen werden können. Dazu verwenden wir die zweite Grundströmung, die Ablöseblase in Profilmitte.

### 6.1 Vorderkantenblase

Die stationäre zweidimensionale Grundströmung für diesen Fall ist bereits in Abschnitt 4.1 besprochen worden, ihre Veränderung unter dem Einfluß einer im wesentlichen zweidimensionalen Störung ebenfalls. Wir werden hier aber in Unterabschnitt 6.1.6 im Zusammenhang mit unterschiedlichen nichtlinearen Störformen nochmals darauf eingehen. Zunächst wird über Untersuchungen zur Sekundärinstabilität berichtet. Nachdem diese aber eine unerwartete Abschwächung der dreidimensionalen Anfachungsraten erkennen lassen, sobald die zweidimensionale Störung in nichtlineare Sättigung geht, werden in den Unterabschnitten 6.1.4 und 6.1.7 Fälle untersucht, bei denen schwach schräglauende Wellen in nichtlineare Wechselwirkung treten. Eine weitere Motivation für diese Untersuchungen ist die im vorherigen Kapitel gemachte Beobachtung, wonach schwach schräglauende Wellen bereits bei kleinen Störampplituden geradezu so instabil sind wie Störungen, die exakt in Strömungsrichtung laufen.

#### 6.1.1 Untersuchungen zur Sekundärinstabilität

In ebenen inkompressiblen Grenzschichtströmungen wird üblicherweise beobachtet, daß zweidimensionale Störungen instabiler sind und somit stärker angefacht werden als drei-

dimensionale Störungen (Squires Theorem). Dies trifft auch in Strömungen mit Ablösung zu, wie die Untersuchungen mit der linearen Stabilitätstheorie in Kapitel 5 gezeigt haben. Über eine gewisse Lauflänge hinweg führt dies dann dazu, daß die zweidimensionalen Störungen über die dreidimensionalen dominieren. Der weitere Umschlagsprozeß läuft dann über eine sog. *Sekundärinstabilität* ab, bei der dreidimensionale Störungen durch zweidimensionale Störungen großer Amplitude stark angefacht werden. Nach Herbert [34] kann man sich diesen Vorgang als Anfachtung kleiner dreidimensionaler Störungen auf dem Hintergrund einer periodisch modulierten Grundströmung vorstellen (Floquet-Theorie).

Die dabei auftretende nichtlineare Interaktion wird zum Teil auch als „schwach nichtlinear“ (engl. *weakly nonlinear*) bezeichnet: einerseits hängt die Anfachtungsrate der dreidimensionalen Störungen nichtlinear von der Amplitude der zweidimensionalen Störung ab, andererseits ist die Entwicklung aber unabhängig von der aktuellen 3D-Störampplitude und somit (dreidimensional) linear. Dies gilt sogar bis zum Erreichen großer 3D-Amplituden. Eine Rückwirkung der dreidimensionalen Störungen auf die zweidimensionale Störung findet erst sehr spät statt, nachdem diese die zweidimensionale überstiegen haben (eigene Beobachtungen und Kachanov, 1994 [41]).

Grundsätzlich gehen solche 3D-Wellenpaare mit der 2D-Störung in Resonanz, die die Bedingung

$$\beta_{3D_1} + \beta_{3D_2} = \beta_{2D} \quad (6.1)$$

erfüllen. Als **Sonderfälle** dieser Bedingung betrachtet man die sog. *subharmonische Instabilität* oder *Resonanz*, bei der  $\beta_{3D_1} = \beta_{3D_2} = \beta_{2D}/2$  und die *fundamentale Resonanz*, bei der  $\beta_{3D_1} = \beta_{2D}$  und  $\beta_{3D_2} = 0$  ist.

Zur Simulation dieser Szenarien werden eine zweidimensionale Störung mit der Anfangsamplitude  $A_{v0} = 10^{-4}$  und dreidimensionale Störungen mit  $A_{v,k} = 10^{-9}$  verwendet. Da die 3D-Störampplitude linear eingeht, solange sie kleiner als die 2D-Störung ist, werden zwei Paare dreidimensionaler Störungen gleichzeitig untersucht. Sie unterscheiden sich lediglich durch ihre Wellenzahl  $\gamma$  in Spannweitenrichtung. Dies läßt sich im numerischen Verfahren ganz einfach durch simultanes Stören der (Spannweiten-) Fourier-Moden  $k = 1$  und  $k = 2$  realisieren. Da  $\gamma = 20$  zu  $k = 1$  gehört, hat die zweite 3D-Störung den Wert  $\gamma = 40$ . Fundamentale Störungen der nach Kapitel 5 instabilsten Frequenz  $\beta = 18$  werden zwischen  $x_a = 0,545$  und  $x_b = 0,706$ , subharmonische ( $\beta = 9$ ) zwischen  $x_a = 0,639$  und  $x_b = 0,908$  eingeleitet. Breite und Abstand des Störstreifens zum linken Rand des Integrationsgebiets sind bei dieser Wahl gleich der  $x$ -Wellenlänge der zu erzeugenden Störungen.

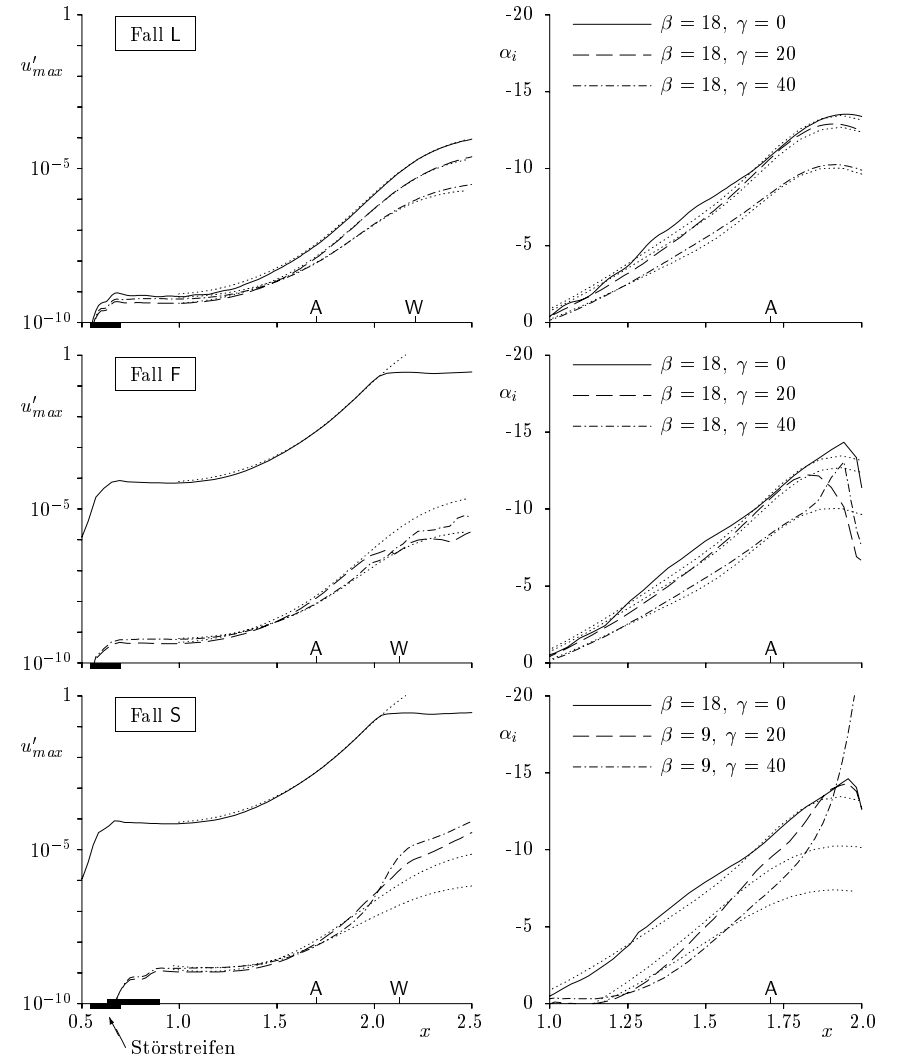


Abbildung 6.1: Vergleich der Anfachungskurven (links) und Anfachungsraten (rechts) mit der linearen Stabilitätstheorie ( $\cdots$ );  $\beta$  = Frequenz,  $\gamma$  = Wellenzahl in Spannweitenrichtung, A = Ablösungspunkt, W = Wiederanlegepunkt.

Abbildung 6.1 gibt einen Überblick über die in dieser Simulationsreihe erhaltenen Ergebnisse. Dabei ist zum besseren Vergleich auch nochmals eine Simulation mit linearer Störungsentwicklung als Fall L miteingezeichnet. In diesem Fall folgt die Störungsentwicklung fast genau der parallelen linearen Stabilitätstheorie, wie bereits in Abschnitt 5.1 besprochen. Geringfügige Abweichungen sind auf die sogenannten *nichtparallelen Effekte* zurückzuführen. Die lokal durchgeführte Stabilitätsanalyse ist also äußerst genau. Abbildung 6.1 bestätigt ganz eindrucklich die gute Anwendbarkeit der linearen Stabilitätstheorie für eine laminare Ablöseblase.

Wenn man dann die Störampplitude erhöht, so wie in den Fällen F und S für die zweidimensionale Störung, dann ist die sehr gute Übereinstimmung mit der linearen Stabilitätstheorie nur noch bis zur nichtlinearen Sättigung bei  $x \approx 2,0$  gegeben. Anschließend ist die 2D-Amplitude konstant, d.h.  $\alpha_{i2D}$  geht gegen Null. Die dreidimensionalen Störungen folgen ebenfalls der linearen Theorie, solange  $A_{2D} < 1\%$ , und somit für Sekundärinstabilität zu klein ist. Daran anschließend sollte man ein rasches Wachstum der dreidimensionalen Störungen durch fundamentale bzw. subharmonische Resonanz erwarten. Zumindest ist dieses Verhalten aus allen früheren Untersuchungen zur Sekundärinstabilität in der ebenen Plattengrenzschicht und anderen Strömungen bekannt. Im Fall F beobachtet man jedoch, daß die 3D-Störung mit der Querwellenzahl  $\gamma = 20$  nicht einmal die Kurve aus der linearen Stabilitätstheorie erreicht. Die zugehörige Anfachungsrate geht deshalb schon vor  $x = 2,0$  unter den linearen Wert zurück. Lediglich für die zweite Störung mit  $\beta = 18$  und  $\gamma = 40$  ist eine geringfügige Zunahme über den linearen Wert zu verzeichnen. Die Anfachungsrate  $\alpha_i$  steigt deshalb kurz über die lineare Theorie, fällt dann aber ebenfalls deutlich ab. Die nichtlinear gesättigte 2D-Störwelle behindert demnach das Anwachsen dreidimensionaler Störungen. Fundamentale Resonanz ist höchstens ganz kurzfristig zu beobachten.

Im Fall S entsprechen die Ergebnisse eher den oben geäußerten Erwartungen. Nach der linearen Anfachungsphase, die bei  $A_{2D} \approx 1\%$  endet, wachsen die dreidimensionalen Störungen plötzlich stark an. Die maximale Anfachungsrate bei  $\gamma = 40$  ist ungefähr doppelt so groß wie in der linearen Theorie. Mit dem Erreichen einer nichtlinearen Sättigung der 2D-Störung tritt aber auch hier ein zu Fall F vergleichbarer Rückgang des weiteren Wachstums auf. Auch die subharmonische Resonanz ist offenbar nur kurzfristig zu beobachten, bevor die nichtlinear gesättigte 2D-Störwelle das weitere Wachstum behindert.

Bevor nun diese Ergebnisse im nächsten Unterabschnitt mit der Sekundärinstabilitätsanalyse nach Herbert [34] verifiziert werden, wollen wir in Abbildung 6.2 Amplituden- und

Phasenverteilungen aus der Fourieranalyse der Störungen mit Eigenfunktionen aus der linearen Stabilitätstheorie vergleichen, um so die außergewöhnlich gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit der Theorie zu dokumentieren.

Bei  $x = 1,8$  beträgt die 2D- $u'$ -Störampplitude in den nichtlinearen Fällen F und S gerade 1% relativ zu  $U_\infty$ . Diese Stelle ist somit hervorragend zur Untersuchung der beginnenden Sekundärinstabilität im nächsten Unterabschnitt geeignet. In Abbildung 6.2 a) erkennt man eine nahezu perfekte Übereinstimmung der gestrichelt gezeichneten Amplituden- und Phasenverteilungen mit den punktiert dargestellten Eigenfunktionen aus der linearen Stabilitätstheorie. Die Vernachlässigung der Nichtparallelität und die Linearisierung der Störungen hat also selbst bei  $\varepsilon = 0,01$  in Gleichung (5.1) keinen nachteiligen Einfluß auf die Amplituden- und Phasenverteilungen der Tollmien-Schlichting-Welle. Diese weisen den für abgelöste Grenzschichten typischen  $u'$ -Amplitudenverlauf mit drei Maxima auf, da wir uns bei  $x = 1,8$  bereits in der Ablöseblase befinden. Qualitativ vergleichbare Ergebnisse wurden von Michalke in Dovgal *et al.* (1994) [19] publiziert (allerdings ohne einen Vergleich mit einer Simulation oder einem Experiment).

Als nächstes betrachten wir die schräglaufige Welle mit Querwellenzahl  $\gamma = 40$ , bei der nach den Ergebnissen in Abschnitt 5.1 größere nichtparallele Effekte zu erwarten sind als bei der mit  $\gamma = 20$ . Aus diesem Grund entfällt im weiteren die Darstellung und Diskussion der für  $\gamma = 20$  erzielten Ergebnisse.

In Abbildung 6.2 b) fällt eine ähnlich gute Übereinstimmung mit der linearen Stabilitätstheorie auf wie schon bei der zweidimensionalen Welle großer Amplitude, trotz des großen Schräglaufwinkels. Abgesehen von einer kleinen Abweichung in  $v$  bei  $y \approx 4$  liegen die Kurven so genau übereinander, daß man aus der Überlagerung der gestrichelten und der punktierten Linien strichpunktierte Linien erhält. Selbst in dem für die dreidimensionale Störung nichtlinearen Fall F in Abbildung 6.2 c) ändert sich dies nicht. Dies liegt jedoch in erster Linie daran, daß die fundamentale Resonanz bei  $x = 1,8$  mit  $A_{2D} = 1\%$  noch nicht eingesetzt hat (vergl. Abb. 6.1).

Erst im Fall S in Abbildung 6.2 d) treten zusätzliche Abweichungen in der  $w$ -Amplitude und in den Phasenverläufen auf. Dies liegt daran, daß die subharmonische Resonanz offensichtlich wesentlich stärker ist als die fundamentale Resonanz, wie aus Abb. 6.1 bereits bekannt. Die Geschwindigkeitsverteilungen aus Fall S unterscheiden sich jedoch trotzdem überraschend wenig von den Eigenfunktionen der linearen (primären) Theorie. Man erkennt daran, daß sich die dreidimensionalen Störungen bis zum Einsetzen

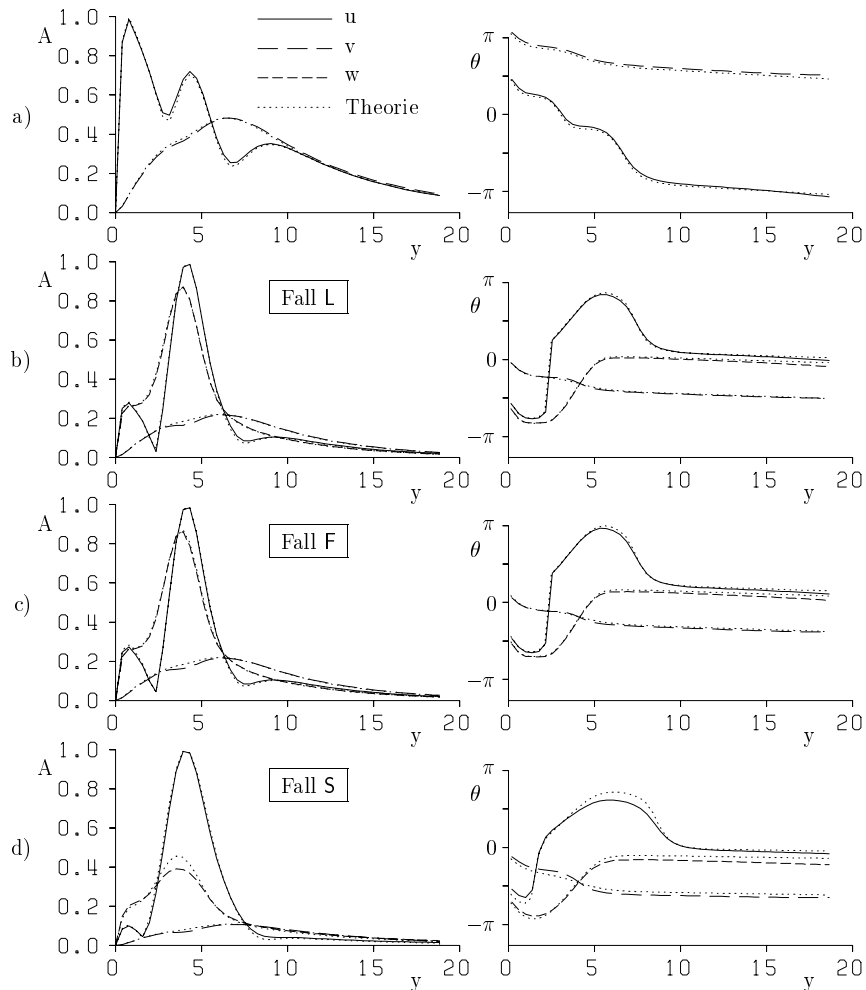


Abbildung 6.2: Vergleich der Amplituden- und Phasenverteilungen aus der DNS bei  $x = 1,8$  mit Eigenfunktionen der linearen Stabilitätstheorie. a) 2D-Störung  $\beta = 18$ ,  $\gamma = 0$  aus Fall S/F; b) 3D-Störung  $\beta = 18$ ,  $\gamma = 40$  aus Fall L; c)  $\beta = 18$ ,  $\gamma = 40$  aus Fall F; d)  $\beta = 9$ ,  $\gamma = 40$  aus Fall S.

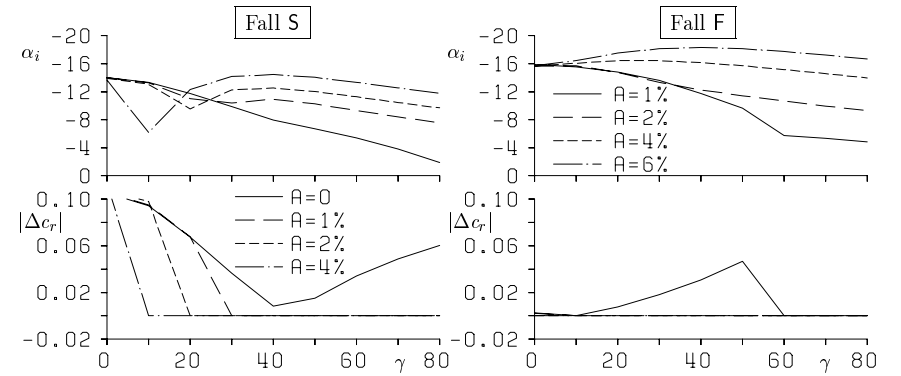


Abbildung 6.3: Ergebnisse der Sekundärinstabilitätstheorie bei  $x = 1,8$  für unterschiedliche 2D-Amplitude  $A$  ( $u'_{2D}/U_{\infty}$ ); subharmonische Resonanz  $\beta = 9$  (links); fundamentale Resonanz  $\beta = 18$  (rechts); oben: Anfachungsraten; unten: Phasengeschwindigkeitsdifferenz zwischen 2D-Welle und 3D-Eigenfunktion.

der Resonanz mit der ebenen TS-Welle großer Amplitude wie schräglaufige Tollmien-Schlichting-Wellen verhalten.

### 6.1.2 Vergleich mit der Sekundärinstabilitätstheorie

Analog zur linearen Stabilitätstheorie wird hier eine lokale Betrachtung gewählt. Aufgrund der Annahme, daß eine durch eine zweidimensionale Tollmien-Schlichting-Welle endlicher Amplitude periodisch modulierte Grundströmung vorliegt, benötigt man zusätzlich zur Grundströmungsverteilung  $U(y)$  jetzt auch Amplituden- und Phaseninformation über diese Welle. Diese kann jedoch leicht aus der numerischen Simulation beschafft werden. Alternativ könnte man sie jedoch auch durch Multiplikation der Eigenfunktionen aus der linearen Stabilitätstheorie mit einer endlichen Amplitude annähern, und so den Einfluß der Amplitude  $A_{2D}$  der TS-Welle studieren.

Frühere Vergleiche von Ergebnissen direkter numerischer Simulationen mit der Theorie nach Herbert haben stets eine sehr gute quantitative Übereinstimmung beider Ergebnisse gebracht, trotz der in der Theorie vorgenommenen Vereinfachungen im Zusammenhang mit der lokalen Betrachtungsweise, so daß sinnvolle Ergebnisse aus diesen Untersuchungen auch hier zu erwarten sind.

Die Sekundärinstabilitätsuntersuchungen wurden bei  $x = 1,8$  an der in Abbildung 4.1



gezeigten Grundströmung durchgeführt. Dabei wurde für verschiedene zweidimensionale Störampplituden  $A_{2D}$  (gemessen am  $y$ -Maximum der  $u'$ -Störgeschwindigkeitskomponente) die Wellenzahl der dreidimensionalen Störungen in Querrichtung ( $\gamma$ ) variiert und der Einfluß auf die Anfachungsrate sowie auf die Differenz der Phasengeschwindigkeiten zwischen der zweidimensionalen Welle und der dreidimensionalen Eigenlösung ermittelt (Abbildung 6.3). Bei verschwindend kleiner Amplitude  $A_{2D}$  kommt es zu keiner sekundären Anfachung der dreidimensionalen Störungen durch die zweidimensionale Welle. Die Ergebnisse für  $A_{2D} = 0$  stimmen deshalb mit der linearen Stabilitätstheorie überein.

Sobald die Amplitude  $A_{2D}$  aber einen bestimmten Schwellenwert übersteigt, werden bestimmte dreidimensionale Störungen stärker angefacht und die Phasengeschwindigkeitsdifferenz verschwindet. Dies ist das eindeutige Zeichen für Resonanz. Dabei fällt auf, daß die Unterschiede der Anfachungsraten zwischen Primär- und Sekundärinstabilität, im Vergleich zu analogen Untersuchungen in der Blasius-Grenzschicht, selbst bei sehr großen Störampplituden, deutlich geringer sind (Faktor 2 statt 10). Dies hatte zur Folge, daß die Sekundärinstabilität in Abbildung 6.1 viel schwerer zu entdecken war als in einer Blasius-Grenzschicht. Aus diesem Grund ist hier auch ein eingehender Vergleich mit der Sekundärinstabilitätstheorie erforderlich.

Bei der subharmonischen Interaktion in Fall S tritt die stärkste Resonanz von Anfang an bei der Querwellenzahl  $\gamma \approx 40$  auf. Dies liegt daran, daß die 3D-Subharmonische bei  $A_{2D} = 0$  lediglich eine geringe Phasengeschwindigkeitsdifferenz zur zweidimensionalen Welle aufweist. Der Fall  $\Delta c_r = 0$  bei  $A_{2D} = 0$  wird in der Literatur teilweise als *Craik-Resonanz* bezeichnet. Er geht auf Craik (1971) [14] zurück, der als erster eine derartige Möglichkeit zur Anfachung dreidimensionaler Störungen postuliert hat. Es bedarf deshalb im vorliegenden Fall nur einer äußerst geringen 2D-Amplitude um die 3D-Welle zum „Einkoppeln“ auf die 2D-Welle zu bewegen. Die maximale Anfachungsrate liegt dann auch für alle Amplituden  $A_{2D} > 0$  bei  $\gamma \approx 40$ . Schwach schräglaufige Wellen (kleines  $\gamma$ ) koppeln später ein.

