

Universität Stuttgart, Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie
- Vorlesung -

***Finite-Differenzen-Verfahren
hoher Genauigkeit***

Master-Studium, Spezialisierung
2 Semesterwochenstunden im SS, 3 LPs/ECTS

Dr. Markus J. Kloker

Einführung (1): Inhalt (1)

- 0 **Ziele**; Übersicht und eigene Forschungsarbeiten:
essentielle Grundlagen für hochgenaue instationäre Simulation
(Laminarinstabilität, Turbulenz, Strömungsakustik, Strömungskontrolle)
mit FD-Verfahren

- I **Gewöhnliche Differenzialgleichungen (G-DGLs) Revisited**
 - I.1 Grundtypen: exponentiell abklingender / neutral schwingender Lösungstyp
 - I.2 A-Stabilität, Amplituden-/Phasenfehler, Auflösungsvermögen:
Euler-Verfahren, explizit/implizit, Trapezregel
 - I.3 Prädiktor-Korrektor- und Runge-Kutta-Verfahren:
Optimierungsstrategien: Low Dissipation/Dispersion Schemes
 - I.4 Mehrstellenverfahren: Leapfrog-, Adams-, Gear-Verfahren
- Diagrammkatalog I: Stabilitätsbereiche und Lösungseigenschaften von G-DGL-Lösern (Zeitintegrationsverfahren für P-DGLs)**
 - I.5 Gleichungssysteme: Charakteristische Form: Eigenwerte, -Vektoren,
 - I.5.1 Steifigkeit – explizite/implizite Verfahren
 - I.5.2 Direkte Verfahren mit Aspekten hoher Ordnung

Einführung (2): Inhalt (2)

II Partielle Differenzialgleichungen (P-DGLs)

II.0 Fundamentallösungen der Grundtypen

Grundtypdominanz der strömungsmechanischen Gleichungen

II.1 Fortschrittliches Differenzieren: kompakte Finite Differenzen, Fourier-Spektralmethode, Aliasing-Aspekte

II.2 Parabolische Gleichungen

Modalanalyse/Auflösungsvermögen von (kompakten) FDs (2. Ableitung);
Viskoses Zeitschritt-Limit, Genauigkeitsoptimierungsstrategien

II.3 Hyperbolische Gleichungen

II.3.1 Modalanalyse/Auflösungsvermögen/Aliasing-Verhalten von (kompakten) FDs (1. Abl.);

Konvektives Zeitschritt-Limit, Genauigkeitsoptimierungsstrategien

II.3.2 Verfahrensübersicht: Philosophie der 4 Grundtypen mit numerischer Dämpfung; *Numerische Dissipation/Dispersion; Zeitschrittlimit, Filterung*

Diagrammkataloge II, III: Lösungseigenschaften ausgewählter FD-Zeitschrittverfahren hoher Genauigkeit für die Advektions-/Diffusionsgleichung

II.4 Gittertransformation: grundlegende Vorgehensweisen, Genauigkeitsanalysen

Einführung (3): Literatur

M.J. Kloker: *Diagrammkataloge I-III*.

Speziell zur Vorlesung, mit den wichtigsten Definitionen und Literaturstellen, siehe Homepage.

Joel H. Ferziger: *Numerical Methods for Engineering Application*.

Stanford, John Wiley & Sons. (Grundlagen)

Ch. Hirsch: *Numerical Computation of Internal and External Flows*.

Vol. I und II, John Wiley & Sons. (Grundlagen und Anwendungen)

F.Q. Hu, M.Y. Hussaini, J.L. Manthey: Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. *J. Comp. Phys.* 124, 177-191(1996)

Sanjiva K. Lele: Compact finite difference schemes with spectral-like resolution.