Bei der fundamentalen Interaktion im rechten Bildteil von Abbildung 6.3 beobachtet man die Resonanz für kleine Amplituden zuerst bei großen Querwellenzahlen (Beachte:  $A = 1\%$  bei der ersten Kurve). Für kleine  $\gamma$  dominiert die Primärinstabilität über eine mögliche Sekundäranfachung, so daß die Wellen dort zunächst noch nicht in Resonanz gehen. Für  $A_{2D} > 1\%$  koppelt die Störung dann rasch im gesamten  $\gamma$ -Bereich ein. Für  $\gamma \rightarrow 0$  ist  $\Delta c_r$  immer Null, da ja 3D- und 2D-Welle bei gleicher Frequenz identisch sind.

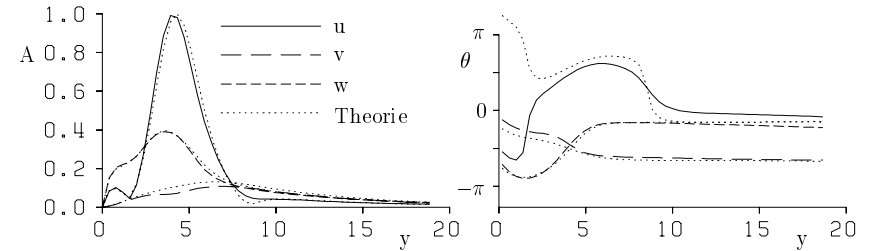


Abbildung 6.4: Vergleich der Amplituden- und Phasenverteilungen aus der direkten numerischen Simulation bei  $x = 1,8$  mit Eigenfunktionen der Sekundärinstabilitätstheorie; 3D-Störung  $\beta = 9, \gamma = 40$  aus Fall S.

Vergleicht man fundamentale und subharmonische Resonanz für gleich große 2D-Amplitude, also z.B. für  $A_{2D} = 4\%$ , so stellt man fest, daß die fundamentale Resonanz etwas größere Anfachungsraten aufweist als die subharmonische. Dies ist von früheren Untersuchungen her für andere Grundströmungen bekannt, z.B. von Herbert [34], im vorliegenden Fall aber unerheblich, da der relative Unterschied bei den in Abbildung 6.3 auftretenden großen Anfachungsraten vernachlässigbar gering ist.

Den Einfluß der Sekundärinstabilität auf die 3D-Eigenfunktionen zeigt Abbildung 6.4, die man direkt mit Abb. 6.2 d) vergleichen kann. Im Unterschied zu dort fällt hier eine perfekte Übereinstimmung der  $w$ -Amplitude bei einer gleichzeitigen geringfügigen Verschiebung des  $u$ -Maximums auf. Die Abweichungen in den Phasenverteilungen sind hier jedoch größer als beim Vergleich mit der linearen (Primär-) Instabilität. Da in früheren Untersuchungen in der ebenen Plattengrenzschicht entsprechende Vergleiche bessere Übereinstimmung gebracht haben, kann man vermuten, daß sich nichtparallele Effekte in der Sekundärinstabilitätstheorie für die Ablöseblase stärker auswirken als in der Primärinstabilität. Ein möglicher Grund könnte die Vernachlässigung des Amplitudenwachstums der ebenen Tollmien-Schlichting-Welle beim Übergang auf die lokale Betrachtungsweise sein, das hier viel stärker ist als in der Blasius-Grenzschicht. Herbert (1988) [34] und Nayfeh *et al.* (1990) [62] argumentieren, daß diese Annahme gerechtfertigt sei, solange die Anfachungsrate der 3D-Störung wesentlich größer ist als die der ebenen Welle. Dies ist aber, wie die vorliegenden Ergebnisse (und auch die Ergebnisse von Nayfeh *et al.* [62]!) zeigen, hier jedoch nicht der Fall. Wie sich in der nächsten Abbildung noch erweisen wird, hat die Sekundärinstabilitätsanalyse im vorliegenden Fall aber auch noch eine weitere Schwäche, sie läßt höherharmonische 3D-Wellen außer acht, die in den Simulationsergebnissen ebenfalls auftreten und für  $x > 2,0$  sehr groß werden.

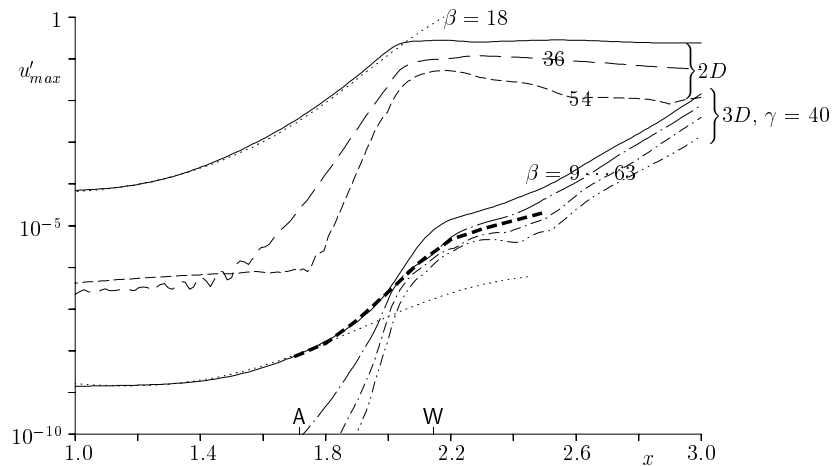


Abbildung 6.5: Anfachungskurven  $u'_{max}$  fundamentaler und subharmonischer Wellenanteile im subharmonischen Fall S; Vergleich mit linearer Instabilität ( $\cdots$ ) und Sekundärinstabilität ( $- - -$ ).

### 6.1.3 Zusammenbruch der Sekundärinstabilität

Nachdem die 2D-Welle nichtlinear gesättigt ist, stellt sich eine deutliches „Abknicken“ der 3D-Anfachung ein. Dieser Vorgang soll hier für den subharmonischen Fall S mit  $\gamma = 40$  näher betrachtet werden, für den im letzten Unterabschnitt die stärkste sekundäre Anfachung festgestellt wurde. Abbildung 6.5 zeigt deshalb diesen Fall nochmals zusammen mit nichtlinear generierten höher- und subharmonischen Störungsanteilen. Bis zur Stelle  $x \approx 2,0$  erkennt man zunächst die nichtlineare Generierung dieser Anteile anhand ihrer Wachstumsrate, die linear mit der Frequenz zunimmt. Im Vergleich zur linearen Stabilitätstheorie, die für die 2D-Welle der Frequenz  $\beta = 18$  und die 3D-Welle mit  $\beta = 9$  mit eingezeichnet wurde, ist nochmals die lange lineare Anfachung der 2D-Welle bis zu hohen Amplituden, sowie das überlineare Wachstum der 3D-Störung ab  $x \approx 1,8$  zu erkennen. Dabei wird der Übergang auf höhere Amplitudenwerte durch die oben angeführten Sekundärinstabilitätsuntersuchungen, die für diese Abbildung an  $x = 1,7, 1,8$ , usw. bis  $x = 2,5$  durchgeführt wurden, trotz aller Einschränkungen, quantitativ ganz gut beschrieben. Erst im letzten Teil weichen die Ergebnisse der Instabilitätstheorie von der DNS-Lösung ab, nachdem 3D-Höherharmonische dort eine Rolle spielen.

Hinter dem nichtlinearen Sättigungspunkt der 2D-Störung sinken die Amplituden der 2D-

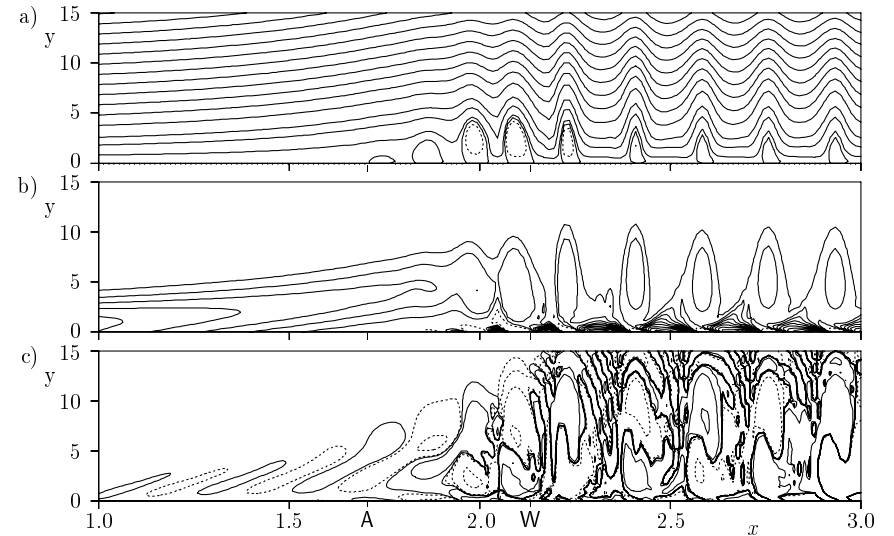


Abbildung 6.6: Momentanes Strömungsfeld im subharmonischen Fall S; a) 2D-Stromlinien; b) 2D-Wirbelstärke  $\Omega_{z0} = -0,06, 0,06, 0,12, \dots, 0,9$ ; c) 3D-Wirbelstärke  $\Omega_{z2} = \pm 10^{-9}, \pm 10^{-8}, \dots, \pm 10^{-4}$ ; negative Werte gestrichelt.

Höherharmonischen langsam wieder ab und die 3D-Moden wachsen stärker an als nach der linearen Theorie, aber alle mit nahezu identischer Anfachungsrate. Dies weist auf eine feste Koppelung aller 3D-Moden untereinander hin. In anderen Worten, es existiert eine neue, sog. *kohärente Struktur*, die nur unter Hinzunahme höherharmonischer Wellenanteile im Spektrum dargestellt werden kann. Diese neue Struktur zeigt Abbildung 6.6.

Höhenlinien der 2D-Stromfunktion und -Wirbelstärke weisen die Bildung einer Reihe rechtsdrehender „Wirbel“ hinter der Ablöseblase auf. Hierbei handelt es sich um das momentane Strömungsfeld der nichtlinear gesättigten Tollmien-Schlichting-Welle. Ihre Wellenlänge ist weiter hinten größer als im Wiederanlegegebiet, was auf eine Erhöhung der Phasengeschwindigkeit bei der nichtlinearen Sättigung hinweist.

In den Höhenlinien der 3D-Wirbelstärke in Abb. 6.6 c), die die starke Anfachung um mehrere Größenordnungen berücksichtigen, erkennt man links von  $x \approx 2,0$  eine in Strömungsrichtung schräg geneigte Abfolge von Minima und Maxima. Diese Struktur ist typisch für schrägläufige Wellen. Stromab von  $x \approx 2,0$  tritt dann plötzlich eine ganz andere Struktur auf, die zum veränderten Anfachungsverhalten in Abbildung 6.5 gehört. Dabei entspricht der Abstand aufeinanderfolgender Gebilde genau dem Abstand der zweidimensionalen

„Wirbel“ in Abb. 6.6 a) und b). 3D-Minima und -Maxima wechseln sich ab, weil die dreidimensionale Störung gerade die halbe Frequenz der 2D-Welle und deshalb ungefähr die doppelte Wellenlänge hat. Die bei  $x \approx 2,0$  von links ankommenden dreidimensionalen Störungen werden dort von der zweidimensionalen Welle „aufgegriffen“ und umverteilt. So kommt es dazu, daß sich die 3D-Strukturen um das 2D-Wirbelzentrum „wickeln“. In einer farbigen Darstellung von Abb. 6.6 c) würde man abwechselnde Streifen positiver und negativer 3D-Wirbelstärke als Muster erkennen.

Weitere Untersuchungen dieser Vorgänge haben gezeigt, daß die Anfachung der Sekundärinstabilität und ihre anschließende Abschwächung unabhängig von der anfänglichen 3D-Störampplitude und der Frequenz der Störungen sind. Große 3D-Störampplituden können demnach durch Sekundärinstabilität im klassischen Sinne in der Ablöseblase nicht entstehen. Dies macht die Suche nach anderen Mechanismen erforderlich.

#### 6.1.4 Umschlag durch schräglauflende Wellen

Dieser Fall wurde zunächst in kompressibler Strömung entdeckt (Thumm, 1991 [82]). Dort werden dreidimensionale Störungen nach der linearen Stabilitätstheorie stärker angefacht als zweidimensionale. So ist es möglich, daß schräglauflende Wellen größere Amplituden erreichen als ebene und miteinander in nichtlineare Wechselwirkung treten, ohne daß es zur Sekundärinstabilität im zuvor betrachteten Sinne kommt. Der Zusammenbruch der laminaren Strömung wird dann direkt durch dreidimensionale Störungen eingeleitet. Dieser Fall hat inzwischen in der Fachliteratur den Titel *Oblique Breakdown* erhalten, weshalb wir ihn hier mit Fall O bezeichnen wollen.

In Abbildung 5.5 wurde gezeigt, daß in der laminaren Ablöseblase schräglauflende Wellen bis zu einem Schräglaufwinkel von  $\phi \approx 30^\circ$  vergleichbar stark angefacht sind wie gerade. Somit ist es auch im vorliegenden Fall möglich, daß der Strömungsumschlag wie in kompressibler Strömung durch den *Oblique Breakdown* eingeleitet werden kann. Dies hat Rist (1993) [70] als erster erkannt. Unabhängig voneinander durchgeführte Windkanalexperimente von Würz [90] in Stuttgart und von van Hest [84] in Delft weisen schräglauflende Wellen mit geringem Schräglaufwinkel auf und zeigen so, daß derartige Störungen in realen, verzögerten Strömungen existieren. Die von Würz (1996) [91] vorgestellte Visualisierung simultan aufgenommener Mikrofon-signale einer in Spannweitenrichtung in die Oberfläche eines Laminarprofils eingelassenen Reihe von Mikrofonen zeigt ausschließlich gerade und schwach schräglauflende Wellen.

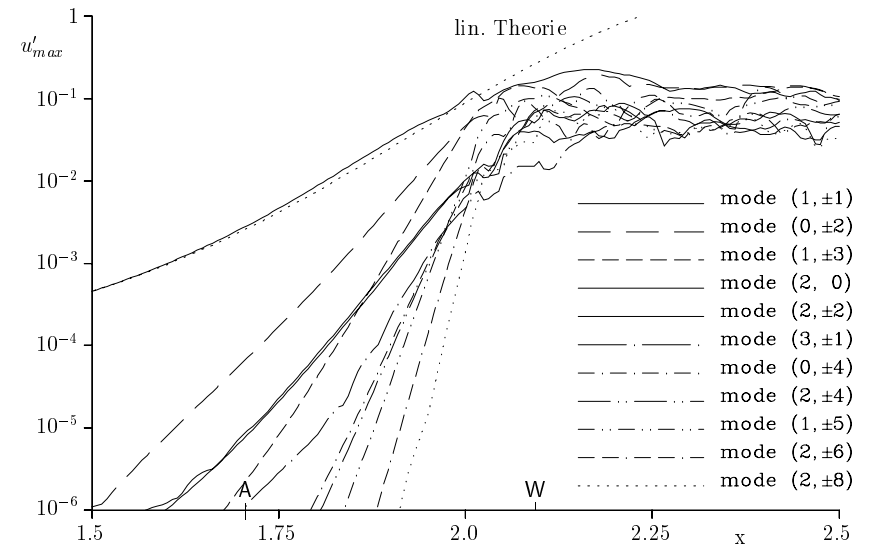


Abbildung 6.7: Anfachungskurven für große 3-D Störampplituden (Fall O); Mode (1,1):  $\beta = 18$ ,  $\gamma = 20$ ;  $\beta =$  Frequenz,  $\gamma =$  Wellenzahl in Spannweitenrichtung.

Fall O wird hier durch Störungen der Querwellenzahl  $\gamma = 20$  ( $k = 1$ ) und  $A_{v1} = 10^{-4}$  eingeleitet. Da in diesem Fall nichtlineare 3D-Effekte erwartet werden, die dazu führen, daß Höherharmonische in der Querwellenzahl auftreten, muß die Simulation mit höherer Auflösung in  $z$ -Richtung durchgeführt werden als die zuvor beschriebenen Simulationen. Wir wählen zunächst  $K = 4$ , dann  $K = 8$  in Gleichung (3.6).

Die Anfachungskurven für den ab  $x = 1,5$  mit  $K = 8$  gerechneten Fall zeigt Abbildung 6.7. Typisch für den *Oblique Breakdown* ist, daß im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum ( $n \cdot \beta, k \cdot \gamma$ ) nur „gerade“ Moden  $n \pm k$  auftreten. Dies liegt daran, daß die Anfangsstörung in dem ebenfalls geraden Wellenpaar  $(1, \pm 1)$  steckt und alle weiteren Störungsanteile sich als Höherharmonische der Anfangsstörung ausbilden.

Die dominierenden schräglauflenden Wellen in Abbildung 6.7 verhalten sich bis zur nichtlinearen Sättigung erneut ziemlich genau nach der linearen Stabilitätstheorie. Als wesentlicher Unterschied zu Fall S treten jedoch schon von Anfang an höherharmonische Störungsanteile auf, die deutlich stärker angefacht sind als nach der Theorie. Dies ist auf nichtlineare Interaktion der 3D-Störungsanteile untereinander zurückzuführen. So erzeugen die Moden  $(1, 1)$  und  $(1, -1)$  im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum zunächst eine

2D-Höherharmonische  $(2, 0)$ , eine 3D-Höherharmonische  $(2, 2)$  und den für den *Oblique*-Fall typischen Längswirbel  $(0, 2)$ . Die Wachstumsrate aller drei Moden ist deshalb auch ungefähr doppelt so groß wie die der Anfangsstörung. Durch zusätzliche Interaktionen mit diesen nichtlinear generierten Störanteilen entstehen weitere Höherharmonische, die mit zunehmendem  $x$  vermehrt auftreten und noch schneller ansteigen. Das starke Wachstum der Höherharmonischen endet, nachdem die Fundamentalarstörung aufgrund nichtlinearer Sättigung nicht mehr weiter anwächst. Die Sättigung wirkt also auf alle Störanteile. Abbildung 6.7 weist deshalb typische spektrale Merkmale des laminar-turbulenten Strömungsumschlags auf. Das Strömungsfeld hinter der Ablöseblase hat große Ähnlichkeit mit einer turbulenten Plattengrenzschicht, es wird deshalb in Unterabschnitt 6.1.6 gesondert diskutiert.

Zunächst weist der direkte Vergleich des momentanen Strömungsfelds zwischen Fall S und Fall O in Abbildung 6.8 grundlegende Unterschiede auf. Bei der subharmonischen Resonanz aus Unterabschnitt 6.1.3 dominiert die nichtlinear gesättigte Tollmien-Schlichting-Welle das Strömungsfeld und dreidimensionale Störungen treten erst stromabwärts von  $x = 2,5$  in Erscheinung. Ganz anders verhält es sich im Fall O, wenn die nichtlineare Entwicklung direkt durch dreidimensionale Störungen eingeleitet wird: Infolge des frühzeitigen Zusammenbruchs der laminaren Strömung erhält man hinter der Ablöseblase sofort feinkalige dreidimensionale Strukturen, wie man sie vom Grenzschichtumschlag her kennt. Dabei erhöht sich die Wandschubspannung und die Grenzschicht wird dicker.

### 6.1.5 Entstehung von Längswirbeln

Die Spektralmoden  $(0, \pm 2)$ , die im Fall O in Abbildung 6.7 gleich nach  $(1, \pm 1)$  kommen und für diesen ganz typisch sind (vergl. entsprechende Untersuchungen in der Literatur, wie z.B. Thumm, 1991 [82], Berlin *et al.*, 1994 [7], etc.) haben eine ganz besondere physikalische Bedeutung. Es handelt sich um stationäre Längswirbel, die ihre größte Amplitude im Wiederanlegebereich aufweisen: der erste Index ( $\beta = 0$ ) im  $(\beta, \gamma)$ -Spektrum steht für stationäre Strömung und der zweite ( $k = 2$ ) für halbe Wellenlänge in  $z$ -Richtung im Vergleich zu den laufenden Wellen. Wie Abbildung 6.9 c) zeigt, sind die Längswirbel hinter der Ablöseblase so groß, daß sie selbst das momentane Strömungsfeld an der Wand dominieren. Darüber erkennt man in Abb. 6.9 a) und b), daß das zweidimensionale wie auch das dreidimensionale Strömungsfeld ab  $x \approx 2,0$  in kleine Strukturen zerfällt. Der Zerfall beginnt unterhalb des Scherschichtmaximums, da man oberhalb der ersten kleinen Strukturen noch eine Wellenlänge der 3D-Störung erkennt. An der Wand kann man die von der

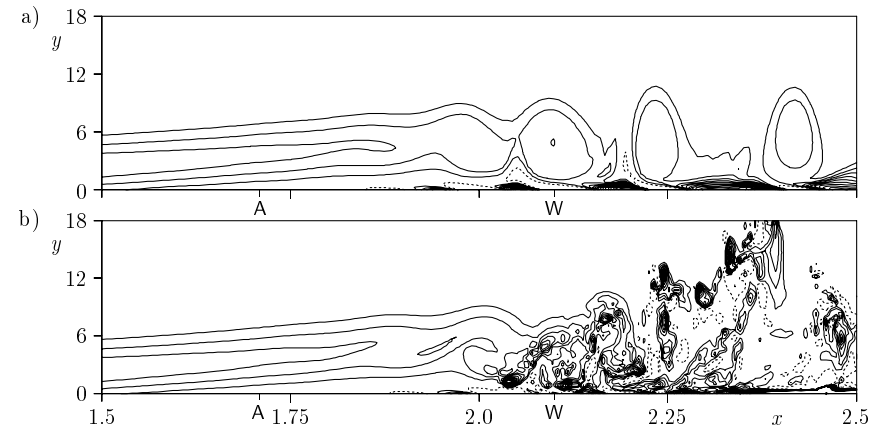


Abbildung 6.8: Vergleich der momentanen Wirbelstärke  $\omega_z$  bei  $z = 0$  aus Fall S (a) mit Fall O (b); negative Werte gestrichelt.

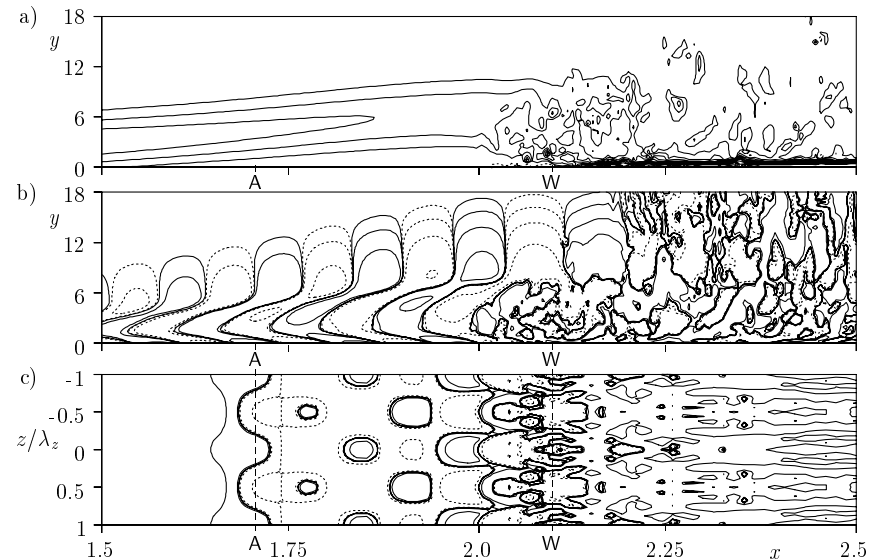


Abbildung 6.9: Momentanes Strömungsfeld beim *Oblique Breakdown* nach 22 Störzyklen. a) Höhenlinien der 2D-Wirbelstärke  $\Omega_{z0} = -0,06, 0,06, 0,12, \dots, 0,9$ ; b) 3D-Wirbelstärke  $\Omega_{z1}$ ; c) Wandwirbelstärke  $\omega_z|_{y=0}$ ; Höhenlinien in b) und c):  $\pm 10^{-5}, \pm 10^{-4}, \dots, \pm 10^0$ ; negative Werte gestrichelt.

dreidimensionalen Störung verursachten Minima und Maxima innerhalb der Ablöseblase gut beobachten, da dort aufgrund der Ablösung der 2D-Anteil von  $\omega_z$  gering ist. Nach einem kurzen Übergangsbereich bilden sich die schon erwähnten Längswirbel aus, die sich hier als Streifen abzeichnen.

Bisher wurde ausschließlich angenommen, daß derartige Längswirbel nur über eine Görtler-Instabilität der konkav gekrümmten Wiederanlegeströmung entstehen. Ein quantitativer Nachweis durch eine Stabilitätsanalyse ist aber nie gelungen, da es sehr schwierig ist, den Krümmungsradius der Stromlinien längs einer letztendlich doch andersartig gekrümmten oder, wie hier, geraden Wand zu definieren. Hinzu kommt, daß die Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen hier nicht gelten, wie in Unterabschnitt 4.1.2 gezeigt wurde. Dies gilt es auch bei den Abschätzungen zu beachten, die Inger (1986) [40] zu diesem Problem angestellt hat. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zeigen somit eine alternative Entstehungsmöglichkeit für Längswirbel hinter einer Ablöseblase auf, nämlich den Transitionsmechanismus selbst.

### 6.1.6 Auswirkungen auf das zeitlich mittlere Strömungsfeld

Der grundsätzliche Einfluß der Störungen auf die Grundströmung ist bereits in Abschnitt 4.1 vorgestellt worden. Hier wollen wir deshalb den Einfluß unterschiedlicher Störformen auf das zeitlich mittlere Strömungsfeld betrachten. In Abbildung 6.10 werden Grundströmungsverteilungen der Fälle L, F/S und O an verschiedenen  $x = const$  verglichen. Die Fälle F und S unterscheiden sich hier nicht, da die durchaus unterschiedlichen 3D-Störungen beider Fälle viel kleiner sind als die zweidimensionale Störung, so daß nur diese eine Auswirkung auf die Grundströmung im zeitlichen Mittel hat. Somit ist auch ersichtlich, daß der Unterschied zwischen diesen beiden Untersuchungen und Fall O auf den Einfluß dreidimensionaler Störungen zurückzuführen ist. Durch die Störungen erhält man im Wiederanlegegebiet fülligere Geschwindigkeitsverteilungen, die qualitativ um so mehr einer turbulenten Grenzschicht gleichen, je größer der Anteil dreidimensionaler Störungen ist (im Fall O  $\gg$  Fall F/S).

Die unterschiedliche Entwicklung der Formfaktoren  $H_{12}$  in Abbildung 6.11 unterstreicht die soeben gemachte Beobachtung: in den Fällen F/S geht der Formfaktor hinter der Ablöseblase bis auf 2,0 zurück und im Fall O sogar bis auf 1,5.  $H_{12} \approx 1,5$  ist ein für turbulente Plattengrenzschichten typischer Wert.

Wir halten fest, daß sich im Fall O hinter der Ablöseblase eine zeitlich mittlere Strömung

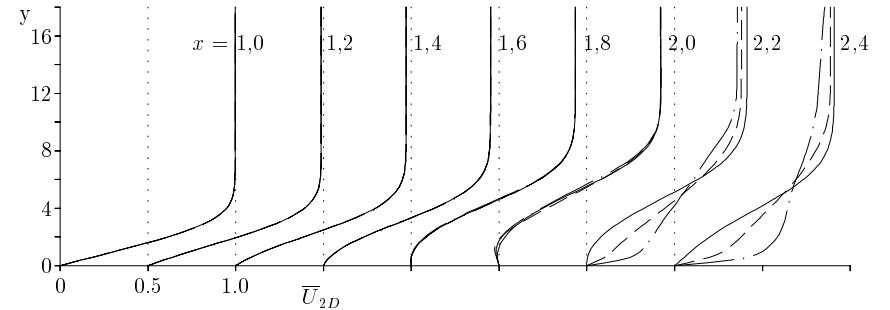


Abbildung 6.10: Vergleich der Geschwindigkeitsverteilungen der 2D-Grundströmung bei  $x = const$ ; (—) Fall L, (---) Fall F/S, (- · -) Fall O.

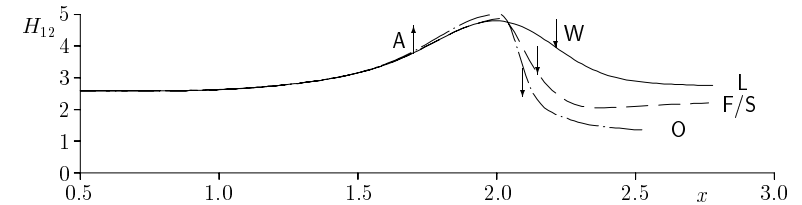


Abbildung 6.11: Vergleich der Formfaktoren bei unterschiedlichen Störformen. Fall L: lineare Störungen; Fall F/S: fundamentale/subharmonische Resonanz; Fall O: *Oblique Breakdown*.

einstellt, die einer turbulenten Grenzschicht sehr nahe kommt. In den Untersuchungen zur Sekundärinstabilität ist dies weniger der Fall, da dort im Bereich hinter der Blase zweidimensionale Wellen dominieren, deren Fronten parallel zur  $z$ -Achse verlaufen.

### 6.1.7 Kombinierte Störformen

In den vorangegangenen Unterabschnitten konnte gezeigt werden, daß zur Generierung einer turbulenten Wiederanlegengrenzschicht nichtlineare Interaktionen dreidimensionaler Störungen erforderlich sind. Ausgehend von der Beobachtung, daß schwach schräglauflende Wellen in gleichem Maße angefacht werden wie zweidimensionale, wurde zum Nachweis dieses Effekts ein Fall gewählt, bei dem schräglauflende Wellen von Anfang an dominieren. Über den anderen Extremfall, bei dem ebene Wellen größere Amplituden aufweisen als schräglauflende, wurde zuvor ebenfalls eingehend berichtet. Dabei konnte festgestellt werden, daß zweidimensionale Störungen großer Amplitude das Wachstum dreidimensionaler Störungen behindern. Hier soll nun zur Vervollständigung dieser Untersuchungen

über einen Fall berichtet werden, bei dem zwei- und dreidimensionale Störungen gleicher Amplitude auftreten.

Ausgehend von Fall O wurden verschiedene Kombinationen simuliert, bei denen zusätzliche 2D-Störungen subharmonischer, fundamentaler oder höherharmonischer Frequenz eingegeben wurden. Von diesen Fällen hat sich derjenige mit zusätzlicher fundamentaler 2D-Störung als der interessanteste erwiesen, da diese 2D-Störungen im linearen Bereich genauso stark angefacht werden wie die dreidimensionalen Moden  $(1, \pm 1)$ . Andere zweidimensionale Störungen müßten am Störstreifen mit wesentlich größeren Störampplituden angeregt werden, damit sie bis zum Erreichen der nichtlinearen Interaktion nicht auf ein bedeutungsloses Niveau abklingen.

Der wesentlichste Unterschied zu Fall O besteht nun darin, daß durch Hinzunahme einer  $(1, 0)$ -Störung jetzt auch „ungerade“  $(n \cdot \beta, k \cdot \gamma)$ -Störmoden auftreten, bei denen  $n \pm k$  ungerade ist, wie z.B. bei  $(0, \pm 1)$  oder  $(2, \pm 1)$ . Um die Unterschiede zu Fall O besser erkennen zu können, sind zunächst in Abbildung 6.12 a) nur „gerade“  $(n, k)$ -Moden im direkten Vergleich mit Fall O und in 6.12 b) die zusätzlichen ungeraden aufgetragen. Einige Störampplituden, wie z.B.  $(1, \pm 1)$ ,  $(0, \pm 2)$ ,  $(2, \pm 2)$  oder  $(1, \pm 3)$  sind bis  $x \approx 1,85$  gegenüber Fall O unverändert, danach sind sie jedoch kleiner. Die zusätzlichen Moden nehmen den Moden aus Fall O im nichtlinearen Sättigungsgebiet sozusagen „Energie weg“. Dies gilt ganz besonders für den Längswirbel  $(0, \pm 2)$ . Andere Moden sind allerdings zunächst auch stärker als im Fall O, so z.B.  $(2, 0)$  und  $(3, \pm 1)$  (hier ist zu beachten, daß die Moden  $(2, 0)$  und  $(2, \pm 2)$  im Fall O fast identische Amplituden haben).

Die Beobachtungen lassen sich einfach erklären: zu den Moden mit unveränderter Amplitude liefert die  $(1, 0)$ -Störung keinen Beitrag, zu den anderen aber entweder einen ganz direkten, z.B.  $(1, 0) + (1, 0) \rightsquigarrow (2, 0)$  oder einen indirekten, wie z.B.  $(1, \pm 1) + (1, 0) + (1, 0) \rightsquigarrow (3, \pm 1)$ . Wie schon zuvor in Fall O erkennt man in den Anfachungskurven in Abbildung 6.12 Resonanzpaare oder -Tripel daran, daß sie dieselbe Anfachungsrate aufweisen, so z.B.  $(0, \pm 2)$ ,  $(2, 0)$  und  $(2, \pm 2)$  in a) und  $(0, \pm 1)$  mit  $(2, \pm 1)$  in b). Der zugrundeliegende Instabilitätsmechanismus tritt also hier genauso auf, nämlich die nichtlineare Interaktion von Wellen im  $(\beta, \gamma)$ -Spektrum.

Die gemeinsame Darstellung gerader und ungerader Moden in Abbildung 6.13 zeigt, daß das Strömungsfeld in der Umgebung von **W** jetzt, wie zuvor im Fall F, von der 2D-Störwelle dominiert wird. Dies liegt daran, daß die zweidimensionale Störung primär geringfügig stärker angefacht ist als die 3D-Störung und dadurch offenbar die dreidimensionale Ent-

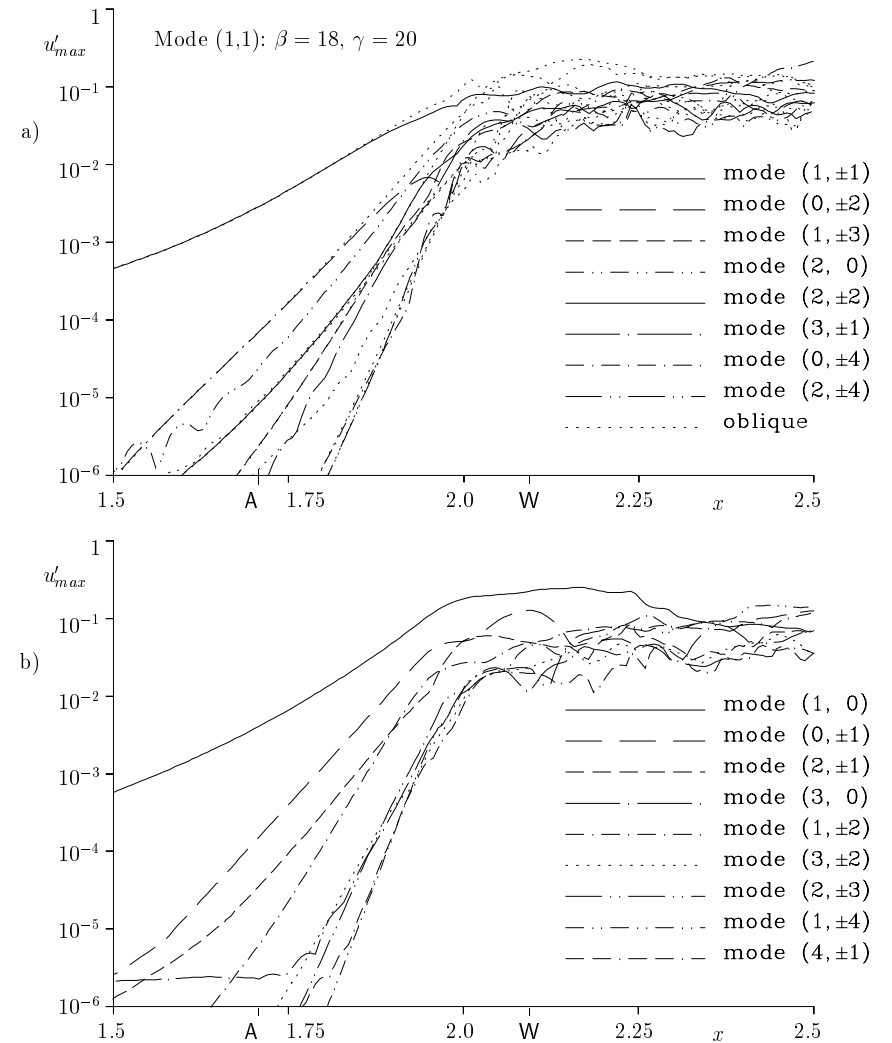


Abbildung 6.12: Anfachungskurven für große 2D- und 3D-Störampplituden. a) Gerade Moden  $(n + k)$  im direkten Vergleich mit Fall O; b) ungerade Moden  $(n + k)$ .

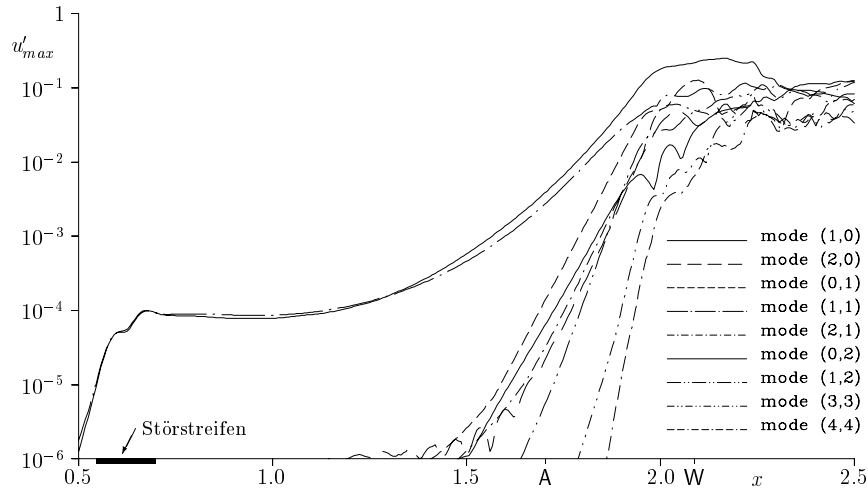
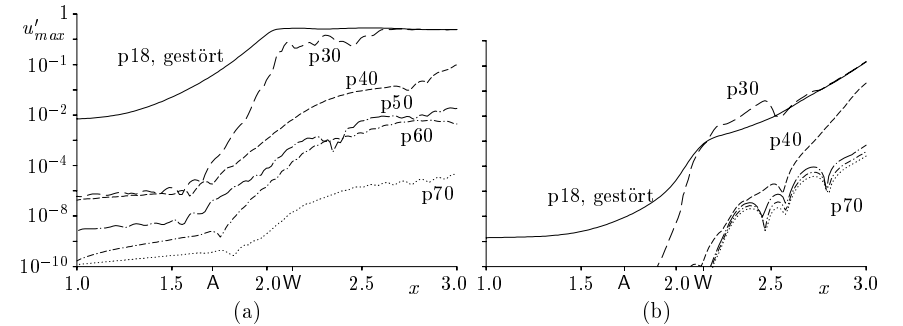


Abbildung 6.13: Anfachungskurven des kombinierten Falls.

wicklung verändert, sobald sich zweidimensionale nichtlinear gesättigte Wellen („Wirbel“) gebildet haben, so wie weiter oben bei den Untersuchungen zur Sekundärinstabilität. Ein weiterer Unterschied zu Fall O besteht auch darin, daß die stationären Anteile  $(0, \pm 1)$  bis W deutlich über die Anteile  $(0, \pm 2)$  dominieren, was dazu führt, daß sich die Wellenlänge der Längswirbel gegenüber Fall O verdoppelt. Auch diese Erscheinung läßt sich leicht erklären: die Interaktion zwischen  $(1, 0)$  und  $(1, \pm 1)$ , die die Moden  $(0, \pm 1)$  produziert, ist stärker als die Interaktion  $(1, \pm 1) - (1, \pm 1) \rightsquigarrow (0, \pm 2)$ , da  $(1, 0) > (1, \pm 1)$  ist. Gegen Ende des gezeigten Ausschnitts scheint sich aber wieder der  $(0, \pm 2)$ -Längswirbel aus Fall O durchzusetzen. Die grundsätzlichen Ergebnisse aus Fall O werden bei Eingabe weiterer Störungen bestätigt, man erhält zusätzlich noch tiefere Einblicke in die nichtlineare Interaktion einzelner Moden des  $(\beta, \gamma)$ -Spektrums.

### 6.1.8 Abschalten der Störungseingabe

Mit dieser Untersuchung soll für die Vorderkantenblase in Ergänzung zu den Stabilitätsuntersuchungen in Abschnitt 5.4 gezeigt werden, daß dieser Strömungsfall konvektiv instabil ist. Als Ausgangsbasis für diese Simulation wird die achtzehnte Störperiode von Fall S (vergl. 6.1.1 und 6.1.3) gewählt. Die Simulation wird ab diesem Zeitpunkt ohne Wandstörung ( $A_{vk} = 0$  in Gl. (3.17)) fortgesetzt. Im Falle konvektiver Instabilität wird

Abbildung 6.14: Räumlich-zeitliche Entwicklung der  $u'_{max}$ -Anfachungskurven nach dem Abschalten der Störungseingabe in Fall S; a) zweidimensionale Störung  $\beta = 18$ ; b) dreidimensionale Störung  $\beta = 9, \gamma = 40$ ; p18 – p70 = 18. – 70. Störperiode.

erwartet, daß die Störungen nach Abschalten der Störungseingabe langsam nach hinten abschwimmen und das Integrationsgebiet am Ausströmrand verlassen. Im Falle absoluter oder globaler Instabilität würden sich die einmal eingebrachten Störungen höchstens umformen, falls die anfängliche Störung nicht der instabilsten entsprechen sollte. Sie dürften aber in diesem Fall nicht verschwinden.

In Abbildung 6.14 erkennt man das Langzeitverhalten der Störmoden  $(1, 0)$  und  $(1/2, 1)$  aus Fall S bis zur siebzigsten Störperiode, d.h. zweiundfünfzig ursprüngliche Zyklen über das Abschalten hinaus. Die Störungen klingen für kleinere  $x$  schneller ab als für große (am Ausströmrand), wie für den konvektiven Fall erwartet. Dabei erkennt man in Abbildung 6.14 a) auch den numerischen Rundungsfehler des Verfahrens. Er liegt bei  $u'_{max} \approx 10^{-7}$  solange die Störungen am rechten Rand noch ihre volle Amplitude haben. Nachdem die anfänglichen Störungen den Ausströmrand passiert haben, klingt die zweidimensionale Störung aber rasch weiter ab. Bei der dreidimensionalen Störung erfolgt das anfängliche Abklingen schneller als zum Schluß. Ein kurzes Überschwingen in der dreißigsten Periode über die Kurve mit periodischer Störung ist auf einen durch das plötzliche Abschalten der Störquelle verursachten Abschaltimpuls zurückzuführen, der offenbar zu dreidimensionalen nichtlinearen Interaktionen führt.

Anhand der Frequenzspektrn der Wandwirbelstärke in Abbildung 6.15 soll nun geprüft werden, ob es zu einem „Umbau“ der Störung nach dem Abschalten der periodischen Störquelle kommt; in Abbildung 6.14 waren ja nur die anfangs gestörten Frequenzen betrachtet worden. In den anfänglichen Spektren erkennt man  $\beta_{2D} = 18, \beta_{3D} = 9$  und ihre Höherharmonischen. Bei dieser Gelegenheit sei nochmals auf die nichtlineare Interaktion

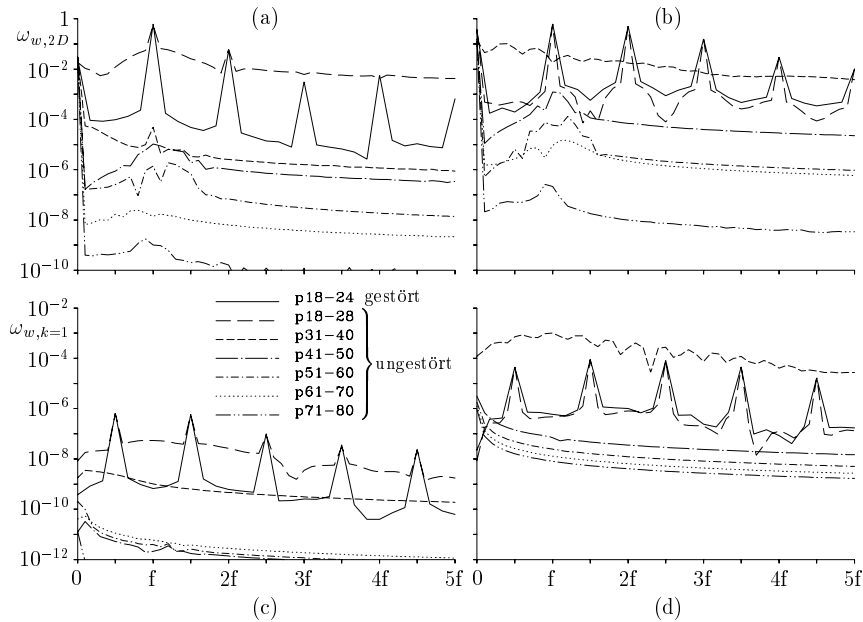


Abbildung 6.15: Frequenzspektren der Wandwirbelstärke nach Abschalten der Störungseingabe;  $f = \beta_{2D} = 18$ . a) 2-D,  $x = 2,0$ ; b) 2-D,  $x = 2,5$ ; c) 3-D,  $x = 2,0$ ; d) 3-D,  $x = 2,5$ .

der zwei- und der dreidimensionalen Störungen hingewiesen: die erste Höherharmonische der 3D-Störung erscheint deshalb nicht bei  $2 \cdot \beta_{3D} = 18$  sondern bei  $\beta_{3D} + \beta_{2D} = 27$  und die 3D-Harmonischen haben den Abstand  $\beta_{2D} = 18$ .

Auch die Spektren zeigen sowohl im zwei- als auch im dreidimensionalen Anteil eine vorübergehende Amplitudenerhöhung durch den Abschaltimpuls. Nach dem Verschwinden der periodischen Störungen, das, wie aus Abbildung 6.14 zu erwarten, für größere  $x$  länger dauert als für kleinere, erkennt man im Spektrum der zweidimensionalen Störung den aus Abschnitt 5.1 bekannten Instabilitätsbereich der angefachtesten TS-Wellen bei  $\beta = 18$ . Alle 2D-Frequenzen außer der Grundströmung bei  $\beta_{2D} = 0$  klingen rasch ab.

Die dreidimensionalen Störungen nehmen auch in dieser Darstellung, nachdem sich die anfängliche Störenergie über alle Frequenzen verteilt hat, wesentlich langsamer ab als die zweidimensionalen. Die größte Amplitude bleibt in den Anteilen mit  $\beta \rightarrow 0$ , also in Längswirbeln zurück. Dies liegt an den im Vergleich zu laufenden Wellen geringeren Phasengeschwindigkeiten und  $x$ -Gradienten von Längswirbelstörungen.

Trotz anfänglicher nichtlinearer Störampplituden und Wechselwirkungen zwischen zwei- und dreidimensionalen Störungen, klingen alle Störungen nach Abschalten des Störstreifens an der Wand mit der Zeit ab. Die vorliegende laminare Ablöseblase ist also eindeutig konvektiv instabil. Damit kann außer der in Abschnitt 5.4 bereits ausgeschlossenen absoluten Instabilität auch jegliche globale Instabilität ausgeschlossen werden.

### 6.1.9 Zusammenfassung

Bevor wir mit der Untersuchung der „Ablöseblase in Profilmittte“ fortfahren, sollen die bisher erhaltenen Ergebnisse der DNS kurz zusammengefasst werden, damit der Leser den Überblick nicht verliert.