J. Comp. Phys. 103, 16-42, 1992

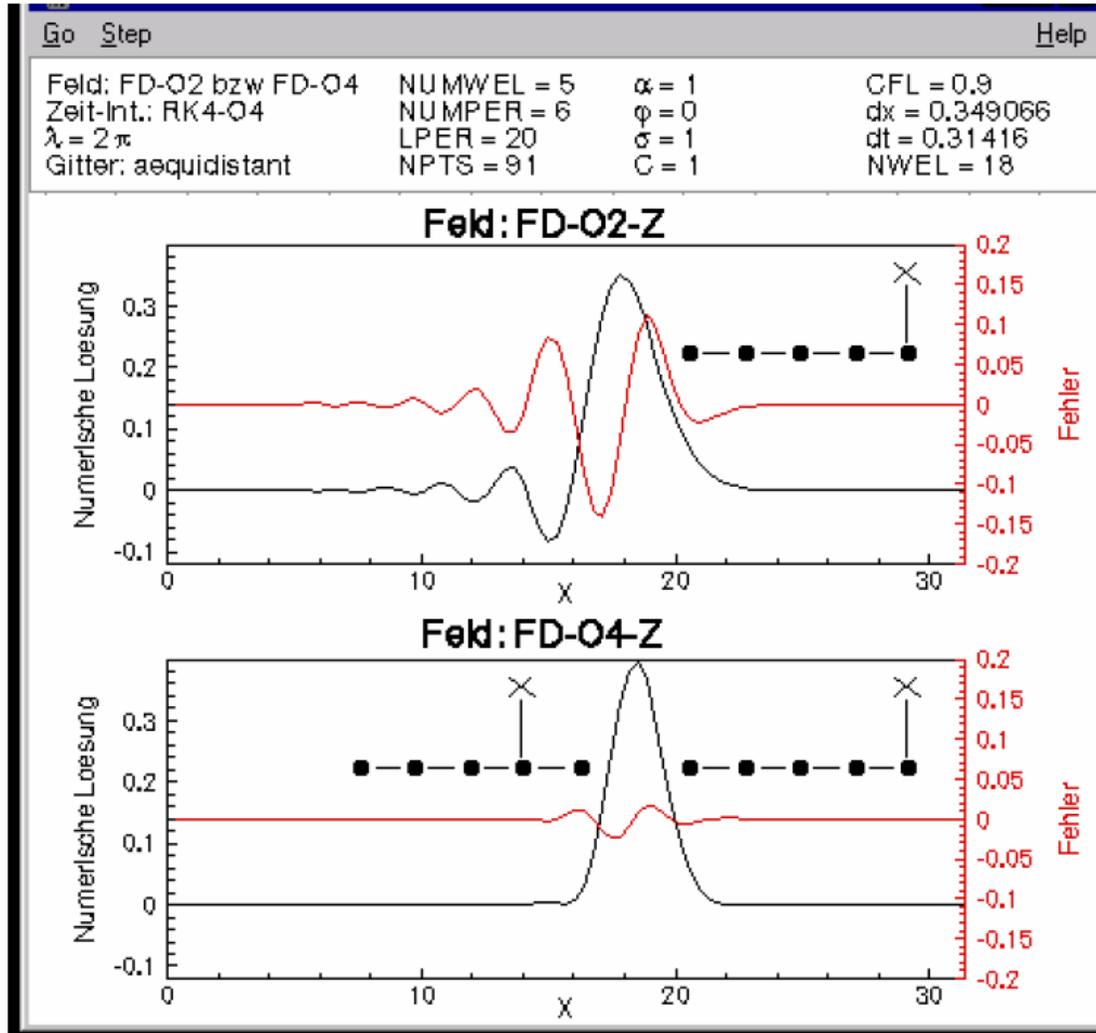
M.J. Kloker: A robust hi-resolution split-type compact FD scheme for spatial DNS of boundary-layer transition. *Appl. Sci. Res.* 59 (4), 1998, siehe Homepage.

A. Babucke, M.J. Kloker: Accuracy analysis of fundamental finite-difference methods on non-uniform grids, IAG-interner Bericht, 2009

A. Babucke: DNS of noise generation mechanisms in the mixing layer of a jet. Diss. Univ. Stuttgart, Verlag Dr. Hut, 2009.

Beispiel: Transport einen Pulssignales mit zentralen FD-O2 und -O4, Snapshot

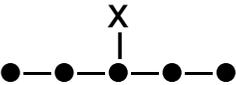
FD-Verfahren
hoher Genauigkeit



$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

FD 2. Ordnung 
(starke Dispersion)

Die Moleküle im Bild
beziehen sich auf den
Ausströmrand rechts

FD 4. Ordnung 
(...schon viel besser)