Analog zu früheren Untersuchungen in der Blasius-Grenzschicht wurden verschiedene der dort identifizierten Instabilitätsmechanismen in einer Grenzschicht mit laminarer Ablöseblase untersucht: Primärinstabilität, Sekundärinstabilität in Form subharmonischer und fundamentaler Resonanz und die nichtlineare Interaktion schräglauferender Wellen. Die Ablöseblase wirkt stark destabilisierend auf die Grenzschicht, so daß die Anfachungsraten der Primärinstabilität gegenüber Blasius um wenigstens eine Größenordnung ansteigen. Dies führt unter anderem dazu, daß die Unterschiede zwischen Primär- und Sekundärinstabilität nicht so markant sind wie in der Blasius-Grenzschicht.

In allen Untersuchungen zur Sekundärinstabilität wurde festgestellt, daß diese nur kurzfristig auftritt und sich abschwächt, sobald die 2D-Störung die Grundströmung nichtlinear verformt hat. In diesen Fällen bleibt die Wiederanlegeströmung dominant zweidimensional und die 3D-Störungen wachsen verlangsamt weiter. Da aber moderat schräglauferende Wellen ( $\phi < 30^\circ$ ) im Bereich der Primärinstabilität fast genauso stark angefacht werden wie 2D-Störungen, wurde auch die direkte nichtlineare Interaktion schräglauferender Wellen untersucht. Hierbei wurde ein nichtlineares Anwachsen kleiner dreidimensionaler Störungen bis zur nichtlinearen Sättigung beobachtet. Die dadurch entstandene zeitlich mittlere Strömung weist die qualitativ besten turbulenten Grenzschichtgeschwindigkeitsverteilungen auf. Außerdem treten Längswirbel im Wiederanlegebereich auf.

Die Tragweite der hier erzielten Ergebnisse kann derzeit noch nicht vollständig abgeschätzt werden. Bisher war vermutet worden, daß die in der turbulenten Grenzschicht hinter manchen laminaren Ablöseblasen anzutreffenden Längswirbel durch eine Görtler-Instabilität verursacht werden. Mangels geeigneter Daten zur Görtler-Instabilität für turbulente Grenzschichten und da die Stromlinienkrümmung (als Ersatz für die nicht vorhandene konkave



Wandkrümmung) nicht eindeutig definiert ist, konnte diese These jedoch nie quantitativ überprüft werden. Mit den hier vorgestellten DNS bietet sich zum ersten Mal die Möglichkeit, das Auftreten von Längswirbeln nicht nur qualitativ (als Folge des Umschlagprozesses) zu erklären, sondern möglicherweise auch quantitativ zu belegen. Dieser Aspekt könnte in Parameteruntersuchungen experimenteller Tragflügelgrenzschichten studiert werden.

Die in den bisherigen Arbeiten identifizierten Mechanismen sind die Primärinstabilität und die nichtlineare Interaktion zwei- und dreidimensionaler Störungen. Die Diskussion der Ergebnisse mit Experimentatoren hat gezeigt, daß als nächstes eine Erweiterung des untersuchten Reynolds-Zahlbereichs zu größeren Re-Zahlen sinnvoll wäre. Über diese Untersuchungen wird im nächsten Abschnitt berichtet. Sie sollen klären, inwieweit die bisher gemachten Beobachtungen verallgemeinert werden dürfen.

## 6.2 Ablöseblase in Profilmitte

Anhand des zweiten Grundströmungsfalls soll nun untersucht werden, ob die in Abschnitt 6.1 beobachteten nichtlinearen Effekte auch bei höherer Grenzschicht-Reynoldszahl auftreten ( $Re_{\delta_1} = 1722$  statt  $Re_{\delta_1} = 330$  am linken Rand). Die hier verwendete Grundströmung wurde bereits in Abschnitt 4.2 und die Ergebnisse für kleine Störampplituden in Abschnitt 5.5 beschrieben.

Nachdem hier im Unterschied zu Abschnitt 6.1 das numerische Verfahren in Gesamtströmungsformulierung verwendet werden muß, bei dem die am oberen Rand verwendete Randbedingung (3.13) keine Störgeschwindigkeiten zuläßt, soll im Unterabschnitt 6.2.1 zunächst gezeigt werden, wie sich die alternative Randbedingung auswirkt, die auf dem interaktiven Grenzschichtwechselwirkungsmodell (3.14 + 3.15) nach Gruber (1988) [30] aufbaut. Daran anschließend wird in Unterabschnitt 6.2.2 gezeigt, was bei der hier betrachteten Ablöseblase in Profilmitte passiert, wenn man ohne aktive Wandstörungen rechnet. In den letzten beiden Unterabschnitten 6.2.3 und 6.2.4 wird zunächst über Untersuchungen zur Sekundärinstabilität und dann zum *Oblique Breakdown* berichtet.

### 6.2.1 Zur Eignung des Interaktionsmodells

Ein erster Test des in Gleichung (3.15) definierten Interaktionsmodells bestand darin, die Übereinstimmung der aus der  $v'(x, y, t)$ -Verteilung einer Tollmien-Schlichting-Welle

in der Blasius-Grenzschicht berechnete Störung  $u'(x, y_M, t) = U_0(x, y_M, t) - U_M(x)$  mit der tatsächlichen Störung der TS-Welle am oberen Rand zu vergleichen. Dabei zeigte sich, daß das Interaktionsmodell in der Lage ist, aus der momentanen Verdrängungsdicke über Gl. (3.15) den zugehörigen momentanen  $u'(x)$ -Geschwindigkeitsverlauf am oberen Rand zu berechnen. Da dies für beliebige Zeitschritte  $t = const$  gelingt, funktioniert dieses Modell auch für den gesamten instationären TS-Schwingungszyklus. Die durch  $u' \neq 0$  am oberen Rand entstehenden zusätzlichen Gradienten in  $x$ -Richtung gehen dann über  $\partial v / \partial y = -\partial u / \partial x$  als Randbedingung wiederum in die  $v$ -Berechnung ein. Somit scheint das Interaktionsmodell nach Gruber eine deutliche Verbesserung zu der Randbedingung (3.13) zu sein, bei der nach Definition  $u'(x, y_M, t) = 0$  ist.

Ein Problem wurde bei diesem ersten Test aber noch ausgeklammert: Wir sind davon ausgegangen, daß  $v'(x, y_M, t)$  bekannt ist und haben dann festgestellt, daß sich daraus  $u'(x, y_M, t)$  und daraus wiederum  $\partial v / \partial y$  korrekt berechnen lassen. Wird sich jedoch bei Verwendung des Interaktionsmodells von Anfang an die richtige  $v$ -Störung einstellen? In weiteren Testrechnungen ist also zu klären, ob das Interaktionsmodell aus sich heraus korrekte TS-Störwellen erzeugt. Zum Nachweis der „richtigen“ Lösung dient der Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie. Für die Blasius-Grenzschicht gelingt dieser Nachweis.

Ergebnisse derartiger Testrechnungen für die Ablöseblase in Profilmitte, die mit zwei verschiedenen  $v$ -Störampplituden  $A_{v0}$  an der Wand durchgeführt wurden, zeigt Abbildung 6.16. Obwohl als Grundströmung zur Berechnung der Anfachung nach der linearen Stabilitätstheorie die zeitlich mittlere Strömung verwendet wurde, die sich in der Simulation für die jeweilige Störampplitude eingestellt hat, ist die Übereinstimmung der Anfachungskurven mit der Theorie sehr schlecht. An der Störstelle ist die tatsächlich zu beobachtende Störampplitude ungefähr zehnmal so groß wie sie nach der linearen Stabilitätstheorie sein sollte. Erst weiter stromabwärts wird dann die Übereinstimmung mit steigender Anfachungsrate besser. Dieses Ergebnis ist im Vergleich zu unseren bisherigen Beobachtungen überraschend. Bei der hier betrachteten größeren Grenzschicht-Reynoldszahl (größeres  $x$ ) sind geringere nichtparallele Effekte als bei der Vorderkantenblase und deshalb eher bessere Übereinstimmung mit der linearen Stabilitätstheorie zu erwarten als dort, so daß dieser Effekt als Erklärung ausscheidet. Als Ursache für die hier beobachteten Abweichungen vermuten wir deshalb eine Rückkoppelung der Störungen im nichtlinearen Sättigungsgebiet über das Interaktionsmodell am oberen Rand.

Zur Abschätzung eines solchen Effekts dienen die Darstellungen in Abbildung 6.17. Im oberen Bildteil erkennt man die momentane  $v$ -Geschwindigkeitsverteilung am oberen

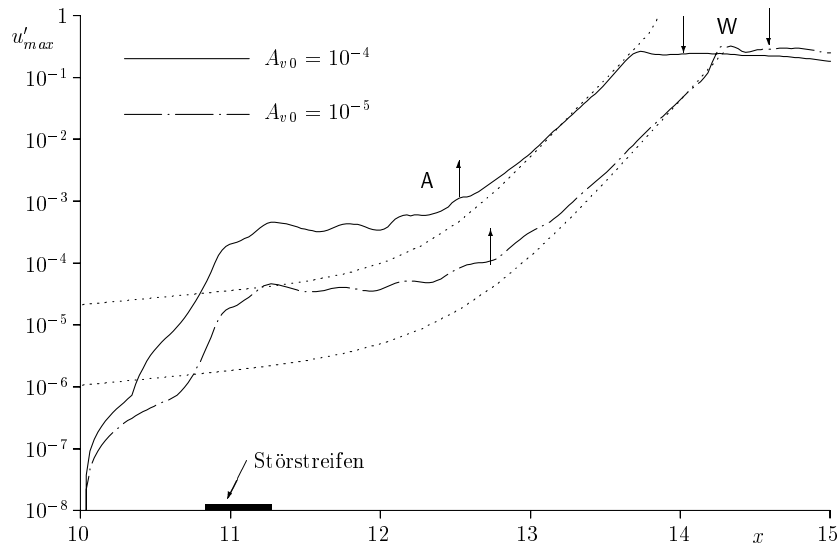


Abbildung 6.16: Anfachungskurven von 2D-Störungen mit der Frequenz  $\beta = 5$  in der Ablöseblase in Profilmittte bei Verwendung des Interaktionsmodells nach Gruber [30] am oberen Rand (Gleichung 3.14 und 3.15) und unterschiedlicher Wandstörampplitude  $A_{v0}$ ; Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie (···).

Rand, die aus einer numerischen Simulation ohne Interaktionsmodell mit  $A_{v0} = 10^{-5}$  stammt. Man beobachtet darin ab  $x \approx 14$  eine TS-Welle großer Amplitude, d.h. nur der rechte Teil der  $v$ -Kurve schwingt, der linke ist stationär, da es sich bei ihm um die  $v$ -Komponente aus der Verdrängung der Grenzschicht durch die Ablöseblase handelt. Zur Untersuchung der Dynamik des Interaktionsmodells wird nun ein  $v_w$ -Dipol betrachtet, der die nichtlineare TS-Welle bei der  $x$ -Stelle modelliert, an der sie als erstes beobachtet werden kann. Die Dipolverteilung wird in Abbildung 6.17 b) gezeigt. Die dritte (durchgezogene) Kurve zeigt die  $U$ -Geschwindigkeitskomponente, die sich aus der  $v_w$ -Verteilung über Gleichung (3.15) ergibt. Aufgrund des Cauchy-Integrals in (3.15) klingt die Wirkung von  $v_w$  auf  $U$  mit dem Kehrwert des Abstands ab, d.h. zunächst relativ rasch und dann immer langsamer.

Ganz anders verhält es sich mit der als gestrichelte Linie miteingezeichneten Anfachungskurve aus der linearen Stabilitätstheorie. Sie hängt allein von der lokalen Grundströmung ab und verläuft deshalb zunächst sehr flach und im Bereich der Ablöseblase sehr steil. Störungen, die gemäß der linearen Theorie angefacht werden und bei  $x = 14$  gerade die

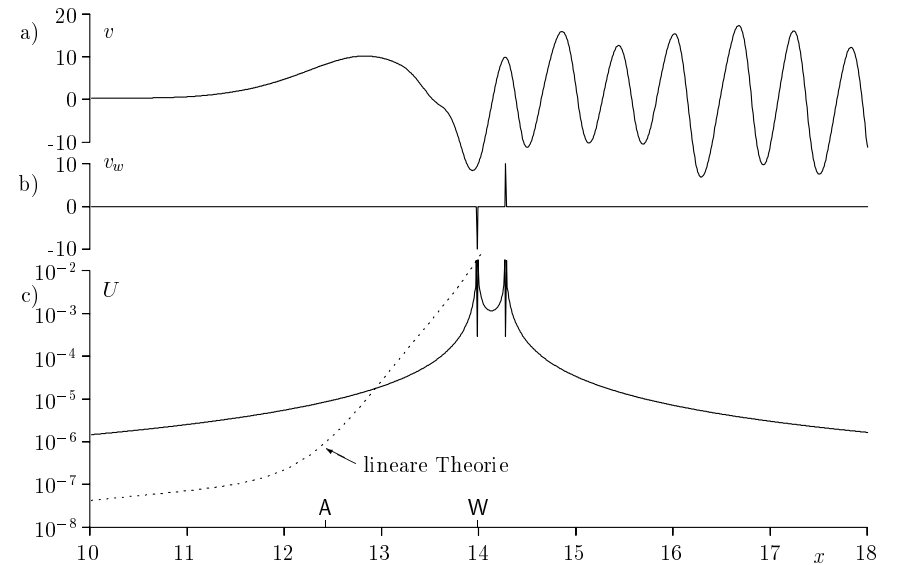


Abbildung 6.17: Testrechnung zum Interaktionsmodell nach Gruber [30]; a)  $v$ -Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand aus der Simulation; b) Dipolmodell  $v_w(x)$  für die TS-Schwingung im Punkt nichtlinearer Sättigung; c)  $U_0(y_M) - U_M(x)$  nach Gl. (3.15).

Amplitude der  $u'$ -Störung nach dem Interaktionsmodell erreichen sollen, wären demnach für  $x < 13$  nicht zu erkennen, da sie dort von der Rückwirkung des Cauchy-Integrals verdeckt werden. Die Störampplitude, die man beobachtet, ist dann gut zehnmal größer als die Amplitude nach der Theorie. Dies erinnert stark an Abbildung 6.16. Demnach kommt es also tatsächlich zu einer Rückwirkung der Störungen über das Interaktionsmodell. Die Rückwirkung kann jedoch mehrere Effekte haben: sie könnte zur Generierung von Störungen am linken Rand durch Reflexion oder im Feld durch Rezeptivität aufgrund der am oberen Rand vorhandenen zusätzlichen Störampplituden führen, oder sie könnte auch nur die tatsächliche TS-Anfachungskurve im linken Bildteil überlagern, so wie in Abb. 6.17 zu erkennen. Beide Effekte würden zu zusätzlichen Störungen führen, die sich mit der über die Wand eingeleiteten Tollmien-Schlichting-Welle überlagern und dann anhand lokaler Schwankungen in den Fourieramplituden der Störung erkannt werden könnten. In Abbildung 6.16 beobachtet man tatsächlich eine Abfolge lokaler Maxima und Minima im Bereich kleiner Störampplituden. Eine quantitative Aufspaltung in die oben vermuteten Einzeleffekte kann aufgrund dieser Beobachtung jedoch noch nicht erfolgen.

Aus Abbildung 6.17 wird aber auch klar, warum das Interaktionsmodell bei weniger instabilen Strömungen, wie z.B. in der eingangs erwähnten Testrechnung in der Blasius-Grenzschicht funktioniert hat: die Rückwirkung des Cauchy-Integrals in Gl. (3.15) ist, unabhängig von der Grundströmung, immer gleich stark, so wie in Abb 6.17 c) als durchgezogene Linie gezeigt. Wenn die Grundströmung dann hydrodynamisch weniger instabil ist (Blasius), verläuft die Anfachungskurve aus der linearen Theorie bis zur nichtlinearen Sättigung vergleichsweise flach und deshalb immer oberhalb der Rückwirkungskurve, so daß es nicht zu den oben festgestellten Überlagerungseffekten kommt. Da dieser Fall in der hier betrachteten Grenzschicht mit Ablöseblase jedoch nicht vorliegt, kann das Interaktionsmodell in den folgenden instationären Untersuchungen nicht verwendet werden<sup>1</sup>.

### 6.2.2 Rechnung ohne Wandstörung

In Abschnitt 4.2 wurde bereits erwähnt, daß die Ablöseblase in Profilmittte bei Rechnung ohne Wandstörung trotz durchweg stationärer Randbedingungen instationäre Fluktuationen aufweist, deren Ursache nach den Ergebnissen von Gruber (1988) [30] die Anfachung kleiner numerischer Störungen bis zur nichtlinearen Sättigung durch die große hydrodynamische Instabilität dieses Strömungsfalls ist. Im vorliegenden Unterabschnitt soll dieser Fall anhand von Zeitsignalen der  $u$ -Geschwindigkeitskomponente der wandnächsten Gitterlinie (wegen  $\omega_w = \partial u / \partial y$  proportional zur Wandschubspannung) in Abbildung 6.18 etwas genauer vorgestellt werden, um so einen gewissen Einblick in den „numerischen Störungshintergrund“ der Simulationen weiter unten zu erhalten. Dieser wird bei den Untersuchungen zum *Oblique Breakdown* in Unterabschnitt 6.2.4 noch eine Rolle spielen, da dort ebenfalls keine zweidimensionalen Störungen eingeleitet werden, d.h.  $A_{v_0} = 0$  ist.

Die Zeitsignale in Abbildung 6.18 weisen neben unterschiedlichen Mittelwerten, niederfrequente und hochfrequente Schwingungen auf. Mit wachsendem  $x$  nimmt der Mittelwert der Zeitsignale ab, da ja die Wandschubspannung mit der Annäherung an die Ablöseblase immer kleiner wird. Kurven mit negativem Mittelwert befinden sich in der Blase. Vor der Ablöseblase beobachtet man nur niederfrequente Störungen, dahinter auch hochfrequente. Da die Zeitachse dieser Simulation mit 500 Zeitschritten für die (fiktive) Frequenz  $\beta = 5$  diskretisiert wurde, kann man die zugehörigen Frequenzen, die sich von Abschnitt zu Abschnitt unterscheiden können, ermitteln. Eine Periode von 12500 Zeitschritten gehört zur

<sup>1</sup>Inzwischen haben Maucher *et al.* (1998) [54] das Interaktionsmodell, durch Abschalten der Stromaufwirkung, sobald die Störung am oberen Rand kleiner einer Schranke ist und durch Berücksichtigung des Abstands des oberen Rands von der Wand, so weit verbessert, daß es für laminare Ablöseblasen in Profilmittte eingesetzt werden kann.

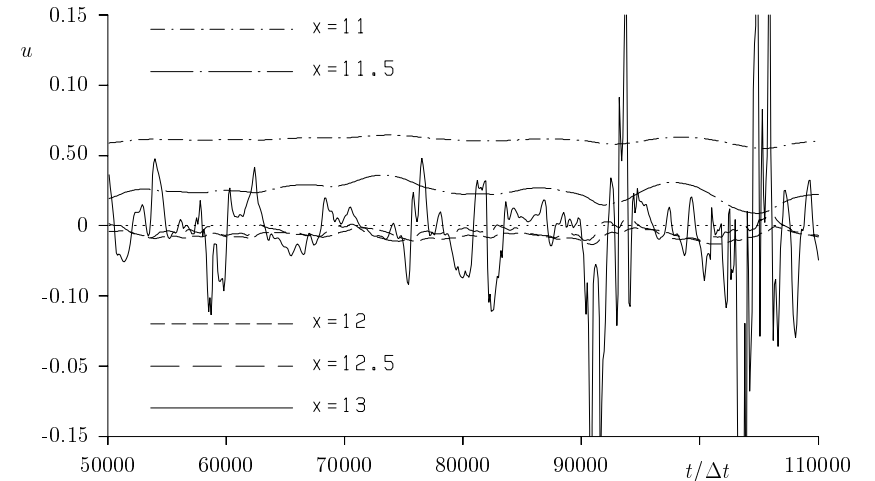


Abbildung 6.18: Zeitsignale der  $u$ -Geschwindigkeitskomponente bei  $y = 0,726$  und  $x = const$  aus der Simulation ohne Wandstörung.

Frequenz  $\beta = 0,2$  und die Periode 1000 entspricht  $\beta = 2,5$ . Maximale Störungsanfachung wäre nach den Ergebnissen in Abbildung 5.11 zunächst in der Gegend von  $\beta \approx 4$ , für größere  $x$  dann auch bei höheren Frequenzen zu erwarten. Die hochfrequenten Störungen liegen also innerhalb des Instabilitätsbereichs aus der linearen Stabilitätstheorie. Die niederfrequente Störung mit  $\beta \approx 0,2$  liegt jedoch außerhalb des Frequenzbereichs instabiler Tollmien-Schlichting-Wellen, insbesondere für kleine  $x$ . Bei ihr handelt es sich offenbar um die in der Literatur mit *Flapping* bezeichnete Erscheinung. Wenn die Ablöseblase durch diesen Vorgang größer wird, dann wird auch die Rückströmung an der Wand stärker. Immer wenn dies auftritt, erkennt man in den Zeitsignalen hinter der Ablöseblase z.B. für  $t/\Delta t \geq 90000$  hochfrequente Störungen wachsender Amplitude. Durch nichtlineare Veränderung der Grundströmung (vergl. Unterabschnitt 4.2.2), wird die Ablöseblase dann wieder kleiner, hydrodynamisch stabiler und die hochfrequenten Störungen verschwinden. Da die Blase anschließend wieder größer wird, beginnt der gesamte Zyklus erneut von vorne. Weitere Untersuchungen zu diesem interessanten Fall werden derzeit von U. Maucher an einem dem Experiment im Laminarwindkanal der Universität Stuttgart angepaßten Strömungsfall mit Ablöseblase in Profilmittte durchgeführt. Er wird in seiner Dissertation darüber berichten. Im folgenden wollen wir uns nun den angekündigten Simulationen zur Sekundärinstabilität zuwenden.

### 6.2.3 Untersuchungen zur Sekundärinstabilität

Hier wird über analoge Untersuchungen zur subharmonischen und fundamentalen Resonanz wie bei der Vorderkantenblase in Abschnitt 6.1 berichtet. In Anlehnung an die dort bereits eingeführten Bezeichnungen werden diese Fälle hier mit Fall  $S_2$  bzw.  $F_2$  bezeichnet. Die zweidimensionale Tollmien-Schlichting-Welle wird in beiden Fällen mit  $\beta_{2D} = 5$  und  $A_{v0} = 10^{-4}$  erzeugt. Schräglaufige Wellen werden bei  $\gamma = 10$  und  $\gamma = 20$  untersucht. Im Fall  $S_2$  beträgt  $\beta_{3D} = 2,5$  bei  $A_{vk} = 10^{-7}$  und im Fall  $F_2$  liegt  $\beta_{3D}$  bei 5 und die Störampplitude beträgt  $A_{vk} = 10^{-9}$ . Die subharmonischen Störungen im Fall  $S_2$  werden auch hier, aufgrund der dadurch verbesserten Rezeptivität, in einem im Vergleich zur fundamentalen Tollmien-Schlichting-Welle ungefähr doppelt so breiten Störstreifen eingeleitet.

Eine Übersicht über die Störungsentwicklung in beiden Untersuchungen gibt Abbildung 6.19 anhand von Anfachungskurven bei  $u'_{max}$  und den daraus berechneten Anfachungsraten  $\alpha_i = -d/dx \ln u'_{max}$ . Generell verhalten sich alle Störungen erneut wie bei der Vorderkantenblase in Abschnitt 6.1

- anfängliches Wachstum gemäß der linearen Stabilitätstheorie. Außer bei  $\beta = 2,5$ ,  $\gamma = 20$  sind die Abweichungen so gering, daß man sie erst beim direkten Vergleich von  $\alpha_i$  mit der linearen Theorie erkennt.
- äußerst geringe nichtparallele Effekte bei kleiner Querwellenzahl  $\gamma$
- vorübergehende Erhöhung der Anfachungsrate subharmonischer 3D-Störungen bei beiden Querwellenzahlen
- keine nennenswerte fundamentale Resonanz
- Reduzierung („Abknicken“) der Anfachungsraten bei Sättigung der 2D-Störung
- Anfachung von Höherharmonischen, die die Fundamentalstörungen im Gebiet nichtlinearer Sättigung einholen, und so erneut auf die Bildung neuer 3D-Strukturen hinweisen

Die in Abschnitt 6.1 vorgestellten Ergebnisse zur Sekundärinstabilität treten also auch bei größeren Reynolds-Zahlen (bezogen auf die Verdrängungsdicke) auf.

Eine systematische Abweichung zur linearen Theorie tritt lediglich im Fall  $S_2$  bei der größeren Querwellenzahl  $\gamma = 20$  auf. Wie die Analyse des Anfachungsverhaltens der Wandwirbelstärkekomponente  $\Omega_{z2}$  gezeigt hat, handelt es sich dabei um einen starken

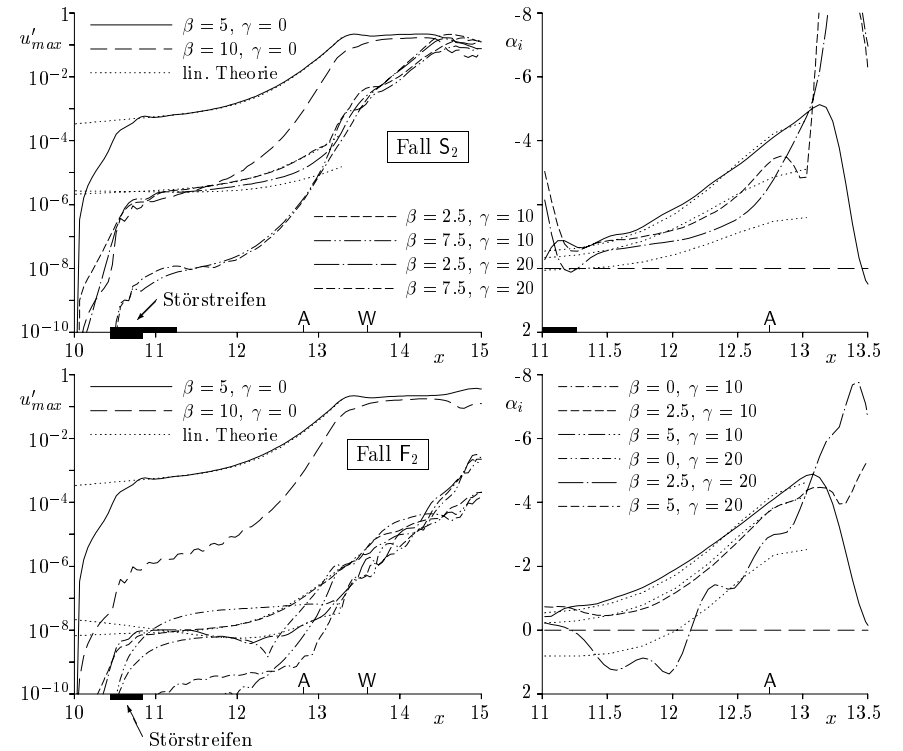


Abbildung 6.19: Anfachungskurven (links) und Anfachungsraten (rechts) in den Untersuchungen zur Sekundärinstabilität in der Ablöseblase in Profilmitt; Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie ( $\cdots$ ).

*nichtparallelen Effekt*, da diese sich genau nach der linearen Theorie verhält. Die nichtlinear generierten Höherharmonischen  $\beta = 7,5$  wachsen bis  $x \approx 13$  in etwa parallel zur 2D-Höherharmonischen an. Danach anschließend kommt es zu einer kurzfristigen Anfachungserhöhung, die auf einer subharmonischen Resonanz mit der 2D-TS-Welle beruhen könnte. Dabei ist die Anfachungsrate beider schräglaufiger Wellen ungefähr gleich groß. Dies bedeutet jedoch im Vergleich zur linearen (Primär-) Instabilität einen stärkeren Anfachungsanstieg bei der Welle mit der größeren Querwellenzahl. Dies ist auch schon bei der Vorderkantenblase in Fall  $S$  aufgetreten. Weitere Einblicke geben die Ergebnisse einer Sekundärinstabilitätsanalyse mit der schon in Unterabschnitt 6.1.2 verwendeten Methode, die weiter unten im Zusammenhang mit Abbildung 6.20 diskutiert werden.

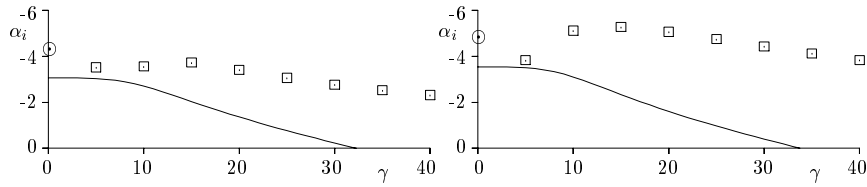


Abbildung 6.20: Vergleich von Anfachungsraten aus der Sekundärinstabilitätstheorie für schräglaufige subharmonische Wellen der Frequenz  $\beta = 2,5$  ( $\square$ ) mit der Primärinstabilität (lineare Theorie, —) bei  $x = 12,7$  (links) und  $x = 13$  (rechts).  $\odot$  = primäre Anfachungsrates der geraden TS-Welle ( $\beta = 5$ ).

Im Fall  $F_2$  ist kaum eine zusätzliche Anfachungserhöhung gegenüber der linearen Theorie feststellbar. Die Anfachungsraten der linearen Theorie setzen sich im Wiederanlegebereich scheinbar fort. Dies hat jedoch nichts mit der Primärinstabilität zu tun, wie die in Abbildung 6.19 mit eingezeichneten Höherharmonischen ( $\beta = 10$ ) und Längswirbelmoden ( $\beta = 0$ ) zeigen, die fast identische Amplituden zu den schräglaufigen Wellen aufweisen. Die 3D-Störungsentwicklung im Fall  $F_2$  ist also von Anfang an nichtlinear, ohne daß es deshalb zu einer raschen Umschlagsentwicklung kommt. Man beobachtet lediglich, daß die 3D-Störung mit der größeren Querwellenzahl, d.h. mit der kleineren  $z$ -Wellenlänge, hinter der Blase schneller wächst als die andere.

Ergebnisse von Stabilitätsuntersuchungen, bei denen für festgehaltene 2D-Amplitude aus der DNS die Querwellenzahl  $\gamma$  variiert wurde, zeigt Abbildung 6.20. Lokale  $U$ -Grundströmungsverteilungen und zweidimensionale  $u$ - und  $v$ -Störverteilungen wurden aus der Simulation von Fall  $S_2$  übernommen, 2D-Wellenzahl  $\alpha$  und Phasengeschwindigkeit  $c_r$  aus der linearen Stabilitätstheorie. Bei  $x = 12,7$  beträgt die 2D- $u'_{max}$ -Störampplitude gerade 1% und bei  $x = 13$  liegt sie bei 4%. Im direkten Vergleich mit der primären Anfachung nach der linearen Stabilitätstheorie wird die Steigerung der Anfachungsraten durch Sekundärinstabilität deutlich, sie nimmt mit der TS-Amplitude und mit der Wellenzahl  $\gamma$  zu. Das Anfachungsmaximum liegt bei  $\gamma \approx 15$  und die in der DNS verwendeten 3D-Störungen mit  $\gamma = 10$  und  $\gamma = 20$  sind ungefähr gleich stark angefacht. Dies deckt sich mit der Beobachtung in Abbildung 6.19.

Einerseits ist die sekundäre Anfachungsrates am Maximum gerade mal doppelt so groß wie die nach der primären, linearen Theorie. Andererseits ist sie bei  $x = 12,7$  etwas geringer und bei  $x = 13$  leicht größer als die primäre Anfachung der fundamentalen 2D-Welle (hier als  $\odot$  miteingezeichnet). Aus diesen Gründen dürfte die Sekundärinstabilität in laminaren Ablöseblasen im Experiment schwer nachzuweisen sein.

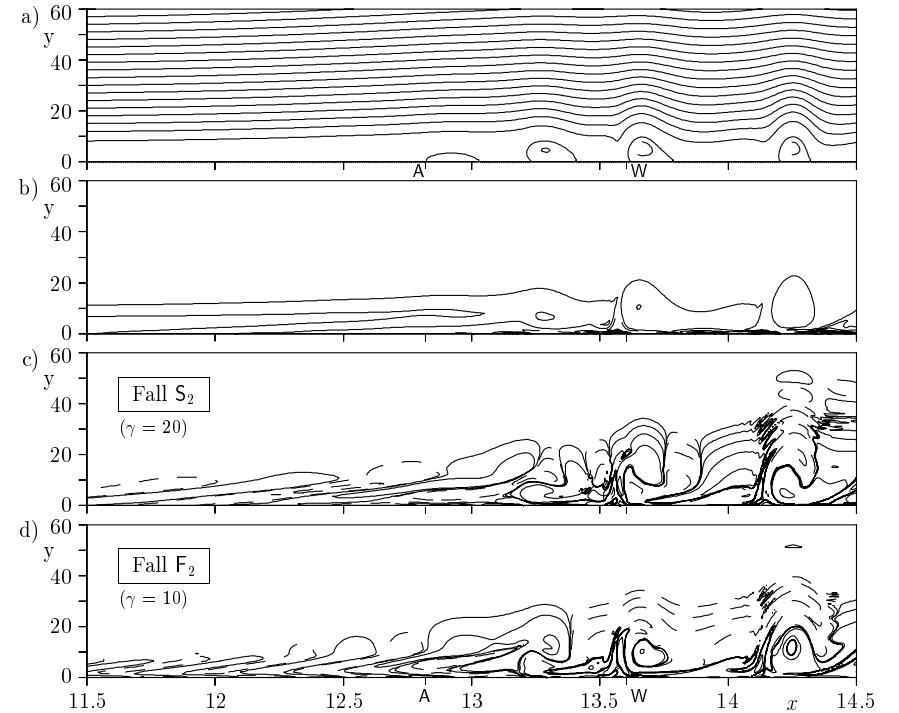


Abbildung 6.21: Momentanes Strömungsfeld aus den Untersuchungen zur Sekundärinstabilität in der Ablöseblase in Profilmittte. a) 2D-Stromlinien  $\psi = 0, 3, 6, \dots$ ; b) 2D-Wirbelstärke  $\Omega_{20} = \pm 0,04, 0,08, 0,12, \dots, 0,56$ ; c) 3D-Wirbelstärke  $\Omega_{22} = \pm 10^{-6}, \pm 10^{-5}, \dots, \pm 10^{-2}$ ; d) 3D-Wirbelstärke  $\Omega_{21} = \pm 10^{-9}, \pm 10^{-8}, \dots, \pm 10^{-4}$ ; negative Werte gestrichelt.

Die Anfachungskurven in Abbildung 6.19 haben gezeigt, daß eine enge Kopplung aller dreidimensionalen Störanteile auftritt, sobald sich die zweidimensionale Störung nichtlinear sättigt. Man kann deshalb vermuten, daß es auch bei der hier untersuchten Ablöseblase zu zweidimensionalen „Wirbeln“ hinter der Blase kommt, die die 3D-Störverteilung in der Ablöseblase „aufgreifen“ und „umverteilen“. Diesen Vorgang zeigt Abbildung 6.21 in einer zu Abb. 6.6 analogen Darstellung für Fall  $S_2$  und  $F_2$ . Da das zweidimensionale Strömungsfeld im gezeigten Ausschnitt in beiden Fällen identisch ist, wird es nur einmal verwendet. Die miteingezeichneten Ablöse- und Wiederanlegestellen (A und W) beziehen sich auf die zeitlich mittlere Strömung aus Abbildung 4.7 (unten).

Von der Ablöseblase selbst ist in den Momentanstromlinien im Vergleich zum zeitlichen

Mittel in Abbildung 4.7 (unten) nur noch ein kleiner Rest zu sehen. Hinter der Ablöseblase führt die ebene TS-Welle großer Amplitude zu lokalen Wirbelstärkekonzentrationen und zu weiteren momentanen Ablösezonen mit geschlossenen Stromlinien.

Im direkten Vergleich der dreidimensionalen subharmonischen Störungen aus Fall  $S_2$  mit den fundamentalen Störungen aus Fall  $F_2$  erkennt man sehr schön die unterschiedliche Wellenlänge dieser Störungen aufgrund der unterschiedlichen Frequenz. Beide werden dann bei  $x \approx 13,25$  von der ebenen TS-Welle aufgegriffen und umverteilt. Die Lage der dabei entstehenden  $\Omega_{2k}$ -Maxima deckt sich in beiden Fällen mit den Maxima der 2D-Wirbelstärke, wie schon zuvor bei der Vorderkantenblase. Im Fall  $S_2$  alternieren die Vorzeichen aufeinanderfolgender Strukturen aufgrund der subharmonischen Frequenz. Die Untersuchungen dieses Unterabschnitts bestätigen also die Ergebnisse aus Abschnitt 6.1.

### 6.2.4 Umschlag durch schräglauflende Wellen

Dieser Fall wird hier in Anlehnung an weiter oben als Fall  $O_2$  bezeichnet. Bei  $x \approx 10,6$  werden dreidimensionale Störungen mit  $\gamma = 7,5$  und  $A_{v1} = 10^{-4}$  eingeleitet. Die Diskretisierung der Spannweitenrichtung wird bei  $K = 8$  abgebrochen. In  $x$ -Richtung werden ca. 50 Gitterpunkte pro Wellenlänge  $\lambda_x$  verwendet.

Abbildung 6.22 zeigt die Anfachungskurven verschiedener Moden des Frequenz-Querwellenzahl-Spektrums. Neben der Fundamentalwelle (1,1), die sich bis zur nichtlinearen Sättigung gemäß der linearen Stabilitätstheorie verhält, erkennt man auch relativ große 2D-Störungen [(1,0) und (2,0)], obwohl diese nicht an der Wand eingeleitet wurden, da  $A_{v0} = 0$  ist. Diese Störungen stammen aus dem Spektrum des ungestörten Falls in Unterabschnitt 6.2.2, das sich durch niederfrequentes Driften (*Flapping*) der abgelösten Scherschicht ergibt. Offenbar sorgt eine Interaktion der (1,0)-Störung mit der (1,1)-Störung dafür, daß auch eine (0,1)-Störung entsteht, die zwischendurch so groß wird wie die (0,2)-Mode des *Oblique*-Falls. Somit treten hier neben den geraden  $(\beta, \gamma)$ -Moden des *Oblique Breakdown* auch ungerade Moden ähnlich großer Amplitude auf. Die Simulation  $O_2$  hat also starke Ähnlichkeit mit dem kombinierten Fall in Unterabschnitt 6.1.7. Ob es hinter dem Wiederanlegegebiet erneut zu Längswirbeln kommt, muß weiter unten noch geklärt werden. Im Spektrum treten dort jedenfalls keine deutlich dominierenden (0,2)- oder (0,1)-Moden hervor.

Das momentane Strömungsfeld in Abbildung 6.23 weist im Längsschnitt eine sehr lange Ablöseblase auf. Dies ist nach den Ergebnissen in 4.2.2 ein Hinweis auf geringe 2D-Störäm-

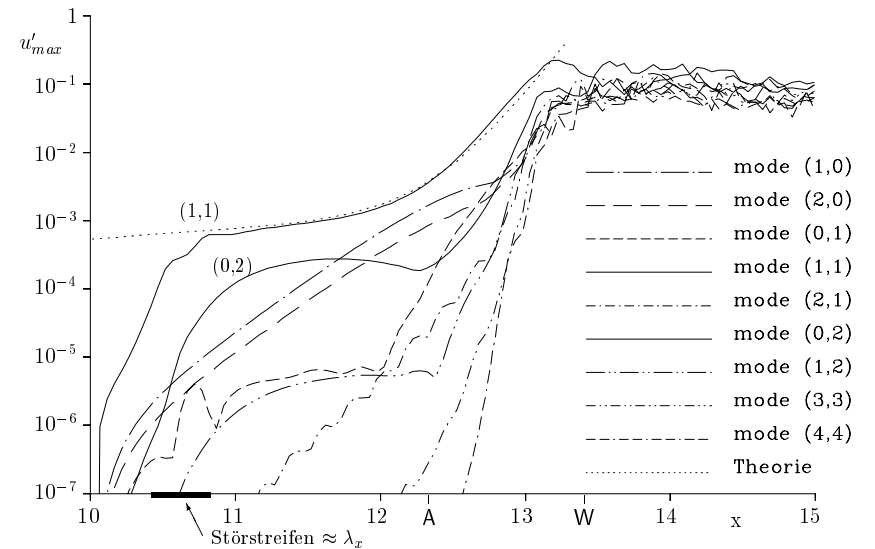


Abbildung 6.22: Anfachungskurven für große 3-D Störampplituden (Fall  $O_2$ ); Mode (1,1):  $\beta = 5$ ,  $\gamma = 7,5$ ;  $\beta$  = Frequenz,  $\gamma$  = Wellenzahl in Spannweitenrichtung.

plituden, die die Blase andernfalls verkürzen würden. Bei  $x \approx 13$  beginnt die abgelöste Scherschicht auf der Höhe der Trennstromlinie in kleine Strukturen zu zerfallen. Es ist zu vermuten, daß die anschließende pseudo-turbulente Strömung nicht mehr adäquat diskretisiert ist, um sie einer genaueren Analyse unterziehen zu können. Man erkennt hier aber offenbar den Einfluß der höheren Reynolds-Zahl, da ein ähnlich rascher Zerfall bei gleicher Diskretisierung bei der Vorderkantenblase in Abbildung 6.8 b) nicht zu beobachten ist. Weiterhin fällt auf, daß Längswirbelstrukturen an der Wand, zumindest im Momentanbild, ausbleiben.

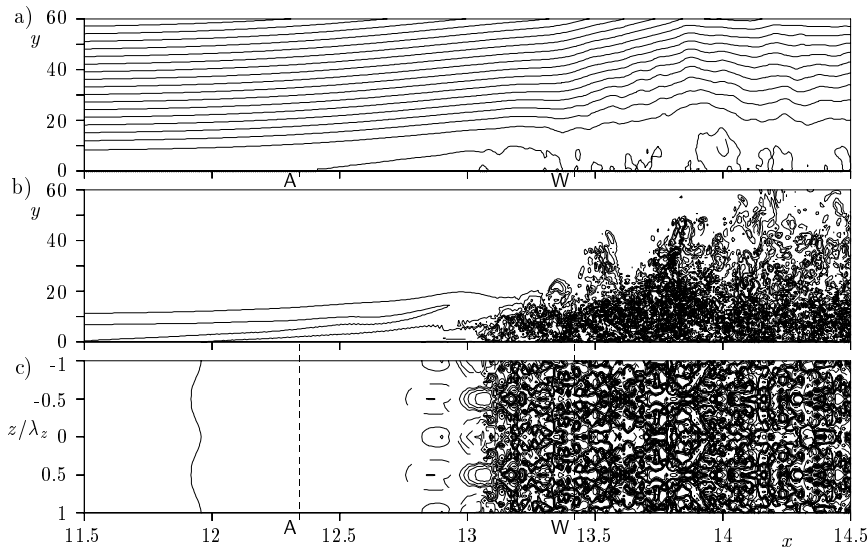


Abbildung 6.23: Momentanes Strömungsfeld beim *Oblique Breakdown* in der Ablöseblase in Profilmittte nach 25 Störzyklen. a) 2D-Stromlinien  $\psi = 0, 3, 6, 9, \dots$ ; b) und c) Höhenlinien der  $\omega_z$ -Wirbelstärke bei  $z = 0$  und an der Wand ( $y = 0$ );  $\omega_z = \pm 0,04, \pm 0,08, \pm 0,15, \dots, \pm 1,2$ ; negative Werte gestrichelt.

## 7 Untersuchungen zur Rezeptivität

Nachdem in den letzten dreißig Jahren beträchtliche Fortschritte bei der Untersuchung der hydrodynamischen Instabilität zahlreicher Grenzschichtströmungen gemacht wurden, kann man heute die Entwicklung einmal in der Grenzschicht befindlicher Störungen mit einer Reihe von Methoden vorhersagen, die sich gegenseitig ergänzen und validieren: z.B. lineare Stabilitätstheorie, Sekundärinstabilitätstheorie, asymptotische Methoden, PSE und DNS. Wenn man nun auch noch die Entstehung der Grenzschichtstörungen zuverlässig beschreiben könnte, so wäre man dem eigentlichen Ziel, der Vorhersage des Strömungsumschlags, einen großen Schritt näher. Dieses Problem der Umwandlung äußerer Störungen, wie Schall, Turbulenz, Vibration, etc. in Grenzschichtstörungen (TS-Wellen oder Wellenpakete) wird deshalb zunehmend aktueller. In Anlehnung an den englischen Begriff *Receptivity* hat sich dafür im Deutschen die Bezeichnung *Rezeptivität* etabliert.

Theoretische Arbeiten zur Rezeptivität, z.B. von Goldstein oder Kerschen (Goldstein & Hultgren, 1989 [28] oder Kerschen *et al.*, 1989 [43]) stützen sich auf asymptotische Entwicklungen der Navier-Stokes-Gleichungen für  $Re \rightarrow \infty$ . Damit wurden verschiedene grundsätzliche Ergebnisse erzielt, die konkrete Anwendung bei endlichen Reynoldszahlen erscheint aber schwierig. Hier sind neuere Arbeiten, die auf der Orr-Sommerfeld-Gleichung mit inhomogenen Randbedingungen (z.B. Crouch, 1992 [15] oder Choudhari, 1993 [13]), Lösungen adjungierter Gleichungen (Orr-Sommerfeld oder PSE, z.B. Hill, 1995 [36] oder Luchini & Bottaro, 1998 [51]) oder den vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen beruhen (z.B. Casalis *et al.*, 1997 [12] oder Wörner *et al.*, 1998 [88]), eher geeignet. Vorteile asymptotischer Methoden sind die Berücksichtigung großer Amplituden, d.h. nichtlinearer Effekte inklusive lokaler Ablösezonen. Dafür berücksichtigen die Orr-Sommerfeld-Lösungen den Einfluß endlicher Reynoldszahl, sie gelten aber nur für sehr kleine Abweichungen von der stationären, glatten Strömung. Beide Methoden haben gegenüber der DNS, die alle Effekte berücksichtigt, jedoch den Vorteil wesentlich geringerer Rechenzeit.

Die Erforschung akustischer Störungen in zweidimensionalen Strömungen ist bisher am weitesten fortgeschritten, aber immer noch nicht abgeschlossen. Prinzipiell ist klar, daß die Umsetzung langwelliger Schallstörungen ( $a \gg U_\infty$ ) in TS-Wellen nur dann erfolgen kann, wenn die Grenzschicht große lokale Gradienten aufweist. Typische Beispiele aus den oben angeführten Arbeiten sind Untersuchungen zur Wirkung von Stufen, Einzelrauig-

keitselementen oder, ganz allgemein, verteilten Rauigkeiten. Da, insbesondere hinter Einzelrauigkeiten, laminare Ablösezonen auftreten können, ist zu vermuten, daß die in der vorliegenden Schrift betrachteten Ablöseblasen ebenfalls einen Ort erhöhter Grenzschichtrezeptivität gegenüber Schallstörungen darstellen. Auch Dovgal *et al.* (1994) [19] berichtet über Experimente zur Rezeptivität laminarer Ablöseblasen gegenüber akustischen Störungen. Sie stellen jedoch fest, daß bei einer Ablöseblase in einer Profilmgrenzschicht, in dem hier betrachteten Reynoldszahlbereich, Störungen schon vor der Ablösestelle gemessen werden können und demnach schon am Druckminimum (M) der Grenzschicht vorhanden sind. Im Gegensatz dazu tauchen schallinduzierte Störungen erst in der Ablöseblase selbst auf, wenn diese hinter einer Stufe oder einem Hindernis liegt. Die Störungen verhalten sich dann jedoch genauso wie Störungen, die man versuchsweise vor der Ablöseblase über ein Schwingband einleitet.

Wir wollen zu dieser Problematik hier erste 2D-Simulationen vorstellen. Dabei soll untersucht werden, ob die in Abschnitt 4.1 vorgestellte Vorderkantenblase gegenüber Schallstörungen in der Anströmung rezeptiv ist. Wenn dadurch nennenswerte Störungen direkt in der Blase erzeugt würden, dann könnten diese über sogenannte *Bypass-Mechanismen*, unter Umgehung der in Kapitel 5 – 6 untersuchten Fälle, direkt zur Entwicklung der turbulenten Grenzschicht beitragen. Die weiter vorne erhaltenen Ergebnisse müßten dann nochmals überdacht werden.

Die Strömung wird für die nachfolgenden Untersuchungen in drei Bestandteile zerlegt:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= U(x, y) + \epsilon_s u_s(y, t) + u'(x, y, t) \\ v(x, y, t) &= V(x, y) + v'(x, y, t) \\ \omega_z(x, y, t) &= \Omega_z(x, y) + \epsilon_s du_s(y, t)/dy + \omega'_z(x, y, t), \end{aligned} \quad (7.1)$$

dabei bezeichnen  $U$ ,  $V$  und  $\Omega_z$  die stationäre Strömung aus Abschnitt 4.1 und  $u_s$  die Geschwindigkeitsverteilung einer Schallwelle.  $u'$ ,  $v'$  und  $\omega'_z$  beschreiben dann den verbleibenden Anteil der instationären Störung. Für die akustische Störung wird die analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für eine harmonisch oszillierende ebene Wand (sog. *Zweites Stokes'sches Problem*, vergl. Schlichting, 1982 [76]) verwendet

$$u_s(y, t) = \cos(\beta t) - e^{-\kappa y} \cos(\beta t - \kappa y); \quad \kappa = \sqrt{\beta/2\nu}. \quad (7.2)$$

Als Störfrequenz wird die in Abschnitt 5.1 festgestellte instabilste Frequenz  $\beta = 18$  verwendet. Nach Einsetzen von (7.1) in die nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichung

für die 2D-Wirbelstärkekomponente erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(u\omega_z) + \frac{\partial}{\partial y}(v\omega_z) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \underbrace{U\Omega_z}_{(i)} + \underbrace{\epsilon_s U du_s/dy}_{(iv)} + \underbrace{U\omega'_z}_{(v)} \right. \\ &\quad + \underbrace{\epsilon_s u_s \Omega_z}_{(iv)} + \underbrace{\epsilon_s^2 u_s du_s/dy}_{(ii)} + \underbrace{\epsilon_s u_s \omega'_z}_{(vi)} \\ &\quad \left. + \underbrace{u'\Omega_z}_{(v)} + \underbrace{\epsilon_s u' du_s/dy}_{(vi)} + \underbrace{u'\omega'_z}_{(iii)} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left( \underbrace{V\Omega_z}_{(i)} + \underbrace{\epsilon_s V du_s/dy}_{(iv)} + \underbrace{V\omega'_z}_{(v)} \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{v'\Omega_z}_{(v)} + \underbrace{\epsilon_s v' du_s/dy}_{(vi)} + \underbrace{v'\omega'_z}_{(iii)} \right). \end{aligned} \quad (7.3)$$

Diese Terme gliedern sich in die eingezeichneten sechs Gruppen: reine Produkte der Grundströmungsterme (i), reine Produkte der Schallterme (ii), reine Produkte der Störgrößen (iii) und die gemischten Terme: Grundströmung mit Schall (iv), Grundströmung mit Störung (v) und Störung mit Schall (vi). Wenn man nun die bereits bekannte Grundströmungs- und Schall-Lösung subtrahiert, so bleiben in (7.3) die Terme

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(u\omega_z)' + \frac{\partial}{\partial y}(v\omega_z)' &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_s U du_s/dy + U\omega'_z \right. \\ &\quad + \epsilon_s u_s \Omega_z + \epsilon_s u_s \omega'_z \\ &\quad \left. + u'\Omega_z + \epsilon_s u' du_s/dy + u'\omega'_z \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left( \epsilon_s V du_s/dy + V\omega'_z \right. \\ &\quad \left. + v'\Omega_z + \epsilon_s v' du_s/dy + v'\omega'_z \right) \end{aligned} \quad (7.4)$$

zur Berechnung der Störungen übrig. Man erhält so die (nichtlineare!) Stördifferentialgleichung zur Berechnung der Störungen, die aus der Interaktion zwischen Grundströmung und Schall entstehen. Die in (7.4) auftretenden Lücken entstehen durch den Wegfall der Terme (i) und (ii).

Da die Terme der Gruppe (iv), die  $U du_s/dy$ ,  $u_s \Omega_z$ , und  $V du_s/dy$  enthalten, zu Beginn der Simulation schon ungleich Null sind, muß man davon ausgehen, daß nach dem Start der Rechnung nichtlineare Störungen aus der Interaktion der Grundströmung mit der Schallwelle entstehen, und zwar umso stärker, je größer die Gradienten  $\partial U/\partial x$  bzw.  $\partial V/\partial y$  in der Grundströmung sind. Durch Fourieranalyse der ersten Störperiode, nach Beginn der Simulation, kann man diese Anfangsstörung zeigen (Wörner *et al.*, 1998 [88]). Der Verlauf ihres  $u'$ -Maximums ist in Abbildung 7.1 zusammen mit der Schallamplitude  $\epsilon_s = 10^{-3}$  und der Trennstromlinie  $\psi = 0$  aufgetragen. Generell liegt die Amplitude der lokalen Interaktion zwischen 0,1% und 6% der Schallamplitude, mit fallender Tendenz in  $x$ -Richtung. Letztere geht auf das Grenzschichtwachstum zurück, das dafür sorgt, daß die Grundströmungsgradienten in der Grenzschicht mit wachsendem Abstand vom Staupunkt immer geringer



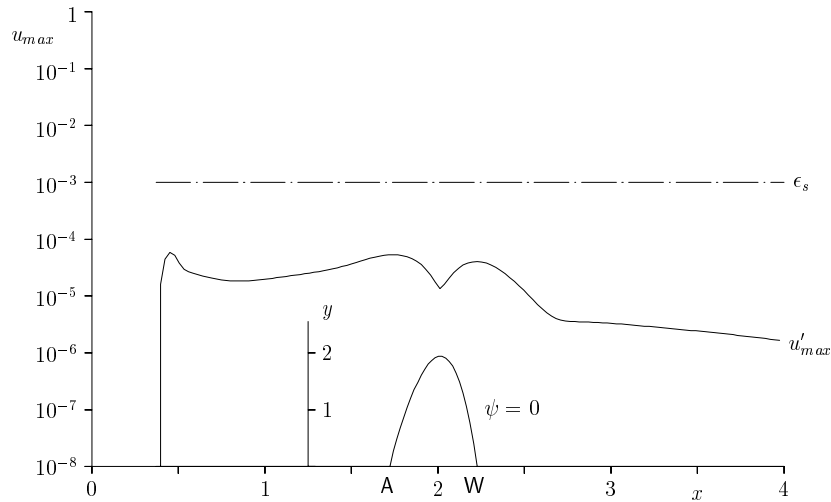


Abbildung 7.1: Schallamplitude  $\epsilon_s$ , Ablösestromlinie  $\psi = 0$  und aus der Interaktion mit der Grundströmung resultierende Störampplitude  $u'_{max}$  nach einer Störperiode.

werden. Aufgrund der in der Umgebung von A und W stattfindenden Umlenkung der Grenzschichtströmung ist die Interaktion dort besonders groß. Dazwischen, bei  $x \approx 2,0$ , tritt ein lokales Minimum auf, weil die Strömung aufgrund der näherungsweisen Symmetrie zur Blasenmitte kurzfristig parallel zur  $x$ -Achse verläuft, so daß  $\partial U/\partial x$  lokal gegen Null geht.

Die in Abbildung 7.1 gezeigte Lösung hat den Charakter einer Stokes-Lösung, da sie mit Frequenz und Phase der auferlegten Schallwelle schwingt. Sie stellt eine Art „nichtlineare Korrektur“ der zweiten Stokes’schen Lösung dar, die man deshalb erhält, weil die analytische Stokes-Lösung ja nur für sich alleine genommen, also bei Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty = 0$ , eine exakte Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen darstellt. Sobald man der ebenen Platte, so wie hier, eine Anströmung<sup>1</sup> überlagert, ist diese Lösung nur noch in erster Näherung (d.h. nach Linearisierung) richtig. Da in (7.3) und (7.4) aber die vollständigen Gleichungen verwendet werden, „korrigiert“ das DNS-Verfahren diese Art der Linearisierung.

Lediglich am linken Rand des Integrationsgebiets kommt es zu lokalen Unverträglichkeiten der vorgegebenen „linearisierten“ Randbedingung mit der Feldlösung, da dort

<sup>1</sup>Bei Überlagerung einer parallelen Grundströmung, wie z.B. der *ebenen Poiseuille-Strömung* entsteht dieses Problem nicht, da dort  $\partial U/\partial x$  und  $V = 0$  sind.

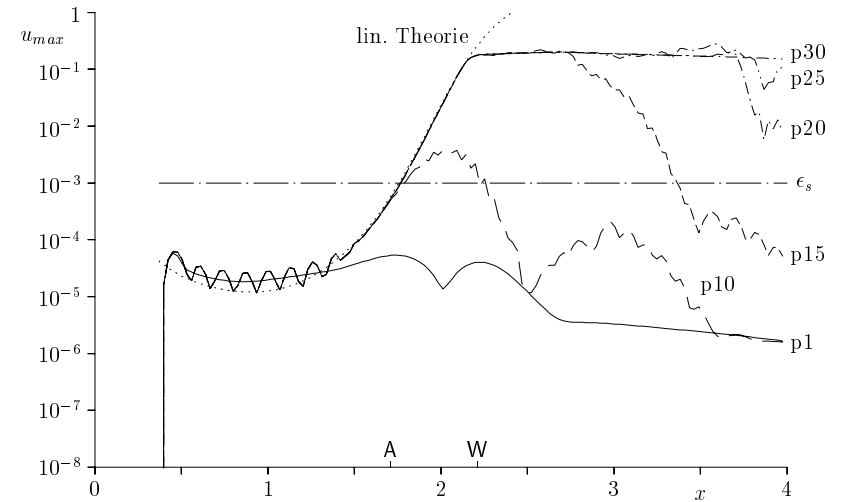


Abbildung 7.2: Räumlich-zeitliche Entwicklung der Störampplitude aus der Interaktion mit der Schallstörung  $\epsilon_s$ ; p1 – p30 = 1. – 30. Periode.

$u' = v' = \omega'_z = 0$  gesetzt wird, so daß die Randbedingung selbst noch keine „nichtlineare Korrektur“ der Schallwelle enthält. Dies führt dazu, daß im weiteren Verlauf der Simulation eine Tollmien-Schlichting-Welle, ausgehend vom linken Rand, ins Integrationsgebiet läuft (siehe Abbildung 7.2) und aufgrund ihrer starken Anfachung eventuell in der Ablöseblase erzeugte Störungen überdeckt.

Ab der dreißigsten Störperiode liegt im ganzen Feld eine periodische Lösung vor. Die darin erkennbare TS-Welle wird gemäß der linearen Theorie angefacht, bevor sie, ganz analog zu den Simulationen mit Ausblasen und Absaugen an der Wand in Abschnitt 6.1, in nichtlineare Sättigung geht. Die kleinste Amplitude der  $u'$ -Störung liegt bei  $10^{-5}$ , d.h. bei 1% der Schallamplitude. Der Rezeptivitätskoeffizient  $k_r = \min(u'_{max})/\epsilon_s$ , der üblicherweise in der Literatur verwendet wird, liegt also im vorliegenden Fall bei  $k_r = 0,01$ .

Wie Abbildung 7.2 aber auch zeigt, wird die TS-Welle im Gebiet  $x < 1,5$  von der lokalen nichtlinearen Interaktion der Grundströmung mit der Schallwelle überlagert, da dort beide ungefähr gleich groß sind. Aufgrund gleicher Frequenz, aber unterschiedlicher Wellenlänge kommt es zu den gezeigten lokalen Maxima (Summe beider Anteile) und Minima (Differenz) nach Art einer Schwebung.

In Abbildung 7.3 wird gezeigt, daß es möglich ist, die Überlagerung der TS-Welle mit

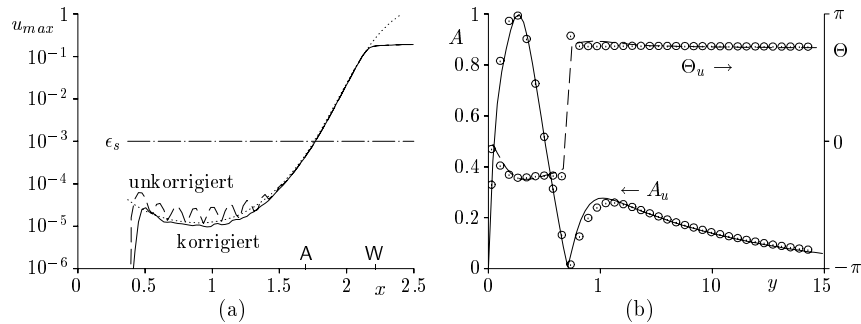


Abbildung 7.3: Vergleich der „schallkorrigierten“ Lösung bei  $x = 1,0$  mit der linearen Stabilitätstheorie ( $\cdots$  bzw.  $\odot$ ). a) Anfachungskurven; b) Amplituden- und Phasenverteilungen.

dem nichtlinearen Schallanteil bei der Auswertung der Simulation zu eliminieren, um so den reinen TS-Anteil zu erhalten. Die Trennung beider Anteile ist relativ einfach. Dadurch, daß sich die nichtlineare Veränderung der zweiten Stokes'schen Lösung augenblicklich im gesamten Integrationsgebiet ausbreitet, ist es möglich, diese während des ersten Störungszyklus im Integrationsgebiet abzuspeichern, bevor sich ihr die TS-Welle überlagert. Die zuvor abgespeicherte Lösung wird dann später von der eingeschwungenen Lösung mit TS-Welle subtrahiert, bevor diese weiter analysiert wird. Die Fourieranalyse der so „schallkorrigierten“ Lösung ist in Abb. 7.3 a) als durchgezogene Kurve im Vergleich zur „unkorrigierten“ Lösung und zur linearen Stabilitätstheorie gezeigt. Der Vergleich der bei  $x = 1,0$  ermittelten Amplituden- und Phasenverteilungen in Abb. 7.3 b) mit Eigenfunktionen der linearen Theorie belegt, daß tatsächlich eine Tollmien-Schlichting-Welle entstanden ist.

Nach den bisher gezeigten Ergebnissen muß man annehmen, daß die am Einströmrand durch Linearisierung generierte TS-Welle größer ist als die durch Rezeptivität in der Ablöseblase erwartete Störung. Ursache dieser Welle ist die Nichtlinearität der Navier-Stokes-Gleichungen. Grundströmung und zweite Stokes'sche Lösung erfüllen diese für sich alleine genommen zwar, aber im Unterschied zu einer Potentialströmung ist die Summe beider Lösungen keine neue Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen. Dies liegt an den in Gl. (7.3) gezeigten nichtlinearen Produkttermen beider Lösungen. Man kann jedoch in einer dem Einströmrand nachgeschalteten „Pufferzone“ eine Parallelströmung (Blasius-Verteilung für  $U$  bei  $x = const$  und  $V = 0$ ) vorsehen, in der diese Problematik nicht auftritt<sup>1</sup>, so daß die nichtlineare Interaktion beider Lösungen verschwindet. In einem

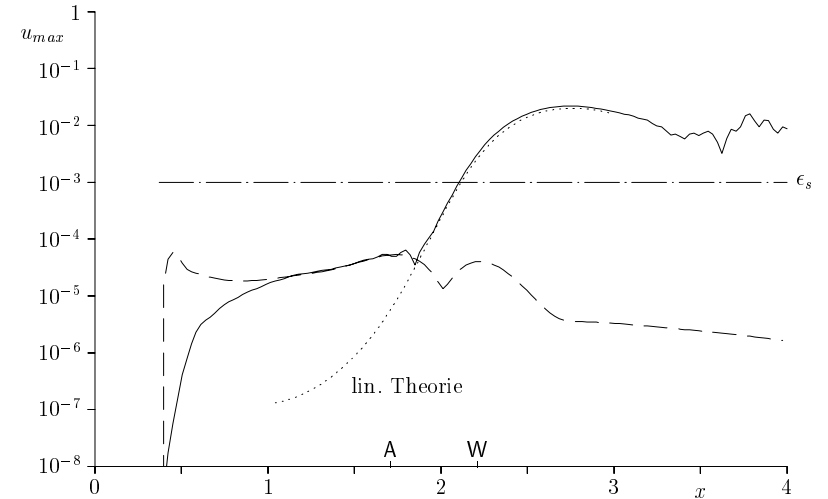


Abbildung 7.4: Vergleich der Anfachungskurve nach Modifikation der Grundströmung im Bereich  $x < 1,1$  (—) mit der Schallwelle ( $\epsilon_s$ ), der lokalen Interaktion aus Abbildung 7.1 (- -) und der linearen Stabilitätstheorie.

Übergangsbereich, ähnlich der „künstlichen Relaminarisierungszone“ am Ausströmrand, gelingt es dann, die Entstehung der TS-Welle vom linken Rand zu entkoppeln und ihre Amplitude um zwei Zehnerpotenzen zu reduzieren (Stemmer, 1995 [80]). Dies zeigt Abbildung 7.4.

Ungefähr bis zum Ablösungspunkt identifiziert man nur die lokale nichtlineare Interaktion zwischen Grundströmung und Schallwelle, die im Übergangsbereich wieder auf den ursprünglichen Wert ansteigt, wie der Vergleich mit der schon in Abbildung 7.1 gezeigten Kurve zeigt. Anschließend erkennt man die nach der linearen Stabilitätstheorie angefachete Tollmien-Schlichting-Welle, die hier aber keine für nichtlineare Sättigung ausreichende Amplitude erreicht, so daß sie ab  $x \approx 2,8$  wieder in Übereinstimmung mit der linearen Theorie abklingt. Anschließende Unregelmäßigkeiten sind darauf zurückzuführen, daß die für Abbildung 7.4 verwendete Lösung für große  $x$  noch nicht periodisch ist. Die „Schwebung“ aus Abbildung 7.2 tritt nur noch an der Stelle kurz in Erscheinung, an der TS-Welle und Schallinteraktion gleich groß sind.

Leider kann (selbst nach Subtraktion der lokalen Interaktion) nicht festgestellt werden, ob die beobachtete Tollmien-Schlichting-Welle nun in der Pufferzone oder in der Ablöseblase entstanden ist. Das Verhältnis von TS-Amplitude am Minimum zur Schallamplitude,

also der Rezeptivitätskoeffizient, beträgt jetzt jedoch  $k_r \approx 10^{-4}$ . Erst wenn weitere Untersuchungen mit nochmals modifizierten (auch „nichtlinearen“) Randbedingungen am Einströmrand ergeben sollten, daß dieser Koeffizient sich nicht weiter absenken läßt, ist klar, daß die hier beobachtete TS-Welle durch Wechselwirkung mit der Ablöseblase entstanden sein muß.

Ein Rezeptivitätskoeffizient von  $k_r \leq 10^{-4}$  bedeutet jedoch, daß akustische Störungen mindestens so groß wie die Anströmgeschwindigkeit sein müßten, um die nichtlinearen Untersuchungen in Abschnitt 6.1 zu beeinflussen. Demnach konnte in der hier betrachteten Grundströmung keine erhöhte Rezeptivität in der Ablöseblase oder Abweichungen von der linearen Stabilitätstheorie festgestellt werden, die die Untersuchungen in den Kapiteln 4 – 6 beeinträchtigen würden. Die laminare Ablöseblase in der Grenzschicht längs einer glatten Wand erweist sich in erster Linie als ein Ort erhöhter Grenzschichtinstabilität. Diese Instabilität ist so groß, daß Störungen, die schon vor dem Ablösungspunkt in der Grenzschicht sind, diejenigen leicht überdecken, die eventuell in der Blase selbst entstehen. Ganz wie dies Dovgal *et al.* (1994) [19] eingangs festgestellt haben.

## 8 Aktive Strömungsbeeinflussung

Auch dieser neue Bereich der Strömungsmechanik wird zusehends aktueller, wie die Abhaltung mehrerer Workshops zu diesem Thema in den Jahren 1995 bis 98 gezeigt hat. Durch Fortschritte in der Mikroelektronik und vor allem in der Mikroelektromechanik wird es in naher Zukunft möglich sein, instationäre Grenzschichtstörungen zu detektieren und aktiv zu beeinflussen bzw. auszulöschen. Erste Laborexperimente zur Detektion und Beeinflussung finden sich z.B. in den Arbeiten von Baumann & Nitsche (1995) [6] oder Ho & Tung (1996) [37]. Wie eine Übersicht von Wygnanski & Seifert (1994) [92] zeigt, ist eine Beeinflussung über die Wand im Vergleich zur Beeinflussung mit Schall wesentlich effizienter. Generell ist das Ziel dieser Maßnahmen die Steuerung des Reibungswiderstands und die Steigerung des Auftriebs. In hydrodynamisch instabilen Strömungen, wie z.B. in der laminaren Ablöseblase, kann die Beeinflussung energetisch besonders effizient erfolgen, da kleinste Störampplituden über die Instabilität verstärkt werden, wenn sie am richtigen Ort eingebracht werden. Durch instationäre Kontrolle lokaler Ablösezonen lassen sich beträchtliche Auftriebssteigerungen im Hochauftriebsflug erzielen, wie Wygnanski *et al.* bereits experimentell nachgewiesen haben (vergl. [92] und die darin zitierte Literatur).

Wir haben in den Unterabschnitten 4.1.2 und 4.2.2 schon gesehen, wie kontrollierte Störungen die zeitlich gemittelte Strömung beeinflussen. Größere Störampplituden führen zu kleineren Ablöseblasen. Eine andere Wirkung kontrollierter Störungen haben wir in Kapitel 6 mehrfach beobachtet: sie verändern die Instabilität der Strömung. Eine durch Störungen nichtlinear veränderte Strömung wird in der Regel stabiler als die unbeeinflusste. So kann durch zweidimensionale Störungen großer Amplitude sogar die dreidimensionale Sekundärinstabilität verzögert werden, wie die Untersuchungen in den Abschnitten 6.1 und 6.2 zeigen. Der Umschlag durch nichtlineare Interaktion schwach schräglauflender Wellen in Unterabschnitt 6.1.4 ließe sich durch Zugabe einer zweidimensionalen Welle auf diese Weise in einen Fall mit Sekundärinstabilität „verwandeln“. Die Längswirbel hinter der Ablöseblase würden dann verschwinden und es würden stattdessen zweidimensionale „Wirbel“ mit Achsen parallel zur Spannweitenrichtung auftreten.

Dovgal *et al.* (1994) [19] berichten über einen ähnlichen Fall aktiver Störung. Bei sehr kleinen Störampplituden, also nahe dem unbeeinflussten Fall, füllt sich das gemessene Spektrum mit fortschreitender  $x$ -Richtung rasch in der Umgebung der (ungestörten) subharmonischen Frequenz auf. Bei Erhöhung der Störampplitude treten praktisch nur noch

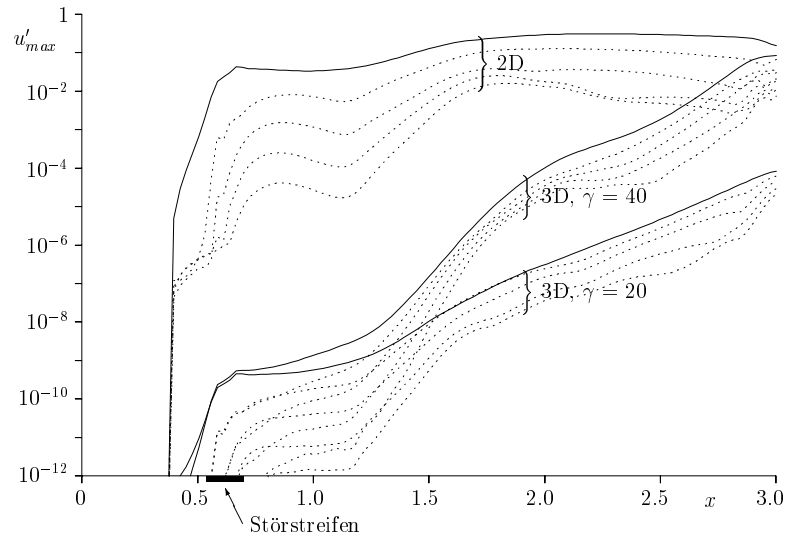


Abbildung 8.1: Anfachungskurven der  $u'_{max}$ -Störampplituden bei Eingabe einer großen Wandstörung mit  $A_{v0} = 0,005$ ; Grundfrequenz  $\beta = 5$ ; Höherharmonische gestrichelt.

fundamentale Störungen mit ihren Höherharmonischen bis zu großen  $x$  auf. Die Ausbildung der Subharmonischen wird unterdrückt und der Strömungsumschlag verschiebt sich stromabwärts. Dies entspricht qualitativ den numerischen Ergebnissen in Kapitel 6, wenn man annimmt, daß es sich bei den im Experiment beobachteten Subharmonischen um schräglaufende Wellen handelt. Nach den Untersuchungen von Würz (1995) [90] und van Hest *et al.* (1996) [84] ist diese Annahme gerechtfertigt.

Die Vorderkantenblase hat sich im zeitlichen Mittel in den Untersuchungen in den Abschnitten 4.1 und 6.1 unempfindlicher gegenüber Störungen erwiesen als die Ablöseblase in Profilmitte. Sie zu beeinflussen wird also schwieriger sein als die Blase in Profilmitte. Im folgenden soll nun untersucht werden, ob es möglich ist, die Vorderkantenblase durch aktive Störungsanregung an der Wand im zeitlichen Mittel zu beseitigen und welche Änderungen wichtige Grenzschichtparameter dabei erfahren. Abbildung 8.1 zeigt deshalb Ergebnisse einer Simulation mit  $A_{v0} = 0,005$  bei sonst im Vergleich zu Fall F unveränderten Parametern. Die Störungen werden, wie in Kapitel 6 gezeigt, bis zur nichtlinearen Sättigung angefacht. Dabei bilden sich die mit eingezeichneten Höherharmonischen. Bei den schräglaufenden Wellen fällt auf, daß die Welle mit der größeren Querwellenzahl stärker anwächst als die andere, und daß beide stärker angefacht sind als die 2D-Störung. Dies muß

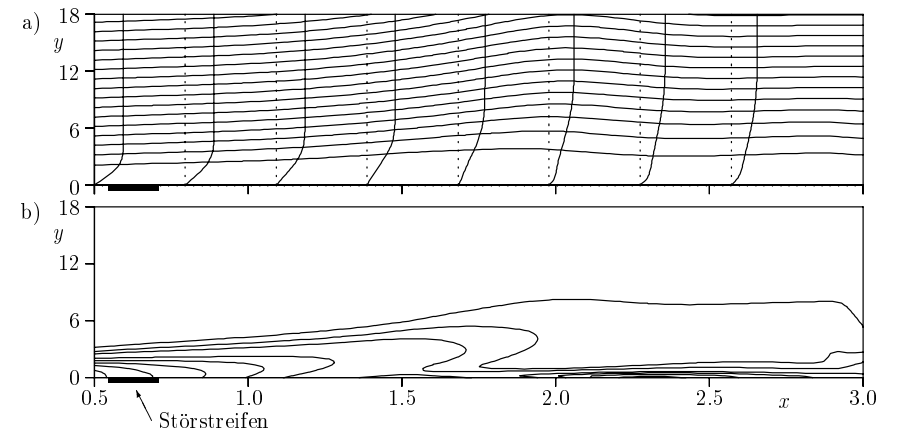


Abbildung 8.2: Zeitlich gemitteltetes Strömungsfeld nach Eingabe einer großen Wandstörung mit  $A_{v0} = 0,005$ ,  $\beta = 5$ ; Stromfunktion (a) und Wirbelstärke (b).

nach den Untersuchungen in Abschnitt 6.1 an einer fundamentalen Resonanz liegen. Man beobachtet aber auch hier einen leichten Rückgang dieser Resonanz mit der Sättigung der 2D-Störungen. Die 3D-Höherharmonischen liegen nahe bei der 3D-Fundamentalstörung, was nach den Beobachtungen in Kapitel 6 auf die Umverteilung der 3D-Störung durch die 2D-Welle großer Amplitude hinweist.

Im Unterschied zu weiter oben, wo  $A_{v0} = 10^{-4}$  betrug, wird die nichtlineare Sättigung jedoch schon vor  $x = 2,0$  erreicht. Der Übergang vom angefachten Bereich in das Sättigungsgebiet ist dabei sehr flach, ungefähr so, wie man ihn von anliegenden Grenzschichten her kennt. Man kann also erwarten, daß die laminare Ablöseblase im vorliegenden Fall verschwunden oder zumindest sehr klein geworden ist.

Die zeitlich mittlere Strömung in Abbildung 8.2 weist denn auch tatsächlich keine Ablöseblase in den Stromlinien mehr auf und die Geschwindigkeitsverteilungen gehen direkt von anfänglich laminaren in pseudo-turbulente Verteilungen über. In der Wirbelstärke erkennt man bei  $x \approx 1,5$  lediglich ein lokales Minimum an der Wand, aber keine negativen Werte mehr, die auf Ablösung hindeuten würden. Die Wandwirbelstärke steigt bei  $x \approx 2,0$  erneut stark an, wie dies auch schon bei der Ablöseblase in Abbildung 4.3 zu beobachten war. Am rechten Rand des gezeigten Ausschnitts machen sich dreidimensionale Störungen bemerkbar (vergl. Abbildung 8.1), so daß sich die Grenzschicht lokal erneut verändert. Dieser Effekt hat deshalb nichts mit einem Randbedingungseinfluß zu tun.

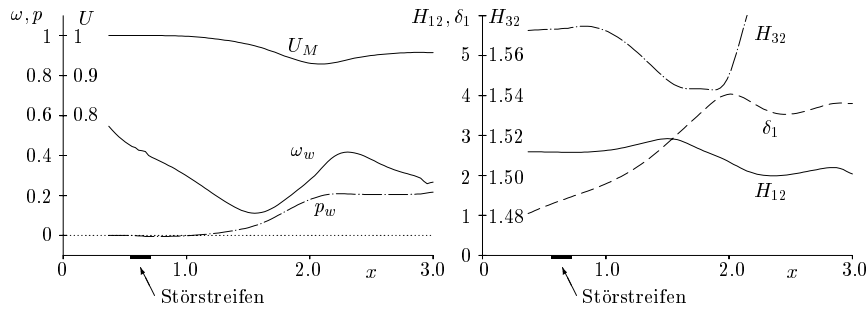


Abbildung 8.3: Grenzschichtparameter aus der Simulation mit  $A_{v0} = 0,005$ ,  $\beta = 5$ .

Weitere Veränderungen können in Abbildung 8.3 beobachtet werden. Die  $U_M$ -Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand des Integrationsgebiets steigt unter dem Einfluß der Störungen wieder deutlich an, so daß bei  $x \approx 2,1$  ein Minimum entsteht. In der Wandwirbelstärkeverteilung tritt eine kleine Unregelmäßigkeit am Störstreifen auf. Störungen großer Amplitude haben also im zeitlichen Mittel auch dort einen nichtlinearen Einfluß. Das Wirbelstärkeminimum bei  $x \approx 1,6$  liegt deutlich oberhalb von  $\omega_w = 0$  und zeigt so an, daß die Ablösung auch mit geringerer Wandstörampplitude als mit  $A_{v0} = 0,005$  zu verhindern gewesen wäre. Eine Optimierung der Wandstörung zur Beseitigung der Ablöseblase, nach Möglichkeit durch eine automatische Regelung oder Steuerung unterstützt, wäre eine interessante Fortführung der hier vorgestellten Arbeiten.

Bei  $x \approx 2,0$  steigt die Wandwirbelstärke wesentlich langsamer als bei der Vorderkantenblase in Abbildung 4.4 auf das nahezu unveränderte Maximum bei  $\omega_w \approx 0,4$  an. Auch der Wanddruckanstieg in Abb. 8.3 verläuft wesentlich flacher als zuvor. Beide werden weiter unten, im Zusammenhang mit Abbildung 8.4 noch eingehender diskutiert.

Formparameterverläufe und Verdrängungsdicke in Abbildung 8.3 (rechts) verhalten sich wie erwartet, d.h.  $H_{12}$  und  $H_{32}$  bleiben weit unter- bzw. oberhalb den für laminare Ablösung kritischen Werten. Überraschend ist die, im Vergleich zum Verlauf der Verdrängungsdicke  $\delta_1$ , geringe Erhöhung von  $H_{12}$  über den Blasius-Wert vor dem erneuten Absinken auf den für zweidimensionale Störungen großer Amplitude typischen Wert.

Die Abhängigkeit des Wanddruckverlaufs und der Wandschubspannung von der Störampplitude  $A_{v0}$  zeigt Abbildung 8.4. Steigender Druck ist nach unten aufgetragen, damit das charakteristische Druckplateau der transitionalen laminaren Ablöseblase bei der mittleren Störampplitude besser zu erkennen ist. Mit steigender Störampplitude kann die Strömung einerseits einen immer größeren Druckanstieg überwinden, andererseits erhöht sich dadurch

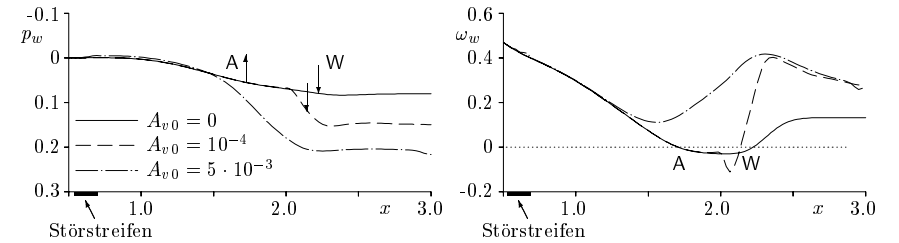


Abbildung 8.4: Vergleich von Wanddruck- und Wandwirbelstärkeverlauf bei unterschiedlicher Wandstörampplitude  $A_{v0}$ ; A,  $\uparrow$  = Ablösungspunkt; W,  $\downarrow$  = Wiederanlegepunkt.

aber auch die Wandreibung, da die instationäre Strömung nach dem Wiederanlegen eine höhere Wandwirbelstärke aufweist als die stationäre. Bei der größten Störampplitude macht sich eine leichte Druckänderung bemerkbar, die bis zum Störstreifen zurückreicht.

Wenn man bedenkt, daß die Wand beim Tragflügelprofil im Bereich des Druckanstiegs relativ zur Anströmrichtung nach hinten geneigt ist, so bedeutet eine Erhöhung des Wanddrucks durch aktive Störung eine höhere Kraft auf die Wand, deren horizontale Komponente dann zur Verringerung des Widerstands beiträgt (vergleichbar zur Wirkung von *Blasturbulatoren* in Abb. 1.9). Weitere Untersuchungen müssen zeigen, mit welcher Störfrequenz und -Amplitude die Beeinflussung der Strömung am effizientesten erfolgt, welchen Einfluß dreidimensionale Störungen spielen, wie man die Beeinflussungszone an der Wand am besten gestaltet (Lage, Breite, Störform, etc.), usw. Dabei kommt der Vermeidung von Wandrauigkeiten durch Schlitze oder Löcher aufgrund der hohen Verstärkung kleiner Störungen durch die hydrodynamische Instabilität der Strömung eine besondere Bedeutung zu, weshalb wir daran denken, in diesem äußerst sensiblen Strömungsbereich eine aktiv gesteuerte, flexible Wand einzusetzen, die sich später zu einer sogenannten *Smart Structure* ausbauen läßt.

## 9 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Instabilität und Transition (Strömungsumschlag) in laminaren Ablöseblasen untersucht, die sich aufgrund eines positiven Druckgradienten in der Strömung längs einer glatten Wand bilden. Es werden zwei Strömungsfälle betrachtet, die sich durch unterschiedliche Grenzschichtdicke der ankommenden Grenzschicht unterscheiden. Der Fall mit der dünneren Grenzschicht wird als „Vorderkantenblase“ bezeichnet, da derartige Verhältnisse im Prinzip bei einer Ablöseblase in der noch recht dünnen Grenzschicht in der Nähe des Staupunkts eines angestellten Tragflügelprofils auftreten. Der andere Fall wird in Anlehnung an den englischen Begriff *Mid-Chord Bubble* mit „Blase in Profilmittte“ bezeichnet, da dort die Grenzschicht wesentlich dicker ist.

In Kapitel 1 wird eine Einführung in das Strömungsphänomen „Laminare Ablöseblase“ mit Schwerpunkt auf *transitionalen laminaren Ablöseblasen in Profilmittschichten* gegeben. Es wird gezeigt, welche Strömungsvorgänge im Detail eine Rolle spielen, wo sie auftritt und welche Auswirkungen sie hat. Anschließend erfolgt eine Übersicht über bisherige Arbeiten, die beim aktuellen Stand der Forschung endet. Die daraus abgeleitete Aufgabenstellung wird neben einer Übersicht über die Einteilung der Schrift in Kapitel 2 angegeben.

Daran anschließend erfolgt in Kapitel 3 die Vorstellung der zur Direkten Numerischen Simulation (DNS) eingesetzten Verfahren. Mit diesen Verfahren läßt sich eine stationäre Vorderkantenblase berechnen. Trotz Verwendung einer ähnlich starken Geschwindigkeitsverzögerung am oberen Rand und trotz stationärer Randbedingungen auf allen Rändern des Integrationsgebiets aber keine stationäre Ablöseblase in Profilmittte. Ursache dieser Instationarität ist die bereits von Gruber (1988) [30] erkannte Anfachung kleiner numerischer Störungen in der hydrodynamisch äußerst instabilen Grenzschicht mit Ablöseblase.

Bei der Diskussion der Grundströmung in Kapitel 4 wird deshalb auch die Wirkung instationärer Störungen auf das zeitlich mittlere Strömungsfeld gezeigt. Dabei stellt man fest, daß sich dieses unter dem Einfluß der Störungen qualitativ wie im Experiment verhält. Aus der ursprünglich linsenförmigen Ablöseblase wird eine dreieckförmige, der Formparameter  $H_{12}$  steigt auf Werte bis über 4,0 an und fällt, je nach Art der Störung (2D oder 3D), durch nichtlineare Störungseffekte auf 2,0 bis 1,5 hinter der Ablöseblase ab. Anhand des Druckverlaufs entlang und senkrecht zur Wand wird festgestellt, daß die Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen zur Berechnung des Strömungsfelds ungeeignet sind. Ablösung

und Wiederanlegen erfolgen bei Formparameterwerten, die in der Gegend der Werte aus der Ähnlichkeitslösung liegen, aber nicht exakt mit diesen übereinstimmen.

In den Untersuchungen zum Einfluß instationärer Störungen auf die zeitlich mittlere Strömung wird ein nichtlinearer Rückwirkungseffekt festgestellt, der zuvor nur von Dovgal *et al.* [19] beschrieben wurde. Als Ursache wird die Auswirkung der Stör-Amplitude auf den Wanddruckverlauf erkannt. Die Störung sorgt mit wachsender Amplitude nicht nur dafür, daß die nichtlineare Sättigung und somit das Wiederanlegen früher erfolgen, sondern auch dafür, daß sich der Ablösungspunkt stromab verschiebt. So wird die Ablöseblase sowohl von hinten als auch von vorne kleiner.

Die Untersuchung des Verhaltens kleiner Störungen mit der linearen Stabilitätstheorie in Kapitel 5 zeigt die gegenüber einer Strömung ohne Druckgradient ca. zehnmal größere Instabilität der abgelösten Grenzschicht. DNS mit Wellenpaketen und harmonischen Wellen weisen eine überraschend gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit der Theorie und vergleichsweise geringe nichtparallele Effekte auf, die aber mit dem Schräglaufwinkel schräglauferender Wellen zunehmen.

In weiteren Untersuchungen mit der linearen Stabilitätstheorie wird dem Einfluß des Wandabstands und der maximalen Rückströmung an der Wand nachgegangen. Dabei zeigt sich, daß man die Instabilität der Strömung erst bei einer kräftigen Erhöhung dieser Parameter mit einer sogenannten *freien Scherschicht* vergleichen kann. Selbst eine Verzehnfachung des Wandabstands oder der maximalen Rückströmung bewirken lediglich eine Verdoppelung der Anfachungsrate. Durch die Präsenz der Wand werden die Anfachungsraten also verringert, die Eigenfunktionen erhalten ein Maximum in Wandnähe und die Phasengeschwindigkeit niederfrequenter Störungen wird reduziert. Die in der Literatur öfters anzutreffende Bezeichnung „Scherschichtumschlag“ ist für die Ablöseblase deshalb nicht gerechtfertigt. Die gute qualitative Übereinstimmung mit Ergebnissen von Michalke weist jedoch darauf hin, daß die lineare Instabilität hier nicht besonders empfindlich auf die verwendeten Grundströmungsverteilungen reagiert, da dort Ähnlichkeitslösungen oder Approximationskurven verwendet wurden.

Eine Suche nach absoluter Instabilität bei maximalen Rückströmamplituden bis zu zehn Prozent bleibt erfolglos. Dieses Ergebnis stimmt mit Untersuchungen von Gaster (1991) [26], Alam & Sandham (1997) [1] und Hammond & Redekopp (1998) [33] überein, bei denen erst bei Rückströmamplituden von ungefähr zwanzig Prozent absolute Instabilität auftritt.

Nichtlineare Effekte in der DNS des nichtlinearen Störungsverhaltens in Kapitel 6 können anhand von Abweichungen zur linearen Stabilitätstheorie eindeutig identifiziert und quantifiziert werden. Dabei stellt man, abgesehen von der leicht erkennbaren nichtlinearen Sättigung einzelner Störungen auf hohem Amplitudenniveau, eine verhältnismäßig bescheidene Anfachungserhöhung durch Sekundärinstabilität in dem Bereich fest, in dem die zweidimensionale Stör-Amplitude mehr als ein Prozent beträgt. Dies liegt aber zunächst lediglich daran, daß die primäre Anfachungsrate nach der linearen Stabilitätstheorie bereits so groß ist, daß durch Sekundärinstabilität gerade mal noch eine Verdoppelung der Anfachung zu erwarten ist. Diese Ergebnisse werden durch Stabilitätsuntersuchungen lokaler Verteilungen mit der Floquet-Theorie nach Herbert (1988) [34] quantitativ bestätigt.

Beim Vergleich der Simulationsergebnisse mit der Sekundärinstabilitätstheorie fällt allgemein eine weniger gute quantitative Übereinstimmung auf als beim Vergleich mit der primären linearen Instabilitätstheorie. Dies wird als ein Hinweis darauf gesehen, daß sich hier sowohl die Vernachlässigung der starken Anfachung der 2D-TS-Welle als auch von 3D-Höherharmonischen auswirkt. Der Einfluß der Nichtparallelität der Grundströmung in der linearen Stabilitätstheorie ist dagegen vergleichsweise gering.

Andere Untersuchungen abgelöster Grenzschichten mit der Sekundärinstabilitätstheorie sind lediglich von Nayfeh *et al.* (1990) [62] und von Masad & Nayfeh (1992) [52] bekannt. Ein direkter quantitativer Vergleich wurde nicht angestrebt, da im vorliegenden Fall ja ausreichend numerische Ergebnisse aus den DNS zum Vergleich zur Verfügung standen.

Der zweite nichtlineare Effekt, der dafür sorgt, daß die Anfachung der dreidimensionalen Störungen plötzlich abknickt, tritt im Wiederanlegebereich der Grenzschicht auf. Dort entstehen durch nichtlineare Sättigung der zweidimensionalen Störung „Wirbel“ großer Amplitude, die das Strömungsfeld neu organisieren. Diesen Vorgang kann man im direkten Vergleich des momentanen Strömungsfelds mit der momentanen 3D-Wirbelstärkeverteilung beobachten. Der Charakter der 3D-Störströmung ändert sich dabei so grundlegend, daß man vom „Zusammenbruch“ der Sekundärinstabilität sprechen kann, obwohl die Störungen weiter angefacht werden. Im Spektrum treten deshalb 3D-Höherharmonische großer Amplitude auf, die in der Sekundärinstabilitätstheorie, wie oben erwähnt, nicht berücksichtigt werden. Eine Erweiterung der Theorie in diese Richtung wäre deshalb interessant, wurde aber im Rahmen dieser Arbeit nicht verfolgt.

Nachdem dreidimensionale Störungen in ihrem Wachstum durch 2D-Störungen großer Amplitude behindert werden und nachdem schwach schräglaufernde Wellen im linearen

Anfachungsbereich geradezu so instabil sind wie zweidimensionale, wurde als nächstes ein in der Literatur als *Oblique Breakdown* bekannter Fall untersucht, bei dem der Strömungsumschlag durch nichtlineare Interaktion schwach schräglaufer Wellen eingeleitet wird. In diesem Fall stellt man einen raschen Zerfall der Strömungsfeldstrukturen und im zeitlichen Mittel qualitativ richtige turbulente Geschwindigkeitsverteilungen fest, trotz grober numerischer Auflösung. Zusätzlich erkennt man hinter der Ablöseblase Längswirbel, die aber auf die für diesen Strömungsfall so typischen  $(0, 2)$ -Moden im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum zurückgehen, und nicht auf eine Görtler-Instabilität. In den hier vorgestellten DNS wird zum ersten Mal eine alternative Entstehungsmöglichkeit für Längswirbel hinter einer transitionalen Ablöseblase aufgezeigt, nämlich der Transitionsmechanismus selbst.

Durch Zugabe einer zweidimensionalen Störung gleich großer Amplitude zu den Anfangsstörungen des *Oblique*-Falls wird dann untersucht, welche Änderungen sich ergeben, wenn von Anfang an zweidimensionale Störungen mit den dreidimensionalen konkurrieren. Die in diesem Fall auftretenden zusätzlichen Interaktionen sorgen für eine vorübergehende Verdoppelung der Wellenlänge der Längswirbel und zu einer gewissen Dominanz der zweidimensionalen Störung hinter der Ablöseblase, die dazu führt, daß den 3D-Moden des *Oblique Breakdown* Energie entzogen wird. Was den Mechanismus angeht, so gibt es aber keinen Unterschied zum Fall ohne zusätzliche 2D-Störung: in allen untersuchten Fällen entstehen Höherharmonische im Frequenz-Querwellenzahl-Spektrum durch die direkte nichtlineare Interaktion der Primär-Störungen, die bis zur nichtlinearen Sättigung gemäß der linearen Stabilitätstheorie angefacht werden. Die an der nichtlinearen Interaktion beteiligten Wellenpaare oder -Tripel lassen sich in den Anfachungskurven durch gleiche Anfachungsraten belegen.

Als nächstes wird durch Abschalten der 2D- und 3D-Wandstörung nachgewiesen, daß die Vorderkantenblase auch im nichtlinearen Fall weder absolute noch globale Instabilität aufweist. Die konvektiv angefachten Störungen verlassen das Integrationsgebiet mit fortlaufender Simulationszeit am Ausströmrand.

Im zweiten Teil von Kapitel 6 werden Untersuchungen an der Ablöseblase in Profilmittte durchgeführt. Dabei muß das numerische Verfahren in Gesamtströmungsformulierung verwendet werden, das den Nachteil hat, daß die Störung der  $u$ -Geschwindigkeitskomponente am oberen Rand unterdrückt wird. Die Hoffnung, ein viskoses-nichtviskoses Grenzschichtinteraktionsmodell einsetzen zu können zerschlägt sich, da die Rückwirkung über das Modell weniger schnell abklingt als Störungen in dieser äußerst instabilen Strömung angefacht

werden, so daß die mit dem Interaktionsmodell berechneten Ergebnisse nicht durch Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie verifiziert werden können. In einer Simulation ohne aktive Störung an der Wand wird das unvermeidbare Spektrum zufälliger Störungen gezeigt, das in der Ablöseblase in Profilmittte dafür sorgt, daß trotz stationärer Randbedingungen keine stationäre Lösung berechnet werden kann. Nichtlineare Wechselwirkungen lassen sich aber trotz dieser Einschränkungen simulieren.

In DNS zur Sekundärinstabilität treten erneut die zuerst bei der Vorderkantenblase beobachteten Phänomene auf, d.h. keine nennenswerte fundamentale Resonanz, eng begrenzte Anfacherhöhung durch subharmonische Resonanz und anschließendes „Abknicken“ der 3D-Anfacherhöhung durch nichtlineare Sättigung der 2D-Störung. Die Sekundärinstabilitätstheorie bestätigt die bescheidene Anfacherhöhung gegenüber der Primärinstabilität im Bereich maximaler sekundärer Anfacherhöhung. Störspektren und Momentanbilder zeigen die „Umbildung“ der 3D-Störungen durch die 2D-Störung großer Amplitude.

Im *Oblique*-Fall beobachtet man jetzt jedoch eine zusätzliche Interaktion mit zweidimensionalen Störungen fundamentaler Frequenz, die sich aufgrund der numerisch angeregten Instabilität der Grundströmung nicht vermeiden lassen (vergl. Rechnung ohne Wandstörung). Die Ergebnisse sind deshalb zum kombinierten *Oblique*-2D-Störungsfall der Vorderkantenblase vergleichbar. Ansonsten erfolgt ein rascher Zusammenbruch der laminaren Strömung, der vermutlich aufgrund der im Vergleich zur Vorderkantenblase höheren Reynolds-Zahl der Anströmung zu feineren Strukturen führt als dort.

In Kapitel 7 wird über Untersuchungen zur Wechselwirkung einer harmonisch oszillierenden Anströmung als Modell für eine akustische Störung mit der Vorderkantenblase berichtet. Durch Zerlegung der Strömungsgrößen in Grundströmungs-, Schall- und Reststörungsanteil lassen sich nichtlineare Interaktionen identifizieren, die zunächst zur Generierung einer „nichtlinearen Korrektur“ der als Modell für die Schallwelle verwendeten zweiten Stokes'schen Lösung führen. Am linken Rand des Integrationsgebiets erzeugt dieser Lösungsanteil dann eine Tollmien-Schlichting-Welle, die gemäß der linearen Stabilitätstheorie bis zur nichtlinearen Sättigung anwächst. Dabei wird die Schallamplitude deutlich überschritten. Der Rezeptivitätskoeffizient dieser Untersuchung, definiert als Verhältnis der TS-Amplitude am Beginn der Anfachungsstrecke zur Schallamplitude, liegt bei  $k_r = 0,01$ . Durch Vorschalten einer Pufferzone am Einströmrand läßt er sich auf 0,0001 reduzieren. Weitere Untersuchungen müssen zeigen, ob die dabei beobachtete Tollmien-Schlichting-Welle in der Pufferzone oder durch Wechselwirkung mit der Ablöseblase entstanden ist. Da der Rezeptivitätskoeffizient aber dann nicht größer sein kann, erweist sich die lamina-



re Ablöseblase in erster Linie als ein Ort erhöhter Grenzschichtinstabilität, an dem lokal erzeugte Störungen nur sehr schwer von solchen Störungen zu unterscheiden sind, die von vorne in die Blase gelangen und darin konvektiv angefacht werden.

Im achten Kapitel werden Beobachtungen zur aktiven Strömungsbeeinflussung aus den vorigen Kapiteln noch einmal zusammengefaßt. Demzufolge können zweidimensionale Störungen großer Amplitude einerseits die Ablöseblase durch Verschieben des Wiederanlegpunkts und des Ablösungspunkts verkleinern. Andererseits behindern sie aber auch die Entwicklung dreidimensionaler (subharmonischer) Störungen, so daß hinter der Ablöseblase nur die Fundamente mit ihren Höherharmonischen auftreten und der Strömungsumschlag sich verschiebt. Beide Effekte wurden von Dovgal *et al.* (1994) [19] bereits im Experiment beobachtet.

Eine Simulation mit großer Wandstörampplitude zeigt, daß eine dominant zweidimensionale Störung die Ablöseblase im zeitlichen Mittel auch vollständig beseitigen kann. Die Analyse der für verschiedene Störampplituden erhaltenen Wanddruck- und Wandschubspannungsverteilungen gibt einen Einblick in die aktive Ablösekontrolle einer laminaren Grenzschicht, einem aktuellen Thema der Strömungsforschung (Wynanski & Seifert, 1994 [92]). Generell belegen diese Untersuchungen, daß abgelöste Strömungen auf äußere Beeinflussung äußerst empfindlich reagieren.

Insbesondere werden in der vorliegenden Schrift jedoch nichtlineare Wechselwirkungen einzelner Störwellen untersucht, die in anderen Arbeiten, mangels geeigneter Werkzeuge, noch nicht so detailliert studiert werden konnten. So erhält man Informationen über die Rolle zwei- und dreidimensionaler Störungen in unterschiedlichen Szenarien. Es ist zu hoffen, daß ähnliche Untersuchungen bald auch im Experiment durchgeführt werden können, um so bei der Klärung der Frage nach der Entstehung der Turbulenz in zweidimensionalen laminaren Ablöseblasen weiter voranzukommen.

## Literaturverzeichnis

- [1] Alam, M., Sandham, N.D. (1997): "Simulation of laminar separation bubble instabilities", in: J.P. Chollet *et al.* (Eds.), "*Direct and Large-Eddy Simulation II*", Kluwer, 1997, 125 – 136.
- [2] Alam, M., Sandham, N.D. (1998): "Numerical study of separation bubbles with turbulent reattachment followed by a boundary layer relaxation", in: D.R. Emerson *et al.* (Eds.), "*Parallel Computational Fluid Dynamics – Recent Developments and Advances Using Parallel Computers*", Elsevier, 1998, 571 – 578.
- [3] Allen, T., Riley, N. (1995): "Absolute and convective instabilities in separation bubbles", *Aeron. J. Royal Aeron. Soc.*, Dec. 1995, 439–448.
- [4] Althaus, D. (1981): "Drag measurements on airfoils", XVII OSTIV-Kongress, Paderborn.
- [5] Althaus, D., Würz, W. (1993): "Experimental investigation of laminar separation bubbles", in: K. Gersten (Ed.), "*Physics of separated flows – numerical, experimental, and theoretical aspects*", NNFM, Vol. 40, Braunschweig: Vieweg, 89 – 98.
- [6] Baumann, M., Nitsche, W. (1995): "Investigations on active control of Tollmien-Schlichting waves on a wing", "*Transitional Boundary Layers in Aeronautics*", RN-AAS, Amsterdam, December 6 – 8, Elsevier, 1996.
- [7] Berlin, S., Lundbladh, A., Henningson, D.S. (1994): "Spatial simulations of oblique transition in a boundary layer", *Phys. Fluids* **6** (6), 1949 – 1951.
- [8] Bertolotti, F.P., Herbert, T., Spalart, P.R. (1992): "Linear and nonlinear stability of the Blasius boundary layer", *J. Fluid Mech.* **242**, 441 – 474.
- [9] Bestek, H. (1980): „Numerische Untersuchung zur nichtlinearen räumlichen Störungsanfächung in der ebenen Poiseuille-Strömung“, Dissertation Universität Stuttgart.
- [10] Briley, W.R. (1971): "A numerical study of laminar separation bubbles using the Navier-Stokes equations", *J. Fluid Mech.* **47** (4), 713 – 736.
- [11] Briley, W.R., McDonald, H. (1975): "Numerical prediction of incompressible separation bubbles", *J. Fluid Mech.* **69** (4), 657 – 672.
- [12] Casalis, G., Gouttenoire, C., Troff, B. (1997): "DNS investigation of roughness-induced localized receptivity", *Proc. DNS and LES of Complex Flows*, University of Twente, the Netherlands, July 9–11.
- [13] Choudhari, M. (1993): "Boundary-layer receptivity due to distributed surface imperfections of a deterministic or random nature", *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **4**, 101 – 117.
- [14] Craik, A.D.D. (1971): "Non-linear resonant instability in boundary layers", *J. Fluid Mech.* **50**, 393 – 413.

- [15] Crouch, J.D. (1992): "Localized receptivity of boundary layers", *Phys. Fluids A* **4** (7), 1408 – 1414.
- [16] Dini, P., Maughmer, M.D. (1994): "Locally interactive laminar separation bubble model" *J. Aircraft* **31** (4), 802 – 810.
- [17] Dini, P., Selig, M.S., Maughmer, M.D. (1992): "Simplified linear stability transition prediction method for separated boundary layers" *AIAA J.* **30** (8), 1953 – 1961.
- [18] von Doenhoff, A.E. (1938): "A preliminary investigation of boundary-layer transition along a flat plate with adverse pressure gradient", NACA TN 639.
- [19] Dovgal, A.V., Kozlov, V.V., Michalke, A. (1994): "Laminar boundary layer separation: Instability and associated phenomena", *Progr. Aerospace Sci.* **30**, 61 – 94.
- [20] Dovgal, A.V., Kozlov, V.V. (1995): "On nonlinearity of transitional boundary-layer flows", *Phil. Trans. R. Soc. London A* **352**, 473 – 482.
- [21] Drela, M. (1989): "XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils", in Mueller (1989) [61].
- [22] Elli, S., van Dam, C.P. (1991): "Simulation of nonlinear Tollmien-Schlichting wave growth through a laminar separation bubble", in: M.Y. Hussaini, A. Kumar, C.L. Streett (Eds.): "*Instability, Transition and Turbulence*", ICASE-Workshop, Berlin: Springer, 311 – 321.
- [23] Fasel, H.F. (1976): "Investigation of the stability of boundary layers by a finite-difference model of the Navier-Stokes equations", *J. Fluid Mech.* **18**, 355 – 383.
- [24] Fasel, H., Rist, U., Konzelmann, U. (1990): "Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary layer transition", *AIAA J.* **28** (1), 29 – 37.
- [25] Gaster, M. (1966): "The structure and behaviour of laminar separation bubbles", AGARD CP-4, "*Flow separation*", part II, 813 – 854.
- [26] Gaster, M. (1991): "Stability of velocity profiles with reverse flow", in: M.Y. Hussaini, A. Kumar, C.L. Streett (Eds.), "*Instability, Transition and Turbulence*", ICASE-Workshop, Berlin: Springer, 212 – 215.
- [27] Gault, D.E. (1949): "Boundary-layer and stalling characteristics of the NACA 63-009 airfoil section", NACA TN 1894.
- [28] Goldstein, M.E., Hultgren, L.S. (1989): "Boundary-Layer receptivity to long-wave free-stream disturbances", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **21**, 137 – 166.
- [29] Goldstein, S. (1948): "On laminar boundary-layer flow near a position of separation", *Quarterly Journal of Mech. and Applied Mathem.* **I**, 44 – 69.
- [30] Gruber, K. (1988): „Numerische Untersuchungen zum Problem der Grenzschichtablösung“, Dissertation Universität Stuttgart, Fortschr. Ber. VDI Reihe 7 Nr. 146, Düsseldorf: VDI-Verlag.

- [31] Gruber, K., Bestek, H., Fasel, H. (1987): "Interaction between a Tollmien-Schlichting wave and a laminar separation bubble", AIAA Paper 87-1256.
- [32] Guglielmo, J.J., Selig, M.S. (1996): "Spanwise variations in profile drag for airfoils at low Reynolds numbers", *J. Aircraft* **33** (4), 699 – 707.
- [33] Hammond, D.A., Redekopp, L.G. (1998): "Local and global instability properties of separation bubbles", *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17** (2), 145 – 164.
- [34] Herbert, Th. (1988): "Secondary instability of boundary layers", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 487 – 526.
- [35] Hildings, C. (1997): "Simulation of laminar and transitional separation bubbles", Licentiate Thesis KTH Stockholm.
- [36] Hill, D.C. (1995): "Adjoint systems and their role in the receptivity problem for boundary layers", *J. Fluid Mech.* **292**, 183 – 204.
- [37] Ho, Ch-M., Tung, S. (1996): "Interactive control of wall structures by MEMS-based transducers", in: S. Gavrilakis *et al.* (Eds.), "*Advances in Turbulence VI*", Kluwer, 413 – 416.
- [38] Horstmann K.-H., Quast A. (1981): „Widerstandsverminderung durch Blasturbulatoren“, DFVLR-FB **81-33**.
- [39] Huerre, P., Monkewitz, P.A., (1990): "Local and global instabilities in spatially developing flows", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **22**, 473 - 537.
- [40] Inger, G.R. (1986): "A theoretical study of spanwise-periodic 3D disturbances in the wake of a slightly stalled wing at low Reynolds numbers", "*Aerodynamics at Low Reynolds numbers*  $10^4 < Re < 10^6$ ", Royal Aeronautical Society, London, Oct. 1986.
- [41] Kachanov, Y.S. (1994): "Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **26**, 411 – 482.
- [42] Kachanov, Y.S., Michalke, A. (1994): "Three-dimensional instability of flat-plate boundary layers : Theory and experiment", *Eur. J. Mech. B/Fluids* **13** (4), 401 – 422.
- [43] Kerschen, E.J., Choudhari, M., Heinrich, R.A. (1989): "Generation of boundary layer instability waves by acoustic and vortical free-stream disturbances", in: D. Arnal, R. Michel (Eds.), "*Laminar-Turbulent Transition*", IUTAM Symp. Toulouse 1989, Berlin: Springer, 1990, 477 – 488.
- [44] Kloker, M. (1993): „Direkte Numerische Simulation des laminar-turbulenten Strömungsumschlages in einer stark verzögerten Grenzschicht“, Dissertation Universität Stuttgart.
- [45] Kloker, M. (1998): "A robust high-resolution split-type compact FD scheme for spatial direct numerical simulation of boundary-layer transition", *Appl. Scientif. Res.*, **59**, 353 – 377.

- [46] Kloker, M., Konzmann, U., Fasel, H. (1993): "Outflow boundary conditions for spatial Navier-Stokes simulations of transitional boundary layers", *AIAA J.* **31** (4), 620 – 628.
- [47] Konzmann, U. (1990): „Numerische Untersuchungen zur räumlichen Entwicklung dreidimensionaler Wellenpakete in einer Plattengrenzschichtströmung“, Dissertation Universität Stuttgart.
- [48] Kreins, A.F., Henckels, A., Maurer, F. (1996): "Experimental studies of hypersonic shock induced boundary layer separation", *ZFW* **20**, 80 – 88.
- [49] Leder, A. (1992): „Abgelöste Strömungen: physikalische Grundlagen“, Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, Grundlagen und Fortschritte der Ingenieurwissenschaften.
- [50] Lin, J., Pauley, L. (1993): "Unsteady laminar separation on low-Reynolds-number airfoils", AIAA Paper 93-0209.
- [51] Luchini, P., Bottaro, A. (1998): "Goertler vortices: a backward-in-time approach to the receptivity problem", *J. Fluid Mech.* **363**, 1 – 23.
- [52] Masad, J.A., Nayfeh, A.H. (1992): "Effect of a bulge on the subharmonic instability of subsonic boundary layers", *AIAA Journal* **30** (7), 1731 – 1737.
- [53] Maucher, U., Rist, U., Wagner, S. (1994): "Direct numerical simulation of airfoil separation bubbles", *Computational Fluid Dynamics '94*, Wiley, 471 – 477.
- [54] Maucher, U., Rist, U., Wagner, S. (1998): "A refined method for DNS of transition in interacting boundary layers", AIAA 98-2435.
- [55] Maucher, U., Rist, U., Wagner, S. (1998): "Transitional structures in a laminar separation bubble", Proc. 11th STAB/DGLR-Symposium, Berlin, Nov. 10–12, 1998. Erscheint als NNFM im Vieweg Verlag, 1999.
- [56] McCullough, G.B., Gault, D.E. (1951): "Examples of three representative types of airfoil-section stall at low speed", NACA TN 2502.
- [57] Michalke, A. (1965): "On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer", *J. Fluid Mech.* **23**, 521 – 544.
- [58] Michalke, A. (1990): "On the inviscid instability of wall-bounded velocity profiles close to separation", *ZFW*, **14**, 24 – 31.
- [59] Michalke, A. (1997): "Excitation of small disturbances by a Dirac line source at the wall and their growth in a decelerated laminar boundary layer", *Eur. J. Mech. B/Fluids* **16** (1), 17 – 37.
- [60] Michalke, A., Kozlov V.V., Dovgal A.V. (1995): "Contribution to the instability of laminar separating flows along axisymmetric bodies. Part I: Theory" *Eur. J. Mech. B/Fluids* **14** (3), 333 – 350.
- [61] Mueller, T.J. (Ed.) (1989): "*Low Reynolds Number Aerodynamics*", Springer Lecture Notes in Eng., New York: Springer.

- [62] Nayfeh, A.H., Ragab, S.A., Masad, J.A. (1990): "Effects of a bulge on the subharmonic instability of boundary layers", *Phys. Fluids A* **2** (6), 937 – 948.
- [63] Orszag, S.A. (1971): "Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries. I. Galerkin (spectral) representations", *Stud. Appl. Math.* L, Dec. 1971, 293 – 327.
- [64] Pauley, L.L. (1994): "Response of two-dimensional separation to three-dimensional disturbances", *J. Fluids Eng.* **116**, Sept. 1994, 433 – 438.
- [65] Pauley, L.L., Moin, P., Reynolds, W.C. (1990): "The structure of two-dimensional separation", *J. Fluid Mech.* **220**, 397 – 411.
- [66] Rannacher, J. (1969): „Untersuchung von geraden ebenen Flügelgittern im kritischen Reynoldszahlbereich“, *Maschinenbautechnik* **18** (1), 2–10.
- [67] Reshotko, E. (1976): "Boundary-layer stability and transition", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **8**, 311 – 349.
- [68] Ripley, M.D., Pauley, L. (1993): "The unsteady structure of two-dimensional steady laminar separation", *Phys. Fluids A* **5** (12), 3099 – 3106.
- [69] Rist, U. (1990): „Numerische Untersuchung der räumlichen, dreidimensionalen Störungsentwicklung beim Grenzschichtumschlag“, Dissertation Universität Stuttgart.
- [70] Rist, U. (1993): "Nonlinear effects of 2D and 3D disturbances on laminar separation bubbles", in: S.P. Lin (Ed.), "*Nonlin. Instab. of Nonpar. Flows*", IUTAM-Symp., Potsdam, NY, New York: Springer, 1994, 324 – 333.
- [71] Rist, U., Fasel, H. (1995): "Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer", *J. Fluid Mech.* **298**, 211 – 248.
- [72] Rist, U., Kachanov, Y.S. (1995): "Numerical and experimental investigation of the K-regime of boundary-layer transition", in: R. Kobayashi (Ed.), "*Laminar-Turbulent Transition*", IUTAM-Symp. Sendai, Japan; Berlin, New York: Springer, 405 – 412.
- [73] Rist, U., Maucher, U. (1994): "Direct numerical simulation of 2D and 3D instability waves in a laminar separation bubble", AGARD **CP-551**, "*Application of Direct and Large Eddy Simulation to Transition and Turbulence*", Chania, Crete, 34-1 – 34-7.
- [74] Rist, U., Maucher, U., Wagner, S. (1996): "Direct numerical simulation of some fundamental problems related to transition in laminar separation bubbles", *Computational Fluid Dynamics '96*, Wiley, 319 – 325.
- [75] Saiki, E.M., Danabassoglu, G., Biringen, S., Streett, C.L. (1993): "Spatial simulation of secondary instability in plane channel flow: comparison of K- and H-type disturbances", *J. Fluid Mech.* **253**, 485 – 507.
- [76] Schlichting, H. (1982): „Grenzschicht-Theorie“, 8. Aufl., Karlsruhe: G. Braun.

- [77] Schmitz, F.W. (1942): „Aerodynamik des Flugmodells“, Berlin: C.J.E. Volckmann Nachf., E. Wette, Luftfahrt und Schule, Reihe IV, Band 1 bzw. 7. Aufl., Steinebach-Wörthsee: Axel Zuerl, 1983.
- [78] Spalart, P.R. (1988): “Direct numerical study of leading-edge contamination”, AGARD **CP-438** “*Fluid Dynamics of 3D Turbulent Shear Flow and Transition*”, Oct. 3 – 6, 1988, Cesme, Turkey, 5-1 – 5-12.
- [79] Spalart, P.R., Strelets, M.K. (1997): “Direct and Reynolds-averaged numerical simulations of a transitional separation bubble”, presented at 11<sup>th</sup> *Turbulent Shear Flows Symposium*, Grenoble, France, Sept. 8 – 10, 1997, 30-13 – 30-18.
- [80] Stemmer, C. (1995): „Numerische Simulation zum Einfluß einer ebenen Schallwelle auf eine Grenzschicht mit und ohne Ablöseblase“, Diplomarbeit Universität Stuttgart, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik.
- [81] Tani, I. (1964): “Low-speed flows involving bubble separations”, *Progr. Aeron. Sciences* **5**, 70 – 103.
- [82] Thumm, A. (1991): „Numerische Untersuchungen zum laminar-turbulenten Strömungsumschlag in transsonischen Grenzschichtströmungen“, Dissertation Universität Stuttgart.
- [83] Veldman, A.E.P. (1981): “New, quasi-simultaneous method to calculate interacting boundary layers”, *AIAA J.* **19** (1), 79 – 85.
- [84] Van Hest, B.F.A., Passchier, D.M., Henkes, R.A.W.M. (1996): “Natural transition in an adverse pressure gradient boundary layer”, in: S. Gavrilakis *et al.* (Eds.), “*Advances in Turbulence VI*”, Kluwer, 395 – 398.
- [85] Van Ingen, J.L. (1990): “Research on laminar separation bubbles at Delft University of Technology”, in: V.V. Kozlov, A.V. Dovgal (Eds.), “*Separated Flows and Jets*”, IUTAM Symp. Novosibirsk/USSR 1990, Berlin: Springer, 1991, 537 – 556.
- [86] Wasistho, B. (1997): “Spatial direct numerical simulation of compressible boundary layer flow”, Dissertation Universität Twente, Niederlande (<http://www.ub.utwente.nl/webdocs/tw/1/t0000004.pdf>).
- [87] Wasistho, B., Geurts, B.J., Kuerten, J.G.M. (1997): “Numerical simulation of separated boundary-layer flow”, *J. Eng. Math.* **32**, 177 – 194.
- [88] Wörner, A., Rist, U., Wagner, S. (1998): „Direkte numerische Simulation der Wechselwirkung von Schallwellen mit lokalen Veränderungen auf einer Plattenoberfläche“, Proc. *DGLR Jahrestagung*, Bremen, 5. – 8.10.1998, Paper No.: 45.
- [89] Wortmann, F.X. (1974): „Über den Ablösewinkel laminarer Ablöseblasen“, Beiträge zur Strömungsmechanik und Flugmechanik, Köln, DGLR.
- [90] Würz, W. (1995): „Hitzdrahtmessungen zum laminar-turbulenten Strömungsumschlag in anliegenden Grenzschichten und Ablöseblasen, sowie Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie und empirischen Umschlagskriterien“, Dissertation Universität Stuttgart.

- [91] Würz, W. (1996): “Experimental investigations of transition development in attached boundary layers and laminar separation bubbles”, in: H. Körner, R. Hilbig (Eds.), “*New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics, 10. AG STAB/DGLR Symposium*”, NNFM **60**, Braunschweig: Vieweg, 1997, 413 – 420.
- [92] Wygnanski, I., Seifert, A. (1994): “The control of separation by periodic oscillations”, AIAA Paper 94-2608.
- [93] Young, A.D. (1977): “Some special boundary layer problems”, *ZFW* **1**, 401 – 414.